

CHUYÊN ĐỀ 22. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa: Nếu hai đại lượng y và x liên hệ với nhau bởi công thức $y = kx$ với k là hằng số khác 0 thì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .

2. Tính chất: Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k thì:

$$* \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k$$

$$* \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

3. Bổ sung:

* Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k \neq 0$ thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$.

* Nếu z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k_1 ; y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k_2 thì z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k_1.k_2$.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng

I. Phương pháp giải:

+ Vận dụng định nghĩa: Đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x khi $y = kx$ (k là hằng số khác 0)

$$\text{Hệ số tỉ lệ } k = \frac{y}{x}$$

II. Bài toán.

*) Nhận biết

Bài 1. Hai đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có tỉ lệ thuận với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

- Chu vi C và cạnh a của hình vuông.
- Chu vi C và bán kính R của đường tròn.
- Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
- Quãng đường s và thời gian t khi đi cùng vận tốc không đổi v_0 .

Lời giải:

- Do $C = 4a$ nên chu vi C của hình vuông tỉ lệ thuận với cạnh a của nó theo hệ số tỉ lệ là 4.
- Do $C = 2\pi R$ nên chu vi C của đường tròn tỉ lệ thuận với bán kính R của nó theo hệ số tỉ lệ là 2π .
- Do $S = \pi R^2$ nên diện tích S và bán kính R của hình tròn không tỉ lệ thuận với nhau.
- Ta có $s = v_0 t$ nên quãng đường s và thời gian t là hai đại lượng tỉ lệ thuận theo hệ số tỉ lệ là v_0 .

Bài 2. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	4	-12	-20	2	16
y	-1	3	5	-0,5	4

Hỏi hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không? Vì sao?

Lời giải:

Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{-1} = \frac{-12}{3} = \frac{-20}{5} = \frac{2}{-0,5} = -4 \text{ nhưng } \frac{16}{4} = 4 \neq -4$$

Vậy hai đại lượng x và y không tỉ lệ thuận với nhau.

Bài 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Hình chữ nhật có một cạnh bằng 5 cm thì diện tích $s\text{ cm}^2$ và cạnh còn lại $x\text{ cm}$ của hình chữ nhật là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- b) Cùng đi một thời gian thì quãng đường $s\text{ km}$ và vận tốc $v\text{ km/h}$ là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- c) Cùng đi một quãng đường thì vận tốc $v\text{ km/h}$ và thời gian $t\text{ h}$ tỉ lệ thuận với nhau.

Lời giải:

a) Đúng, vì $s = 5x$

b) Đúng, vì $s_0 = t_0 v$ (t_0 là thời gian cho trước)

c) Sai, vì $s_0 = vt \Leftrightarrow v = \frac{s_0}{t}$, v và t tỉ lệ nghịch với nhau

Bài 4. Hai đại lượng u và v có tỉ lệ thuận với nhau hay không trong mỗi bảng sau?

a)

u	-1	-2	0	2	4	-1,5
v	2,5	5	0	-5	-10	3,75

b)

u	-2	-1	0	3	4	6
v	10	5	0	-15	-15	-30

Lời giải:

a) Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy:

$$\frac{u}{v} = \frac{-1}{2,5} = \frac{-2}{5} = \frac{2}{-5} = \frac{4}{-10} = \frac{-1,5}{3,75} = -0,4$$

Vậy hai đại lượng u và v tỉ lệ thuận với nhau.

b) Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy:

$$\frac{u}{v} = \frac{-2}{10} = \frac{-1}{5} = \frac{3}{-15} = \frac{6}{-30} \neq \frac{4}{-15}$$

Vậy hai đại lượng u và v không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Bài 5. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không nếu:

a)

x	1	2	3	4	5
y	9	18	27	36	45

b)

x	1	2	5	6	9
y	12	24	60	72	90

Lời giải:

a) Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27} = \frac{4}{36} = \frac{5}{45}$$

Vậy hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau.

b) Xét tỉ số các giá trị tương ứng của hai đại lượng ta thấy

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{5}{60} = \frac{6}{72} \neq \frac{9}{90}$$

Vậy hai đại lượng x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

• Thông hiểu

Bài 6. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền các số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-3	-2	1	2	5
y		7			

Lời giải:

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $y = kx$

Cột thứ hai cho ta biết khi $x = -2$ thì $y = 7$, do đó ta có: $-2k = 7 \Rightarrow k = -3,5$

Vậy $y = -3,5x$

Từ đó ta tính được giá trị còn lại trong bảng sau:

x	-3	-2	1	2	5
y	-10,5	7	-3,5	-7	-17,5

Bài 7. Mỗi con ruồi có 6 cái chân. Điền số thích hợp vào ô trống:

Số con ruồi	1	4		17	42	
Số chân ruồi			42			438

Lời giải:

Vì số con ruồi và số chân ruồi là hai đại lượng tỉ lệ thuận có hệ số tỉ lệ là 6

Gọi số con ruồi là x , số chân ruồi là y , khi đó x và y liên hệ với nhau bởi công thức $y = 6x$.

Từ đó ta tính được giá trị còn lại trong bảng sau:

Số con ruồi	1	4	7	17	42	73
Số chân ruồi	6	24	42	102	252	438

Bài 8. Một cửa hàng áo thời trang đã tăng giá các loại áo thêm 7%. Điền số thích hợp vào ô trống của bảng sau:

Giá gốc (đồng)	234000		4270000	
Tăng thêm (đồng)		28000		61600
Giá sau khi tăng (đồng)				

Lời giải:

Gọi giá gốc là x , tăng thêm là y , khi đó x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và liên hệ với nhau bởi công thức $y = 7\%x$

Từ đó ta tính được giá trị còn lại trong bảng sau

Giá gốc (đồng)	234000	400000	4270000	880000
Tăng thêm (đồng)	16380	28000	298900	61600
Giá sau khi tăng (đồng)	250380	428000	4568900	941600

Bài 9. Biết thời gian di chuyển là 20 phút. Điền số thích hợp vào ô trống của bảng dưới đây

Vận tốc (km/h)	60	30	24	15	12	6
Quãng đường (km)						

Lời giải:

Vì quãng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ thuận, gọi vận tốc là v (km/h) và quãng đường là s (km)

$$\text{Đổi } 20 \text{ phút} = \frac{1}{3} \text{ giờ}$$

Ta có công thức liên hệ giữa s và v là: $s = \frac{1}{3}v$

Từ đó ta tính được giá trị còn lại trong bảng sau

Vận tốc (km/h)	60	30	24	15	12	6
Quãng đường (km)	20	10	8	5	4	2

Bài 10. Thay cho việc đo chiều dài các cuộn dây thép người ta thường cân chúng. Cho biết mỗi mét dây nặng 25 gam.

a) Giả sử x mét dây nặng y gam. Hãy biểu diễn y theo x

b) Cuộn dây dài bao nhiêu mét biết rằng nó nặng 4,5kg

Lời giải:

a) Vì khối lượng của cuộn dây thép tỉ lệ thuận với chiều dài nên $y = kx$

Theo đề bài ta có $y = 25$ (g) thì $x = 1$ (m)

Thay vào công thức ta được $25 = k.1 \Rightarrow k = 25$

Vậy $y = 25x$

b) Vì $y = 25x$ nên khi $y = 4,5kg = 4500g$

$$\Rightarrow x = 4500 : 25 = 180 \text{ m}$$

Vậy cuộn dây dài 180m

• **Vận dụng thấp**

Bài 11. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

a) Biết rằng hiệu hai giá trị nào đó của x là 6 và hiệu hai giá trị tương ứng của y là -3 . Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-2	$-\frac{1}{2}$		0		
y			-1		8	-6

Lời giải:

a) Gọi các giá trị của x là x_1, x_2 với $x_1 - x_2 = 6$; các giá trị tương ứng của y là y_1, y_2 với $y_1 - y_2 = -3$. Theo tính chất của hai đại lượng tỉ lệ thuận ta có:

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy công thức liên hệ giữa y và x là $y = -\frac{1}{2}x$.

b) Từ công thức $y = -\frac{1}{2}x$ ta có:

$$\text{Với } x = -2 \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot (-2) = 1;$$

$$\text{Với } x = -\frac{1}{2} \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4};$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì } y = -\frac{1}{2} \cdot 0 = 0.$$

Từ $y = -\frac{1}{2}x$ suy ra $x = -2y$, ta có:

Với $y = -1$ thì $x = -2 \cdot -1 = 2$;

Với $y = 8$ thì $x = -2 \cdot 8 = -16$;

Với $y = -6$ thì $x = -2 \cdot -6 = 12$.

Ta có kết quả ghi trong bảng như sau:

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2	0	-16	12
y	1	$\frac{1}{4}$	-1	0	8	-6

Bài 12

Giả sử $x; y$ là hai đại lượng tỉ lệ thuận với $x_1; x_2$ là hai giá trị tương ứng của x , $y_1; y_2$ là hai giá trị tương ứng của y .

a) Tính x_2 biết $x_1 = 1\frac{4}{7}$; $y_1 = 5\frac{1}{2}$; $y_2 = -2\frac{1}{3}$

b) Tìm $x_1; y_1$ biết $2y_1 + 3x_1 = 20$; $x_2 = -6$; $y_2 = -4$

Lời giải:

a) Ta có $x; y$ là hai đại lượng tỉ lệ thuận với $x_1; x_2$ là hai giá trị tương ứng của x , $y_1; y_2$ là hai giá trị tương ứng của y nên $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

Với $x_1 = 1\frac{4}{7} = \frac{11}{7}$; $y_1 = 5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$; $y_2 = -2\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$ ta có $\frac{11}{7} : \frac{11}{2} = x_2 : \frac{-7}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{7} = x_2 \cdot \frac{-3}{7}$

Suy ra: $x_2 = \frac{2}{7} : \frac{-3}{7} = \frac{-2}{3}$

Vậy $x_2 = \frac{-2}{3}$

b) Ta có $x; y$ là hai đại lượng tỉ lệ thuận với $x_1; x_2$ là hai giá trị tương ứng của x , $y_1; y_2$ là hai giá trị tương ứng của y nên $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{2y_1 + 3x_1}{2y_2 + 3x_2} = \frac{20}{2 \cdot (-4) + 3 \cdot (-6)} = \frac{20}{-26} = \frac{-10}{13}$$

Với $\frac{x_1}{x_2} = \frac{-10}{13}$ thì $\frac{x_1}{-6} = \frac{-10}{13} \Rightarrow x_1 = \frac{60}{13}$

Với $\frac{y_1}{y_2} = \frac{-10}{13}$ thì $\frac{y_1}{-4} = \frac{-10}{13} \Rightarrow y_1 = \frac{40}{13}$

Vậy $x_1 = \frac{60}{13}$ và $y_1 = \frac{40}{13}$

Bài 13

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Biết hai giá trị x_1 và x_2 của x có tổng bằng 15 và hai giá trị tương ứng y_1 và y_2 của y có tổng bằng -20 .

a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b) Tính giá trị của y khi $x = 1,5$.

c) Tính giá trị của x khi $y = -10$.

Lời giải:

a) Vì các giá trị tương ứng x_1 và x_2 của x có tổng bằng 15 nên ta có $x_1 + x_2 = 15$; hai giá trị tương ứng y_1 và y_2 của y có tổng bằng -20 nên ta có: $y_1 + y_2 = -20$

Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có:

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{-20}{15} = -\frac{4}{3}.$$

Vậy công thức liên hệ giữa y và x là $y = -\frac{4}{3}x$.

b) Từ công thức $y = -\frac{4}{3}x$ ta có:

$$\text{Với } x = 1,5 \text{ thì } y = -\frac{4}{3} \cdot 1,5 = -2;$$

c) Từ $y = -\frac{4}{3}x$ suy ra $x = -\frac{3}{4}y$, ta có:

$$\text{Với } y = -10 \text{ thì } x = -\frac{3}{4} \cdot -10 = 7,5;$$

Bài 14. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x thỏa mãn điều kiện $2x_1 - 3x_2 = 42,5$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y thỏa mãn điều kiện

$2y_1 - 3y_2 = -8,5$. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

Lời giải:

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có:

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{2y_1}{2x_1} = \frac{3y_2}{3x_2} = \frac{2y_1 - 3y_2}{2x_1 - 3x_2} = \frac{-8,5}{42,5} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Vậy } y = -\frac{1}{5}x$$

Bài 15. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận: x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Tính x_1, y_1 biết $2y_1 + 3x_1 = 22, x_2 = 4, y_2 = 16$

Lời giải:

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2y_1}{2y_2} = \frac{3x_1}{3x_2} = \frac{2y_1 + 3x_1}{2y_2 + 3x_2} = \frac{22}{2 \cdot 16 + 3 \cdot 4} = \frac{22}{44} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2; y_1 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

Dạng 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận

I. Phương pháp giải:

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, trước hết ta cần xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng, rồi áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = a; \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

Và tính chất của tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

II. Bài toán.

• Nhận biết

Bài 16.

Một đoạn dây thép dài $6m$ nặng 75 gam . Để bán $100m$ dây thép này thì người bán cần phải cân cho khách hàng bao nhiêu gam?

Lời giải:

Gọi khối lượng $100m$ dây thép là $x\text{ gam}$ $x > 0$

Do chiều dài của dây thép tỉ lệ thuận với khối lượng của nó nên:

$$\frac{6}{100} = \frac{75}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 75}{6} = 1250\text{ g}$$

Vậy người bán cần phải cân cho khách là 1250 gam dây thép

Bài 17.

Cứ xay 100kg thóc thì được 60kg gạo. Hỏi muốn có 3 tạ gạo thì phải xay bao nhiêu tạ thóc?

Lời giải:

Gọi khối lượng khối lượng thóc cần có để xay 3 tạ gạo là x tạ $x > 0$

Do khối lượng gạo và khối lượng thóc tỉ lệ thuận với nhau nên:

$$\frac{100}{60} = \frac{x}{3} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 3}{60} = 5\text{ (tạ)}$$

Vậy muốn có 3 tạ gạo thì cần phải có 5 tạ thóc

Bài 18.

Một công nhân may trong 5 giờ được 20 cái áo. Hỏi trong 8 giờ người đó may được bao nhiêu cái áo?

Lời giải:

Gọi số áo may được trong 8 giờ là x cái $x > 0$

Do thời gian và số lượng áo tỉ lệ thuận với nhau nên:

$$\frac{20}{5} = \frac{x}{8} \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot 8}{5} = 32\text{ (cái)}$$

Vậy trong 8 giờ thì người đó may được 32 cái áo

Bài 19.

Quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên trên một bản đồ tỉ lệ xích $1:2000000$ bằng 4 cm .

Tính quãng đường đó trong thực tế?

Lời giải:

Gọi y là khoảng cách trên bản đồ và x là khoảng cách thực tế

Khoảng cách y trên bản đồ và khoảng cách tương ứng x trên thực tế tỉ lệ thuận với hệ số tỉ lệ là tỉ lệ xích $1:2000000$

Do đó:

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{2000000} \cdot x \Rightarrow x &= y \cdot 2000000 = 4 \cdot 2000000 \\ &= 8000000\text{ cm} = 80\text{ km} \end{aligned}$$

Trong thực tế quãng đường Hà Nội – Thái Nguyên dài 80 km

Bài 20.

3 lít nước biển chứa 105 gam muối. Hỏi 150 lít nước biển chứa bao nhiêu kilôgam muối?

Lời giải:

Gọi x là số kilôgam muối chứa trong 150 lít nước biển. Vì lượng nước biển và lượng muối chứa trong nước biển là hai đại lượng tỉ lệ thuận, nên theo tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận ta có:

$$\frac{x}{105} = \frac{150}{3}, \text{ suy ra } x = \frac{105 \cdot 150}{3} = 5250 \text{ g}$$

Vậy 150 lít nước biển chứa 5250 g muối hay 5,250 kg muối.

• Thông hiểu

Bài 21.

Một người đi xe máy từ A đến B mất 15 phút. Một người đi xe đạp từ B đến A mất 1 giờ. Hỏi nếu hai người khởi hành cùng một lúc thì bao lâu họ gặp nhau?

Lời giải:

Gọi quãng đường và vận tốc của người đi xe máy từ A đã đi lần lượt là s_1 và v_1 ;

Quãng đường và vận tốc của người đi xe đạp từ B đã đi lần lượt là s_2 và v_2 .

Trong cùng một thời gian, quãng đường đi được tỉ lệ thuận với vận tốc nên ta có:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Gọi độ dài quãng đường AB là s km thì:

$$s = \frac{1}{4}v_1 = v_2; s_1 + s_2 = s \text{ (vì 15 phút} = \frac{1}{4} \text{ giờ)}$$

$$\text{Suy ra } v_1 = 4s; v_2 = s$$

Gọi t là thời gian phải tìm, ta có:

$$t = \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{s_1 + s_2}{v_1 + v_2} = \frac{s}{4s + s} = \frac{1}{5} \text{ (giờ)} = 12 \text{ (phút)}$$

Bài 22.

Hai đội xe vận tải cùng chuyên chở hàng hóa. Mỗi xe cùng chở một số chuyến như nhau và khối lượng chở mỗi chuyến bằng nhau. Đội I có 13 xe, đội II có 15 xe, đội II chở nhiều hơn đội I là 26 tấn hàng. Hỏi mỗi đội xe chuyên chở bao nhiêu tấn hàng?

Lời giải:

Gọi lượng hàng đội I và đội II thứ tự chở là x, y tấn $x, y > 0$

Theo bài ra đội II chở nhiều hơn đội I là 26 tấn hàng nên ta có: $y - x = 26$

Do số lượng xe tỉ lệ thuận với số tấn hàng chở được nên

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{15} = \frac{y - x}{15 - 13} = \frac{26}{2} = 13$$

$$\text{Suy ra: } x = 13 \cdot 13 = 169 \text{ TM}; y = 15 \cdot 13 = 195 \text{ TM}$$

Vậy đội I chở 169 tấn hàng; đội II chở 195 tấn hàng

Bài 23.

Đồng bạch là một loại hợp kim của niken, kẽm và đồng với khối lượng mỗi loại tỉ lệ thuận với 3; 4 và 13. Hỏi cần bao nhiêu kilôgam niken, kẽm và đồng để sản xuất được 240 kg đồng bạch?

Lời giải:

Gọi x, y, z theo thứ tự là khối lượng niken, kẽm, đồng $x, y, z > 0, \text{ kg}$

Theo đề ra mỗi loại tỉ lệ thuận với 3; 4 và 13 nên ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{13} \text{ và } x + y + z = 240$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{13} = \frac{x+y+z}{3+4+13} = \frac{240}{20} = 12$$

Suy ra:

$$x = 36 \text{ kg (TMĐK)}$$

$$y = 48 \text{ kg (TMĐK)}$$

$$z = 156 \text{ kg (TMĐK)}$$

Vậy cần 36kg niken, 48kg kẽm và 156kg đồng để sản xuất được 240kg đồng bạch

Bài 24.

Tổng số tiền điện phải trả của ba hộ sử dụng điện trong một tháng là 550000 đồng. Biết rằng số điện năng tiêu thụ của ba hộ tỉ lệ với 5;7;8. Tính số tiền điện mỗi hộ phải trả?

Lời giải:

Gọi x, y, z theo thứ tự là số tiền điện phải trả của mỗi hộ ($x, y, z > 0$, đồng)

Theo đề ra, số điện năng tiêu thụ của ba hộ tỉ lệ với 5;7;8 nên ta có:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} \text{ và } x + y + z = 550000$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8} = \frac{x+y+z}{5+7+8} = \frac{550000}{20} = 27500$$

Suy ra:

$$x = 137500 \text{ đồng (TMĐK)}$$

$$y = 192500 \text{ đồng (TMĐK)}$$

$$z = 220000 \text{ đồng (TMĐK)}$$

Vậy số tiền mỗi hộ phải trả theo thứ tự là 137500đ, 192500đ; 220000 đ

Bài 25.

Ba bể chứa nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng nhau, còn chiều cao tỉ lệ với 1,5;1,25;2. Người ta dùng ba máy bơm công suất như nhau để bơm nước vào đầy ba bể. Hỏi thời gian để bơm đầy nước vào mỗi bể, biết rằng thời gian bơm đầy bể lớn nhất nhiều hơn thời gian bơm đầy bể nhỏ nhất là 1 giờ?

Lời giải:

Vì đáy của ba bể có diện tích bằng nhau nên thể tích của chúng tỉ lệ thuận với chiều cao của mỗi bể. Thời gian bơm đầy bể lại tỉ lệ thuận với thể tích các bể.

Do đó, gọi thời gian tương ứng bơm đầy các bể là x (giờ), y (giờ), z (giờ) ta có:

$$\frac{x}{1,5} = \frac{y}{1,25} = \frac{z}{2} \text{ và } z - y = 1$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{1,5} = \frac{y}{1,25} = \frac{z}{2} = \frac{z-y}{2-1,25} = \frac{1}{0,75} = \frac{4}{3}$$

Suy ra:

$$x = 2 \text{ giờ}$$

$$y = \frac{5}{3} \text{ giờ}$$

$$z = \frac{8}{3} \text{ giờ}$$

Vậy số tiền mỗi máy bơm để bơm đầy bể thì hết thời gian theo thứ tự là 2 giờ, $\frac{5}{3}$ giờ; $\frac{8}{3}$ giờ

• Vận dụng thấp

Bài 26.

Ba tấm vải dài tổng cộng $210m$. Sau khi bán đi $\frac{1}{7}$ tấm vải thứ nhất, $\frac{2}{11}$ tấm vải thứ hai và $\frac{1}{3}$ tấm vải thứ ba thì chiều dài còn lại của ba tấm vải bằng nhau. Hỏi mỗi tấm vải lúc đầu dài bao nhiêu mét?

Lời giải:

Gọi chiều dài của tấm vải thứ nhất, thứ hai, thứ ba tính theo mét lúc đầu lần lượt là x, y, z .

Theo đề bài ta có:

$$\frac{6x}{7} = \frac{9y}{11} = \frac{2z}{3} \text{ và } x + y + z = 210$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{63} = \frac{y}{66} = \frac{z}{81} \text{ và } x + y + z = 210$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{63} = \frac{y}{66} = \frac{z}{81} = \frac{x+y+z}{210} = \frac{210}{210} = 1$$

Suy ra:

$$x = 63m$$

$$y = 66m$$

$$z = 81m$$

Vậy mỗi tấm vải lúc đầu dài lần lượt là $63m, 66m, 81m$

Bài 27.

Trên quãng đường AB dài $31,5km$, Nam đi từ A đến B , cùng lúc đó Bắc đi từ B đến A . Vận tốc của Nam so với vận tốc của Bắc là $2:3$. Đến lúc gặp nhau thời gian Nam đã đi so với thời gian Bắc đã đi là $3:4$. Tính quãng đường mỗi người đã đi đến lúc gặp nhau?

Lời giải:

Gọi $v_1, v_2, t_1, t_2, S_1, S_2$ lần lượt là vận tốc, thời gian, quãng đường của Nam và Bắc từ lúc đi đến lúc gặp nhau. Theo đề bài ta có:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}; \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{4} \text{ và } S_1 + S_2 = 31,5$$

$$\text{Hay } \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} = \frac{2.3}{3.4} = \frac{1}{2} \text{ và } S_1 + S_2 = 31,5$$

$$\text{Suy ra: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2} \text{ và } S_1 + S_2 = 31,5$$

Suy ra:

$$S_1 = 10,5km$$

$$S_2 = 21km$$

Vậy quãng đường Nam và Bắc đã đi đến lúc gặp nhau lần lượt là $10,5km$ và $21km$

Bài 28.

Vận tốc riêng của một ca nô là $21km/h$, vận tốc dòng sông là $3km/h$. Hỏi với thời gian để ca nô chạy ngược dòng sông được $30km$ thì ca nô chạy xuôi dòng được bao nhiêu kilômét?

Lời giải:

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là $21+3=24 km/h$.

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là $21-3=18 km/h$

Gọi x là quãng đường ca nô di chuyển khi xuôi dòng

Trong cùng một thời gian thì quãng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ thuận

$$\text{Ta có } \frac{18}{24} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 30}{18} = 40 \text{ km}$$

Vậy ca nô xuôi dòng được 40km

Bài 29.

Một đội thủy lợi có 10 người làm trong 8 ngày đào đắp được $200m^3$ đất. Một đội khác có 12 người làm trong 7 ngày thì đào đắp được bao nhiêu mét khối đất? (Giả thiết năng suất của mỗi người đều như nhau).

Lời giải:

10 người làm 8 ngày được $10 \cdot 8 = 80$ (công)

12 người làm 7 ngày được $12 \cdot 7 = 84$ (công)

Gọi x là số mét khối đất mà 12 người đã đào đắp được trong 7 ngày

Với năng suất không đổi thì số đất đào đắp được tỉ lệ thuận với số ngày công, do đó:

$$\frac{80}{84} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = \frac{84 \cdot 200}{80} = 210$$

Vậy 12 người đào trong 7 ngày được $210m^3$ đất

Bài 30.

Hai bể nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng nhau. Biết hiệu thể tích nước trong hai bể là $1,8m^3$; hiệu chiều cao nước trong hai bể là $0,6m$. Tính diện tích đáy của mỗi bể.

Lời giải:

Gọi V_1 và V_2 là thể tích nước trong hai bể; h_1 và h_2 là chiều cao nước trong hai bể đó. Khi diện tích đáy như nhau thì thể tích và chiều cao tỉ lệ thuận với nhau, do đó:

$$\frac{V_1}{h_1} = \frac{V_2}{h_2} = S \quad (S \text{ là diện tích đáy bể})$$

$$\text{Suy ra } S = \frac{V_1 - V_2}{h_1 - h_2} = \frac{1,8}{0,6} = 3 \text{ m}^2$$

Vậy diện tích đáy mỗi bể là $3m^2$

• Vận dụng cao

Bài 31*.

Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc $65km/h$, cùng lúc đó một xe máy chạy từ B đến A với vận tốc $40km/h$. Biết khoảng cách AB là $540km$ và M là trung điểm của AB. Hỏi sau khi khởi hành bao lâu thì ô tô cách M một khoảng bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ xe máy đến M.?

Lời giải:

Quãng đường AB dài $540km$; nửa quãng đường AB dài $270km$. Gọi quãng đường ô tô và xe máy đã đi là s_1, s_2 .

Trong cùng một thời gian thì quãng đường tỉ lệ thuận với vận tốc do đó $\frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{v_2} = t$ (t chính là thời gian cần tìm)

$$t = \frac{270 - a}{65} = \frac{270 - 2a}{40};$$

$$t = \frac{540 - 2a}{130} = \frac{270 - 2a}{40} = \frac{540 - 2a - 270 + 2a}{130 - 40} = \frac{270}{90} = 3$$

Vậy sau khi khởi hành 3 giờ thì ô tô cách M một khoảng bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ xe máy đến M.

Bài 32*.

Cứ 100kg thóc cho 65kg gạo. Chất bột chứa trong gạo là 80%.

a) Hỏi trong 30kg thóc có bao nhiêu kilôgam chất bột?

b) Từ 1kg gạo người ta làm được 2,2kg bún tươi. Hỏi để làm ra 14,3 kg bún tươi cần bao nhiêu kilôgam thóc?

Lời giải:

a) Gọi x là số lượng gạo có trong 30kg thóc ($x > 0, kg$)

Vì thóc và gạo là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$$\frac{30}{x} = \frac{100}{65}, \text{ suy ra } x = \frac{30.65}{100} = 19,5 \text{ kg}$$

Gọi y là chất bột chứa trong 19,5kg gạo ($y > 0, kg$)

Vì gạo và bột là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$$\frac{100}{80} = \frac{19,5}{y}, \text{ suy ra } y = \frac{19,5.80}{100} = 15,6 \text{ kg}$$

Vậy trong 30kg thóc có 15,6kg chất bột.

b) Từ 1kg gạo làm được 2,2kg bún tươi, suy ra gạo và bún tươi tỉ lệ thuận với nhau

Gọi khối lượng gạo cần là a , ta có: $\frac{a}{14,3} = \frac{1}{2,2} \Rightarrow a = \frac{14,3.1}{2,2} = 6,5 \text{ kg}$

Gọi khối lượng thóc phải có là b , ta có: $\frac{b}{6,5} = \frac{100}{65} \Rightarrow b = \frac{100.6,5}{65} = 10 \text{ kg}$

Vậy để sản xuất ra 14,3kg bún tươi cần có 10kg thóc.

Bài 33*.

Một cửa hàng có ba khúc vải cùng khổ và có tổng độ dài là 86,1m. Khi bán 28% khúc vải thứ nhất, 40% khúc vải thứ hai và 64% khúc vải thứ ba thì chiều dài ba khúc vải còn lại bằng nhau. Hỏi chiều dài mỗi khúc vải khi chưa bán?

Lời giải:

Gọi chiều dài của ba khúc vải khi chưa bán là x, y, z ($x, y, z > 0, m$)

Sau khi bán, chiều dài các khúc vải còn lại bằng nhau nên ta có:

$$72\%x = 60\%y = 36\%z \text{ và } x + y + z = 86,1$$

$$\text{Suy ra } x : y : z = 5 : 6 : 10 \text{ và } x + y + z = 86,1$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{10} = \frac{x+y+z}{5+6+10} = \frac{86,1}{21} = 4,1$$

Suy ra:

$$x = 20,5m$$

$$y = 24,6m$$

$$z = 41m$$

Vậy chiều dài ba khúc vải lần lượt là 20,5m; 24,6m; 41m

Bài 34*.

Một nông trường trồng rừng phòng hộ vào ba lô đất. Biết diện tích lô thứ nhất bằng 40% diện tích của cả ba lô. Còn diện tích của lô đất thứ hai và thứ ba tỉ lệ theo 1,5 và 1, 3. Nếu diện tích lô thứ nhất lớn hơn diện tích lô thứ ba là 12ha, thì diện tích của cả ba lô là bao nhiêu hecta?

Lời giải:

Gọi diện tích ba lô đất lần lượt là x, y, z ($x, y, z > 0, ha$)

Theo đề bài ta có:

$$x = 40\% \ x + y + z$$

$$y : z = 1,5 : 1, \ 3 = 9 : 8$$

$$x - z = 12 \text{ ha}$$

Suy ra:

$$x = \frac{2}{5} \ x + y + z \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x + y + z}{5} = \frac{y + z}{3} \quad 1$$

$$\frac{y}{9} = \frac{z}{8} = \frac{y + z}{17} \quad 2$$

Từ 1 và 2 suy ra: $\frac{x}{34} = \frac{y + z}{51} = \frac{y}{27} = \frac{z}{24}$

Ta có: $\frac{x}{34} = \frac{y}{27} = \frac{z}{24} = \frac{x + y + z}{85} = \frac{x - z}{10} = \frac{12}{10} = 1,2$

Vậy diện tích cả ba lô đất bằng: $x + y + z = 1,2.85 = 102 \text{ ha}$

Bài 35*.

Anh hơn em 3 tuổi. Tìm tuổi anh và tuổi em, biết tuổi anh hiện nay bằng 2 lần tuổi em khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay ?

Lời giải:

	Hiện nay	Trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay
Tuổi anh	x	y
Tuổi em	y	$y - 3$

Gọi tuổi anh và tuổi em hiện nay là x và y $x, y \in N, x > y > 0$

Anh hơn em 3 tuổi, nên ta có $x = y + 3$

Khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay, thì tuổi anh là y và tuổi em là $y - 3$

Biết tuổi anh hiện nay bằng 2 lần tuổi em khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay, ta có tỉ lệ:

$$\frac{x}{2} = \frac{y - 3}{1} \text{ mà } x = y + 3 \Rightarrow \frac{y + 3}{2} = \frac{y - 3}{1}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{y + 3}{2} = \frac{y - 3}{1} = \frac{6}{1} = 6 \Rightarrow y = 9 \text{ và } x = 12$$

Vậy tuổi anh bằng 12 tuổi em bằng 9.

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng

Bài 1.

Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu:

a)

x	-2	-1	1	2	3
y	-8	-4	4	8	12

b)

x	1	2	3	4	5
y	22	44	66	88	100

Bài 2.

Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{3}{4}$. Tính giá trị của y khi $x = -8$; $x = \frac{4}{9}$

Bài 3.

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-6		-5		6,5
y		-1,1	1	0,8	

Bài 4.

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau theo bảng dưới đây:

x	-1	2	3	5	9
y			12		

1. Điền số thích hợp vào các ô trống;
2. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ nào? Viết công thức;
3. x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào? Viết công thức.

Bài 5.

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Tìm hệ số tỉ lệ y đối với x biết rằng

1. Với hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng nhận giá trị bằng 8 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 có tổng bằng 4.
2. Với hai giá trị x_1, x_2 của x có hiệu $x_1 - x_2 = 3$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 có cho hiệu $y_1 - y_2 = 6$.

Bài 6.

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1 và x_2 là hai giá trị khác nhau của x , y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

- a) Tính x_1 , biết $y_1 = -3; y_2 = -2; x_2 = 5$;
- b) Tính x_2, y_2 biết $x_2 + y_2 = 10; x_1 = 2; y_1 = 3$

Bài 7.

Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ a , y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ b (a và b khác 0)

Hãy chứng tỏ rằng x tỉ lệ thuận với z và tìm hệ số tỉ lệ.

Bài 8.

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận: x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị khác nhau của y . Tính x_1, y_1 biết $y_1 - x_1 = \frac{-1}{4}$, $x_2 = \frac{4}{5}$, $y_2 = \frac{8}{15}$.

Dạng 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận

Bài 1.

Khi xát 100kg thóc thì được 62kg gạo. Hỏi phải xát bao nhiêu kilôgam thóc để được 155kg gạo?

Bài 2.

Biết rằng 21 lít dầu hỏa nặng 16,8kg. Hỏi 19kg dầu hỏa có chứa được vào chiếc can 23 lít không?

Bài 3.

Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 3:4:6. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền nếu tổng số tiền lãi là 650 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số tiền được đóng góp?

Bài 4.

Ba công nhân có năng suất lao động tương ứng tỉ lệ với 3,5,7. Tính tổng số tiền ba người được hưởng, nếu biết:

- a) Tổng số tiền thưởng của người thứ nhất và người thứ hai là 5,6 triệu đồng.
b) Số tiền thưởng của người thứ ba nhiều hơn số tiền thưởng của người thứ nhất là 2 triệu đồng.

Bài 5.

Biết rằng cứ 12kg lúa mì cho ra 11kg bột mì, còn từ 10kg bột mì sẽ làm ra 13kg bánh mì.

- a) Từ 1440kg lúa mì sẽ làm ra bao nhiêu kilôgam bánh mì?
b) Cần bao nhiêu kilôgam bột mì để làm ra 260 kg bánh mì?

Bài 6.

Một quả trứng đà điều làm món trứng tráng tương đương với 24 quả trứng gà. Với 6 quả trứng gà đủ làm món trứng tráng cho 5 người ăn. Hỏi cần bao nhiêu quả trứng đà điều làm món trứng tráng cho 100 người ăn

Bài 7.

Một xe đạp và một xe máy cùng đi một lúc từ thành phố A đến thành phố B. Vì vận tốc của xe đạp nhỏ hơn vận tốc của xe máy là 18km/h , nên khi xe máy đến B thì xe đạp mới tới C, cách B một quãng đường bằng 0,6 lần quãng đường. Tìm vận tốc mỗi xe.

Bài 8.

Một số M được chia làm 3 phần sao cho phần thứ nhất và phần thứ hai tỉ lệ thuận với 5 và 6; phần thứ hai và phần thứ ba tỉ lệ thuận với 8 và 9. Biết phần thứ ba hơn phần thứ hai là 150. Tìm số M.

Bài 9.

Để làm ra 10 bát chè nhãn lồng hạt sen, nguyên liệu chính cần có 80 quả nhãn lồng và 300 gam đường. Một cửa hàng chè, ngày Thứ Hai bán được 240 bát chè, ngày Thứ Ba bán được 150 bát và ngày Thứ Tư bán được 180 bát.

- a) Tính số đường cần dùng cho các ngày Thứ Hai, Thứ Ba, Thứ Tư
b) Nếu cửa hàng đã mua sẵn 21kg đường, thì với số đường còn lại sẽ làm được bao nhiêu bát chè và cần sử dụng bao nhiêu quả nhãn lồng?

Bài 10.

Nem rán là một món đặc sản mang đậm hương vị dân tộc. Trong mâm cỗ dịp lễ, tết cổ truyền của người Việt Nam không thể thiếu được món nem. Để chuẩn bị món nem rán cho 6 mâm cỗ, bên cạnh các loại rau và gia vị, thì nguyên liệu chính là 2kg thịt lợn vai và 3 quả trứng gà.

- a) Hỏi cần bao nhiêu kilôgam thịt lợn vai và trứng gà để chuẩn bị cho 120 mâm cỗ?
b) Nếu mua ở siêu thị 12 hộp trứng gà (10 quả/hộp) thì phải mua bao nhiêu kilôgam thịt lợn vai và sẽ làm được bao nhiêu mâm cỗ khi sử dụng hết chỗ trứng gà đó để làm món nem rán?

Bài

ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1.

- a) Có
b) Không

Bài 2.

$$y = \frac{3}{4}x;$$

$$\text{Với } x = -8 \text{ thì } y = \frac{3}{4} \cdot -8 = -6$$

$$\text{Với } x = \frac{4}{9} \text{ thì } y = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$$

Bài 3.

x	-6	5,5	-5	-0,4	6,5
y	1,2	-1,1	1	0,8	-1,3

Bài 4.

x	-1	2	3	5	9
y	-4	8	12	20	36

1. Điền số thích hợp vào các ô trống;
2. y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ : 4; Công thức $y = 4x$
3. x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ : $\frac{1}{4}$; Công thức $x = \frac{1}{4}y$.

Bài 5.

1. Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và $x_1 + x_2 = 8; y_1 + y_2 = 4$ nên ta có:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = \frac{8}{4} = 2$$

Vậy hệ số tỉ lệ của y đối với x là 2

Với hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng nhận giá trị bằng 8 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 có tổng bằng 4.

2. Với hai giá trị x_1, x_2 của x có hiệu $x_1 - x_2 = 3$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 có cho hiệu $y_1 - y_2 = 6$.

Bài 6.

a. Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và $y_1 = -3; y_2 = -2; x_2 = 5$ nên ta có:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \Rightarrow \frac{x_1}{-3} = \frac{5}{-2} \Rightarrow x_1 = \frac{15}{2}$$

b. Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và $x_2 + y_2 = 10; x_1 = 2; y_1 = 3$ nên ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Suy ra

$$x_2 = 1$$

$$y_2 = \frac{3}{2}$$

Bài 7.

x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ a , suy ra $x = ay$

y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ b , suy ra $y = bz$

Vậy $x = a.b.z$

x tỉ lệ thuận với z với hệ số tỉ lệ ab

Bài 8.

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận: x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị khác nhau của y . Tính x_1, y_1 biết $y_1 - x_1 = \frac{-1}{4}, x_2 = \frac{4}{5}, y_2 = \frac{8}{15}$.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{y_1 - x_1}{y_2 - x_2} = \frac{\frac{-1}{4}}{\frac{8}{15} - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{-1}{4}}{\frac{-4}{15}} = 15$$

Suy ra

$$x_1 = \frac{4}{5} \cdot 15 = 12$$

$$y_1 = \frac{8}{15} \cdot 15 = 8$$

Dạng 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận

Bài 1.

Gọi khối lượng thóc cần có để được 155kg gạo là x tạ $x > 0$

Do khối lượng gạo và khối lượng thóc tỉ lệ thuận với nhau nên:

$$\frac{100}{62} = \frac{x}{155} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 155}{62} = 250 \text{ (kg)}$$

Vậy muốn có 155kg gạo thì cần phải có 250kg thóc

Bài 2.

Gọi 19kg tương ứng với x lít $x > 0$

Do số lít dầu và khối lượng tỉ lệ thuận với nhau nên ta có:

$$\frac{21}{16,8} = \frac{x}{19} \Leftrightarrow x = \frac{21 \cdot 19}{16,8} = 23,75 \text{ (lít)}$$

19kg dầu thì tương ứng với 23,75 lít dầu, nên can 23 lít không chứa hết 19kg dầu hỏa

Bài 3.

Gọi x, y, z theo thứ tự là số tiền mà mỗi đơn vị được chia ($x, y, z > 0$, đồng)

Theo đề ra ba đơn vị góp vốn theo tỉ lệ 3:4:6 nên ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \text{ và } x + y + z = 650$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{x+y+z}{3+4+6} = \frac{650}{13} = 50$$

Suy ra:

$$x = 150 \text{ triệu đồng}$$

$$y = 200 \text{ triệu đồng}$$

$$z = 300 \text{ triệu đồng}$$

Vậy mỗi đơn vị được chia lợi nhuận thứ tự là 150 triệu đồng; 200 triệu đồng; 300 triệu đồng.

Bài 4.

Gọi x, y, z theo thứ tự là số tiền mà mỗi công nhân được thưởng ($x, y, z > 0$, triệu đồng)

Theo đề ra ba công nhân có năng suất lao động tỉ lệ với 3,5,7 nên ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$$

a) Vì tổng số tiền thưởng của người thứ nhất và người thứ hai là 5,6 triệu đồng nên $x + z = 5,6$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+z}{3+7} = \frac{5,6}{10} = 0,56$$

Suy ra:

$$x = 1,68 \text{ triệu đồng}$$

$$y = 2,8 \text{ triệu đồng}$$

$$z = 3,92 \text{ triệu đồng}$$

b) Vì số tiền thưởng của người thứ ba nhiều hơn số tiền thưởng của người thứ nhất là 2 triệu đồng nên ta có: $z - x = 2$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{z-x}{7-3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Suy ra:

$$x = 1,5 \text{ triệu đồng}$$

$$y = 2,5 \text{ triệu đồng}$$

$$z = 3,5 \text{ triệu đồng}$$

Bài 5.

a) Từ 1440kg lúa mì sẽ làm ra 1716kg bánh mì.

b) Cần 200kg bột mì để làm ra 260 kg bánh mì

Bài 6.

Cần 5 quả trứng đà điều làm món trứng tráng cho 100 người ăn.

Bài 7.

Gọi vận tốc của người đi xe đạp từ A đến C là v_1 , vận tốc của người đi xe máy từ A đến B là v_2 . Theo đề bài ta có: $v_2 - v_1 = 18 \text{ km/h}$

Hai xe cùng đi một lúc từ A, một xe tới C và một xe tới B, vì cùng thời gian nên quãng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

$$\text{Ta có } \frac{v_1}{v_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{v_1}{2} = \frac{v_2}{5} = \frac{v_2 - v_1}{5 - 2} = \frac{18}{3} = 6$$

Vậy, vận tốc xe đạp: $v_1 = 6.2 = 12 \text{ km/h}$ và vận tốc xe máy: $v_2 = 6.5 = 30 \text{ km/h}$.

Bài 8.

Gọi ba phần lần lượt là x, y, z .

$$\text{Ta có } \frac{x}{y} = \frac{5}{6} = \frac{20}{24} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{24} \quad 1; \quad \frac{y}{z} = \frac{8}{9} = \frac{24}{27} \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{z}{27} \quad 2$$

$$\text{Từ 1 và 2 suy ra } \frac{x}{20} = \frac{y}{24} = \frac{z}{27} = \frac{z-y}{27-24} = \frac{150}{3} = 50$$

$$\text{Suy ra } \frac{x+y+z}{20+24+27} = 50 \Rightarrow x+y+z = 71.50; M = 3550$$

Bài 9.

a) 10 bát chè cần 300 (gam đường) bằng 0,3 (kg đường)

	Số bát chè	Số đường (kg)
Thứ Hai	240	7,2
Thứ Ba	150	4,5
Thứ Tư	180	5,4
		Tổng = 17,1

b) Mua sẵn 21 kg đường, sau 3 ngày còn 3,9kg đường.

Với số đường đó làm được 130 bát chè và cần đến 1040 quả nhãn lồng.

Bài 10.

a) Để làm 102 mâm cỗ, cần 34kg thịt và 51 quả trứng gà.

b) Mua 12 hộp trứng gà (10 quả/hộp) thì sẽ làm được 240 mâm cỗ, khi đó cần đến 80 kg thịt lạc vai

PHIẾU BÀI TẬP

Dạng 1. Xác định hai đại lượng tỉ lệ thuận, hệ số tỉ lệ và các giá trị tương ứng của chúng

• Nhận biết

Bài 1. Hai đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có tỉ lệ thuận với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

- Chu vi C và cạnh a của hình vuông.
- Chu vi C và bán kính R của hình tròn.
- Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
- Quãng đường s và thời gian t khi đi cùng vận tốc không đổi v_0 .

Bài 2.

Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau:

x	-1	3	5	-0,5	4
y	4	12	-20	2	16

Hỏi hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không? Vì sao?

Bài 3.

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- Hình chữ nhật có một cạnh bằng 5cm thì diện tích $s \text{ cm}^2$ và cạnh kia $x \text{ cm}$ của hình chữ nhật là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- Cùng đi một thời gian thì quãng đường $s \text{ km}$ và vận tốc $v \text{ km/h}$ là hai đại lượng tỉ lệ thuận.
- Cùng đi một quãng đường thì vận tốc $v \text{ km/h}$ và thời gian t tỉ lệ thuận với nhau.

Bài 4.

Hai đại lượng u và v có tỉ lệ thuận với nhau hay không trong mỗi bảng sau?

a)

u	-1	-2	0	2	4	-1,5
v	2,5	5	0	-5	-10	3,75

b)

u	-2	-1	0	3	4	6
v	10	5	0	-15	-15	-30

Bài 5.

Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không nếu:

a)

x	1	2	3	4	5
y	9	18	27	36	45

b)

x	1	2	5	6	9
y	12	24	60	72	90

• Thông hiểu

Bài 6:

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền các số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-3	-2	1	2	5
y		7			

Bài 7:

Mỗi con ruồi có 6 cái chân. Điền số thích hợp vào ô trống:

Số con ruồi	1	4		17	42	
Số chân ruồi			42			438

Bài 8:

Một cửa hàng áo thời trang đã tăng giá các loại áo thêm 7%. Điền số thích hợp vào ô trống của bảng sau

Giá gốc (đồng)	234000		4270000	
Tăng thêm (đồng)		28000		61600
Giá sau khi tăng (đồng)				

Bài 9:

Biết thời gian di chuyển là 20 phút. Điền số thích hợp vào ô trống của bảng dưới đây

Vận tốc (km/h)	60	30	24	15	12	6
Quãng đường (km)						

Bài 10:

Thay cho việc đo chiều dài các cuộn dây thép người ta thường cân chúng. Cho biết mỗi mét dây nặng 25 gam.

- Giả sử x mét dây nặng y gam. Hãy biểu diễn y theo x
- Cuộn dây dài bao nhiêu mét biết rằng nó nặng 4,5kg

• Vận dụng thấp

Bài 11

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

- Biết rằng hiệu hai giá trị nào đó của x là 6 và hiệu hai giá trị tương ứng của y là -3 . Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?
- Từ đó hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-2	$-\frac{1}{2}$		0		
y			-1		8	-6

Bài 12

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

- Biết rằng hiệu hai giá trị nào đó của x là 6 và hiệu hai giá trị tương ứng của y là -3 . Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?
- Từ đó hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-2	$-\frac{1}{2}$		0		
y			-1		8	-6

Bài 13

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau. Biết hai giá trị x_1 và x_2 của x có tổng bằng 15 và hai giá trị tương ứng y_1 và y_2 của y có tổng bằng -20 .

- Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .
- Tính giá trị của y khi $x=1,5$.
- Tính giá trị của x khi $y=-10$.

Bài 14

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x thỏa mãn điều kiện $2x_1 - 3x_2 = 42,5$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y thỏa mãn điều kiện $2y_1 - 3y_2 = -8,5$. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

Bài 15

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận: x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Tính x_1, y_1 biết $2y_1 + 3x_1 = 22, x_2 = 4, y_2 = 16$

Dạng 2. Toán thực tế liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận

• Nhận biết

Bài 16.

Một đoạn dây thép dài $6m$ nặng 75 gam . Để bán $100m$ dây thép này thì người bán cần phải cân cho khách hàng bao nhiêu gam?

Bài 17.

Cứ xay $100kg$ thóc thì được $60kg$ gạo. Hỏi muốn có 3 tạ gạo thì phải xay bao nhiêu tạ thóc

Bài 18.

Một công nhân may trong 5 giờ được 20 cái áo. Hỏi trong 8 giờ người đó may được bao nhiêu cái áo?

Bài 19.

Quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên trên một bản đồ tỉ lệ xích $1:2000000$ bằng 4 cm . Tính quãng đường đó trong thực tế?

Bài 20.

3 lít nước biển chứa 105 gam muối. Hỏi 150 lít nước biển chứa bao nhiêu kilôgam muối?

• Thông hiểu

Bài 21.

Một người đi xe máy từ A đến B mất 15 phút. Một người đi xe đạp từ B đến A mất 1 giờ. Hỏi nếu hai người khởi hành cùng một lúc thì bao lâu họ gặp nhau?

Bài 22.

Hai đội xe vận tải cùng chuyên chở hàng hóa. Mỗi xe cùng chở một số chuyến như nhau và khối lượng chở mỗi chuyến bằng nhau. Đội I có 13 xe, đội II có 15 xe, đội II chở nhiều hơn đội I là 26 tấn hàng. Hỏi mỗi đội xe chuyên chở bao nhiêu tấn hàng?

Bài 23.

Đồng bạch là một loại hợp kim của niken, kẽm và đồng với khối lượng mỗi loại tỉ lệ thuận với $3;4$ và 13 . Hỏi cần bao nhiêu kilôgam niken, kẽm và đồng để sản xuất được $240kg$ đồng bạch?

Bài 24.

Tổng số tiền điện phải trả của ba hộ sử dụng điện trong một tháng là 550000 đồng. Biết rằng số điện năng tiêu thụ của ba hộ tỉ lệ với $5;7;8$. Tính số tiền điện mỗi hộ phải trả?

Bài 25.

Ba bể chứa nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng nhau, còn chiều cao tỉ lệ với $1,5;1,25;2$. Người ta dùng ba máy bơm công suất như nhau để bơm nước vào đầy ba bể. Hỏi thời gian để bơm đầy nước vào mỗi bể, biết rằng thời gian bơm đầy bể lớn nhất nhiều hơn thời gian bơm đầy bể nhỏ nhất là 1 giờ?

• Vận dụng thấp

Bài 26.

Ba tấm vải dài tổng cộng $210m$. Sau khi bán đi $\frac{1}{7}$ tấm vải thứ nhất, $\frac{2}{11}$ tấm vải thứ hai và $\frac{1}{3}$ tấm vải thứ ba thì chiều dài còn lại của ba tấm vải bằng nhau. Hỏi mỗi tấm vải lúc đầu dài bao nhiêu mét?

Bài 27.

Trên quãng đường AB dài $31,5km$, Nam đi từ A đến, cùng lúc đó Bắc đi từ B đến A . Vận tốc của Nam so với vận tốc của Bắc là $2:3$. Đến lúc gặp nhau thời gian Nam đã đi so với thời gian Bắc đã đi là $3:4$. Tính quãng đường mỗi người đã đi đến lúc gặp nhau?

Bài 28.

Vận tốc riêng của một ca nô là $21km/h$, vận tốc dòng sông là $3km/h$. Hỏi với thời gian để ca nô chạy ngược dòng sông được $30km$ thì ca nô chạy xuôi dòng được bao nhiêu kilômét?

Bài 29.

Một đội thủy lợi có 10 người làm trong 8 ngày đào đắp được $200m^3$ đất. Một đội khác có 12 người làm trong 7 ngày thì đào đắp được bao nhiêu mét khối đất? (Giả thiết năng suất của mỗi người đều như nhau).

Bài 30.

Hai bể nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng nhau. Biết hiệu thể tích nước trong hai bể là $1,8m^3$; hiệu chiều cao nước trong hai bể là $0,6m$. Tính diện tích đáy của mỗi bể.

• Vận dụng cao

Bài 31*.

Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc $65km/h$, cùng lúc đó một xe máy chạy từ B đến A với vận tốc $40km/h$. Biết khoảng cách AB là $540km$ và M là trung điểm của AB . Hỏi sau khi khởi hành bao lâu thì ô tô cách M một khoảng bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ xe máy đến M . ?

Bài 32*.

Cứ $100kg$ thóc cho $65kg$ gạo. Chất bột chứa trong gạo là 80% .

a) Hỏi trong $30kg$ thóc có bao nhiêu kilôgam chất bột?

b) Từ $1kg$ gạo người ta làm được $2,2kg$ bún tươi. Hỏi để làm ra $14,3$ kg bún tươi cần bao nhiêu kilôgam thóc?

Bài 33*.

Một cửa hàng có ba súc vải cùng khổ và có tổng độ dài là $86,1m$. Khi bán 28% súc vải thứ nhất, 40% súc vải thứ hai và 64% súc vải thứ ba thì chiều dài ba súc vải còn lại bằng nhau. Hỏi chiều dài mỗi súc vải khi chưa bán?

Bài 34*.

Một nông trường trồng rừng phòng hộ vào ba lô đất. Biết diện tích lô thứ nhất bằng 40% diện tích của cả ba lô. Còn diện tích của lô đất thứ hai và thứ ba tỉ lệ theo $1,5$ và $1,3$. Nếu diện tích lô thứ nhất lớn hơn diện tích lô thứ ba là $12ha$, thì diện tích của cả ba lô là bao nhiêu hecta?

Bài 35*.

Anh hơn em 3 tuổi. Tìm tuổi anh và tuổi em, biết tuổi anh hiện nay bằng 2 lần tuổi em khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay ?

