

ĐỀ CHÍNH THỨC

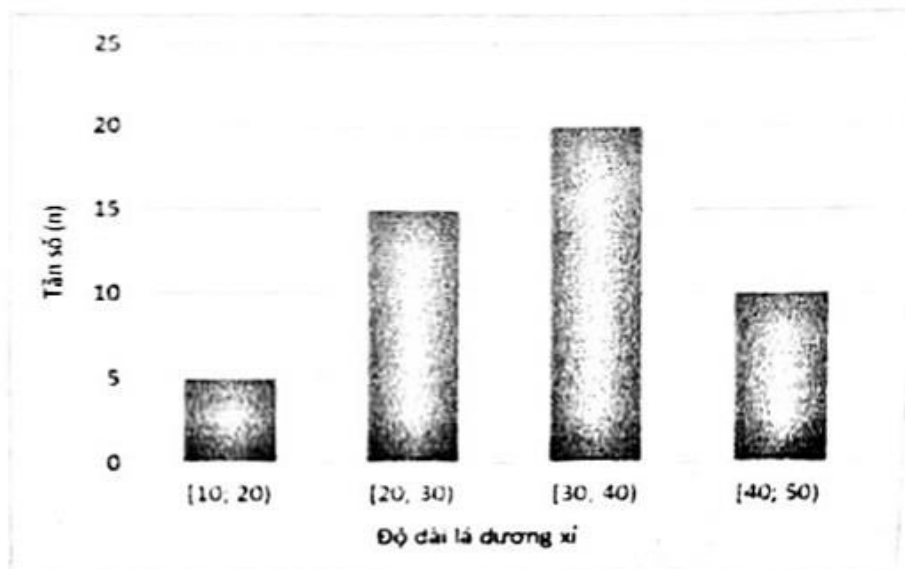
Môn: Toán

Ngày kiểm tra: 25/02/2025

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề kiểm tra gồm có 02 trang)

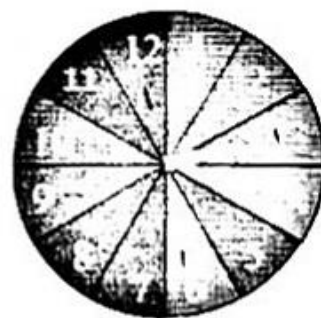
Bài I. (1,5 điểm)



1. Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: cm) của 50 lá dương xỉ trưởng thành người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm như trên.

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40)

2. Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 phần bằng nhau và được ghi các số 1, 2, 3, ..., 11, 12; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Xét phép thử “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố M: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M.



Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$

a. Tính giá trị của biểu thức A với $x = 9$.

b. Rút gọn biểu thức B.

c. Xét biểu thức $P = B:A$. Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Bài III. (2,5 điểm)

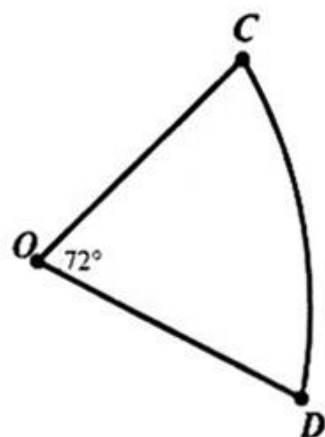
1. Cho một hình chữ nhật biết khi tăng chiều rộng thêm 2cm và chiều dài thêm 1cm thì diện tích hình chữ nhật tăng 30cm^2 và khi tăng chiều rộng thêm 4cm và giảm chiều dài đi 4cm thì được một hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

2. Để trừ hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau.

3. Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = 1$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1. Một công viên có dạng một hình quạt tròn OCD giới hạn bởi hai bán kính OC, OD sao cho $OC = 50m, \widehat{COD} = 72^\circ$.



a. Nếu người ta làm hàng rào xung quanh công viên thì hàng rào đó có chiều dài bao nhiêu mét?

b. Người ta trồng cỏ trong công viên với diện tích bằng 30% diện tích công viên. Tính diện tích trồng cỏ trong công viên. (Lấy $\pi \approx 3,14$)

2. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , hai đường cao AN, CK cắt nhau tại H .

a. Chứng minh tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

b. Chứng minh: $AN \cdot NH = NB \cdot CN$ và $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$.

c. Gọi E là trung điểm của AC . Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I) .

Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại M . Chứng minh $BM \perp ME$

Bài V. (0,5 điểm)

Một doanh nghiệp chuyên kinh doanh xe điện xanh Sài Gòn. Giá nhập vào một chiếc là 18 triệu đồng và bán ra với giá 22 triệu đồng một xe. Với giá bán như trên thì một năm số lượng xe bán được dự kiến là 500 chiếc. Để tăng thêm lượng tiêu thụ dòng xe này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước lượng cứ giảm 200 nghìn đồng một xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng 50 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải bán với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ cao nhất.

—————HẾT—————

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ tên thí sinh..... Số báo danh.....

Họ tên chữ ký cán bộ coi thi.....

Ngày: _____ Họ và tên: _____ Lớp: _____



ĐỀ KSCL TOÁN 9 THỊ XÃ SƠN TÂY - HÀ NỘI

NGÀY THI: 25/02/2025

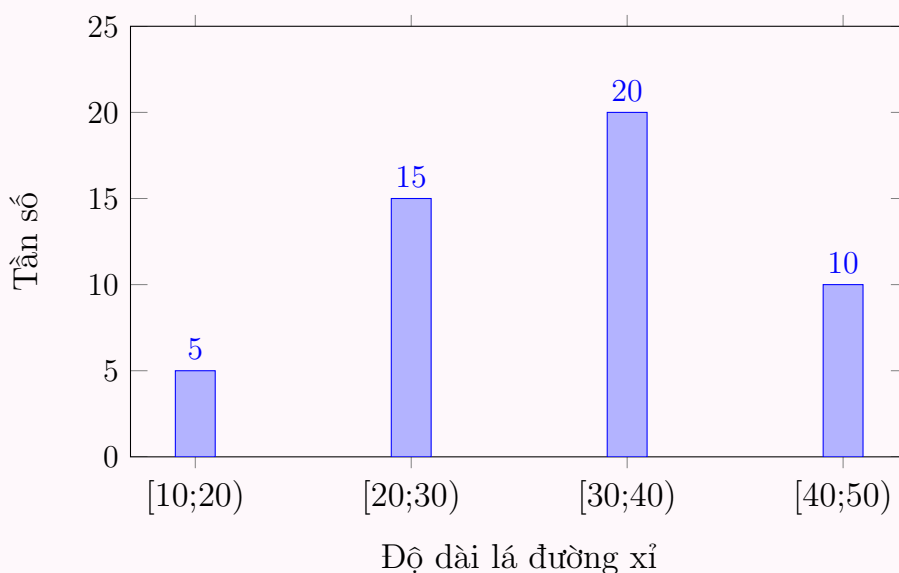
ĐỀ X hóa và Giải chi tiết bởi thầy Trần Tuấn Việt

— ★ ★ ★ —

⚡ CÂU 1

(1,5 điểm)

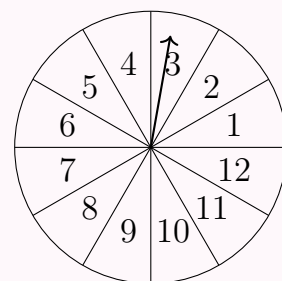
- a) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: cm) của 50 lá đường xỉ trưởng thành, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm như sau:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40).

b)

Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 phần bằng nhau và được ghi các số 1, 2, 3, ..., 11, 12; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Xét phép thử “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố M: “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M.



💬 Lời giải.

- a) ☒ Tần số ghép nhóm của nhóm [30; 40) là 20.
☒ Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 40) là $\frac{20}{50} = 0.4$ hay 40%.
- b) ☒ Các số chia hết cho 3 trong khoảng từ 1 đến 12 là: 3, 6, 9, 12.

- ☑ Số kết quả thuận lợi cho biến cố M là 4.
- ☑ Tổng số kết quả có thể xảy ra là 12.
- ☑ Xác suất của biến cố M là $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

⚡ CÂU 2**(1,5 điểm)**

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A với $x = 9$.
- b) Rút gọn biểu thức B.
- c) Xét biểu thức $P = B : A$. Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P nhận giá trị nguyên.

💬 Lời giải.

- a) Với $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện), ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}}{2 - \sqrt{9}} = \frac{3}{2 - 3} = \frac{3}{-1} = -3.$$

- b) Rút gọn biểu thức B:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{x - 2\sqrt{x} + x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2 - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{2x - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}. \end{aligned}$$

c) Xét $P = \frac{B}{A} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \div \frac{\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \cdot \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{4 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = -2 + \frac{8}{\sqrt{x} + 2}.$

Điều kiện để P nguyên là $\sqrt{x} + 2$ là ước của 8.

Hơn nữa: $\sqrt{x} + 2 > 2$ với mọi $x > 0$, $x \neq 4$.

Suy ra $\sqrt{x} + 2 \in \{4; 8\}$.

- ☑ Nếu $\sqrt{x} + 2 = 4$ thì $x = 4$ (không thỏa mãn điều kiện).
- ☑ Nếu $\sqrt{x} + 2 = 8$ thì $x = 36$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x = 36$ là giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

⚡ CÂU 3

Cho một hình chữ nhật biết khi tăng chiều rộng thêm 2cm và chiều dài thêm 1cm thì diện tích hình chữ nhật tăng 30cm^2 và khi tăng chiều rộng thêm 4cm và giảm chiều dài đi 4cm thì được một hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

💬 Lời giải.

Gọi chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật lần lượt là x và y (cm, $x, y > 0$).

- ☑ Khi tăng chiều rộng thêm 2cm và chiều dài thêm 1cm, diện tích tăng 30cm^2 nên:

$$(x + 2)(y + 1) = xy + 30$$

$$xy + x + 2y + 2 = xy + 30$$

$$x + 2y = 28. \quad (1)$$

- ☑ Khi tăng chiều rộng thêm 4cm và giảm chiều dài đi 4cm, ta được hình vuông nên:

$$x + 4 = y - 4$$

$$y = x + 8. \quad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$$x + 2(x + 8) = 28$$

$$x + 2x + 16 = 28$$

$$3x = 12$$

$$x = 4.$$

Thay $x = 4$ vào (2), ta được:

$$y = 4 + 8 = 12$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 4cm và chiều dài là 12cm.

⚡ CÂU 4

Để chở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau.

💬 Lời giải.

Gọi số xe ban đầu của đội là x (xe), $x > 0$.

- ☑ Khối lượng hàng mỗi xe phải chở ban đầu là $\frac{120}{x}$ (tấn).

- ☑ Sau khi bổ sung thêm 5 xe, số xe trở thành $x + 5$ (xe).

- ☑ Khối lượng hàng mỗi xe phải chở sau khi bổ sung là $\frac{120}{x + 5}$ (tấn).

☑ Theo đề bài, mỗi xe chở ít hơn 2 tấn so với dự định ban đầu:

$$\begin{aligned}\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} &= 2 \\ \frac{120(x+5) - 120x}{x(x+5)} &= 2 \\ \frac{600}{x(x+5)} &= 2 \\ x(x+5) &= 300 \\ x^2 + 5x - 300 &= 0 \\ \begin{cases} x = -20 & (\text{loại}) \\ x = 15 & (\text{thỏa mãn điều kiện}). \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy lúc đầu đội có 15 xe.

⚡ CÂU 5

Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = 1$.

💬 Lời giải.

Thay $x = 1$ vào phương trình, ta có:

$$\begin{aligned}1^2 - (2m - 1) \cdot 1 + m^2 - 2 &= 0 \\ 1 - 2m + 1 + m^2 - 2 &= 0 \\ m^2 - 2m &= 0 \\ m(m - 2) &= 0\end{aligned}$$

Do đó, $m = 0$ hoặc $m = 2$.

⚡ CÂU 6

Một công viên có dạng một hình quạt tròn OCD giới hạn bởi hai bán kính OC , OD sao cho $OC = 50m$, $\angle COD = 72^\circ$.

- Nếu người ta làm hàng rào xung quanh công viên thì hàng rào đó có chiều dài bao nhiêu mét?
- Người ta trồng cỏ trong công viên với diện tích bằng 30% diện tích công viên. Tính diện tích trồng cỏ trong công viên. (Lấy $\pi \approx 3.14$).

💬 Lời giải.

- Chu vi hàng rào gồm hai bán kính và độ dài cung tròn nên có tổng độ dài là:

$$\begin{aligned}L &= 2 \cdot OC + \frac{2\pi R}{360} \cdot 72 \\ &= 2 \cdot 50 + \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 50}{360} \cdot 72 \\ &= 100 + 62.8 = 162.8m.\end{aligned}$$

b) Diện tích hình quạt tròn:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi \cdot R^2}{360} \cdot 72 \\ &= \frac{3.14 \cdot 2500}{360} \cdot 72 \\ &= 1570. \end{aligned}$$

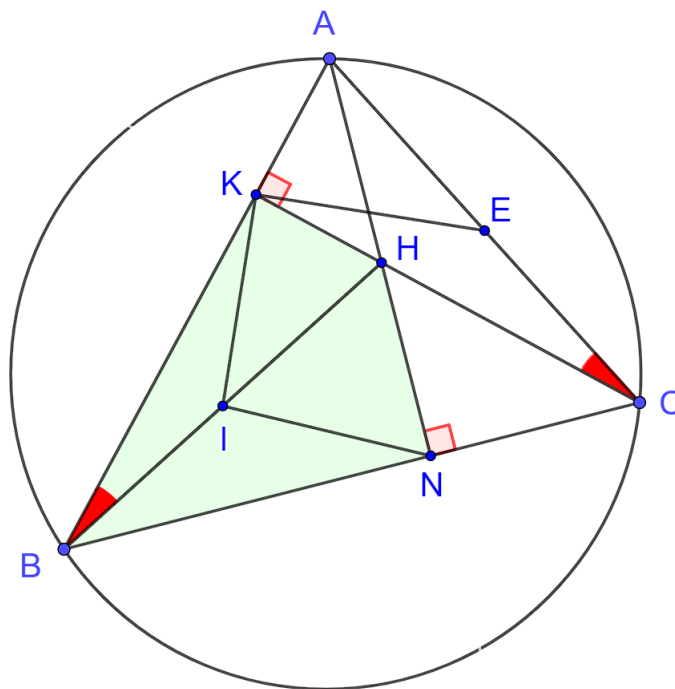
Diện tích trồng cỏ chiếm 30% diện tích công viên nên:

$$S_{\text{trồng cỏ}} = 30\% \times 1570 = 471m^2.$$

⚡ CÂU 7

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , hai đường cao AN, CK cắt nhau tại H .

- Chứng minh tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
- Chứng minh $AN \cdot NH = NB \cdot CN$ và $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$.
- Gọi E là trung điểm của AC . Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I) . Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại M . Chứng minh $BM \perp ME$.



💬 Lời giải.

a) Chứng minh tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp.

☑ Vì tam giác BKH vuông tại K , có KI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

$$IK = IB = IH = \frac{1}{2}BH.$$

- ☑ Vì tam giác BNH vuông tại N , có NI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

$$IN = IB = IH = \frac{1}{2}BH.$$

- ☑ Suy ra $IB = IK = IH = IN$.

- ☑ Do đó, bốn điểm B, K, H, N cùng thuộc một đường tròn (đường tròn tâm I , bán kính IH).

- ☑ Vì vậy, tứ giác $BKHN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I bán kính IH .

- b) Chứng minh $AN \cdot NH = NB \cdot CN$ và $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$.

- ☑ Xét $\triangle ANB$ và $\triangle CNH$ có:

$$\begin{cases} \widehat{ANB} = \widehat{CNH} = 90^\circ & (\text{giả thiết}) \\ \widehat{BAN} = \widehat{HCN} & (\text{cùng phụ với } \widehat{ABC}). \end{cases}$$

Do đó $\triangle ANB \sim \triangle CNH$ (góc-góc).

Từ đây ta có tỷ lệ thức: $\frac{AN}{CN} = \frac{NB}{NH}$.

Vì vậy $AN \cdot NH = NB \cdot CN$.

- ☑ Vì $CK \perp AB$ (theo giả thiết) nên $\widehat{KCA} + \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Vì $BH \perp AC$ (do H là trực tâm của $\triangle ABC$) nên $\widehat{KBH} + \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{KBH} = \widehat{KCA}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$).

- c) Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I) . Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại M . Chứng minh $BM \perp ME$.

- ☑ Để chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn tâm I bán kính IH thì ta cần chỉ ra rằng KE vuông góc với IK tại K .

Thật vậy, ta có:

$$\begin{cases} \widehat{KBH} = \widehat{KCA} & (\text{chứng minh trên}) \\ \widehat{BKH} = \widehat{CKA} = 90^\circ. \end{cases}$$

Vì thế nên $\triangle BKH \sim \triangle CKA$ (góc-góc).

Từ đây suy ra: $\widehat{BHK} = \widehat{CAK}$ (hai góc tương ứng).

Lại có: $\widehat{IKH} = \widehat{BHK}$ ($\triangle IKH$ cân tại đỉnh I).

Do đó: $\widehat{IKH} = \widehat{CAK}$ (1).

Xét tam giác AKC vuông tại K có KE là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AC nên $EK = EC = EA$.

Điều này cho ta $\triangle EKC$ cân tại đỉnh E .

Do đó: $\widehat{EKC} = \widehat{ECK}$ (2).

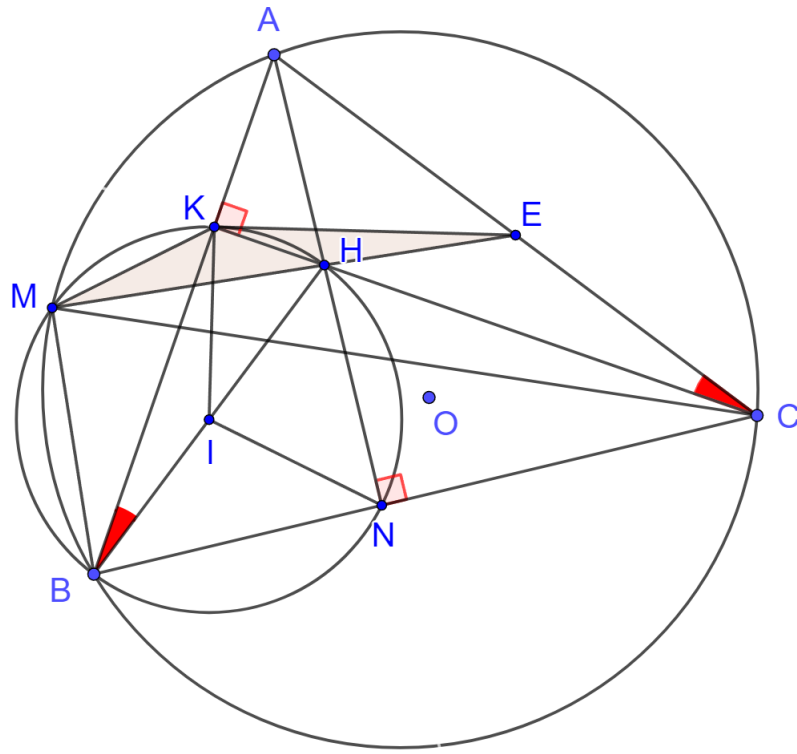
Từ (1) và (2) suy ra

$$\widehat{IKH} + \widehat{EKC} = \widehat{ECK} + \widehat{KAC} = 90^\circ.$$

Do đó $\widehat{IKE} = 90^\circ$.

Điều này nghĩa là EK vuông góc với IK tại K .

Vì vậy EK là tiếp tuyến của đường tròn tâm I bán kính IH .



Ta có $\widehat{BMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm I bán kính IH).

Do đó $BM \perp MH$.

Suy ra, để chứng minh BM vuông góc với ME thì ta cần chỉ ra rằng M, H, E thẳng hàng.

Thật vậy, vì $\widehat{KMH}$ và $\widehat{KBH}$ là các góc nội tiếp của (I, IH) và cùng chắn cung HK nên $\widehat{KMH} = \widehat{KBH}$.

Lại có: $\widehat{KBH} = \widehat{KCA} = \widehat{EKC}$ (chứng minh trên).

Do đó:

$$\widehat{KMH} = \widehat{KBH} = \widehat{EKC} = \widehat{ECK} \quad (3)$$

Vì $\widehat{AMB}$ và $\widehat{ACM}$ là các góc nội tiếp của (O) cùng chắn cung AM nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$.

Do đó:

$$\begin{aligned} \widehat{MKE} + \widehat{ACM} &= \widehat{MKE} + \widehat{ABM} \\ &= (\widehat{MKH} + \widehat{EKH}) + \widehat{MBK} \\ &= \widehat{MKH} + \widehat{KMH} + \widehat{MBK} \\ &= 180^\circ \quad (\text{tổng các góc nội tiếp chắn cả } (I, IH)). \end{aligned}$$

Từ đây suy ra $MKEC$ là tứ giác nội tiếp (vì có tổng hai góc đối bằng 180°).

Do đó

$$\widehat{KME} = \widehat{ECK} \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn một cung}). \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra

$$\widehat{KMH} = \widehat{KME} \quad (= \widehat{ECK}).$$

Điều đó chứng tỏ rằng M, H, E thẳng hàng.

Suy ra BM vuông góc với ME .

⚡ CÂU 8

Một doanh nghiệp chuyên kinh doanh xe điện nhập vào một chiếc xe 18 triệu đồng và bán

ra với giá 22 triệu đồng một xe. Với giá bán như trên thì một năm số lượng xe bán dự kiến là 500 chiếc. Để tăng thêm lượng tiêu thụ, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước lượng cứ giảm 200 nghìn đồng một xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng 50 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải bán với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất?

 Lời giải.

Gọi x là số lần giảm 200 nghìn đồng, khi đó:

- ✔ Giá bán mới: $p = 22 - 0.2x$ (triệu đồng)
- ✔ Số lượng xe bán ra: $q = 500 + 50x$
- ✔ Lợi nhuận: $L = (p - 18)q = (22 - 0.2x - 18)(500 + 50x)$

Ta có:

$$L = (4 - 0.2x)(500 + 50x)$$

Nhân hai biểu thức:

$$\begin{aligned} L &= 4 \times 500 + 4 \times 50x - 0.2x \times 500 - 0.2x \times 50x \\ &= 2000 + 200x - 100x - 10x^2 \\ &= 2000 + 100x - 10x^2 \end{aligned}$$

Ta đặt L thành dạng:

$$L = -10(x^2 - 10x) + 2000$$

Nhóm thành hằng đẳng thức:

$$\begin{aligned} L &= -10 \left[x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2 \right] + 2000 \\ &= -10 [(x - 5)^2 - 25] + 2000 \\ &= -10(x - 5)^2 + 250 + 2000 \\ &= -10(x - 5)^2 + 2250 \end{aligned}$$

Vì $(x - 5)^2 \geq 0$ nên $-10(x - 5)^2 \leq 0$, suy ra:

$$L \leq 2250$$

Dấu bằng xảy ra khi $(x - 5)^2 = 0$ hay $x = 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của L là 2250, đạt được khi $x = 5$.