

CHUYÊN ĐỀ 23 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa : Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{k}{x}$ hay $xy = k$

(với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ k .

Từ công thức $y = \frac{k}{x}$ suy ra $x = \frac{k}{y}$

Chú ý :

- Khi đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ k thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k , và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

- Với hằng số $k > 0$, khi giá trị của x tăng lên m lần thì giá trị y giảm đi m lần và ngược lại khi $k < 0$

- Nếu viết $y = k \cdot \frac{1}{x}$ ($k \neq 0$) thì có tương ứng mới y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ k .

2. Tính chất

- Từ công thức $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) với mỗi giá trị của x có tương ứng một giá trị y . Trong đó x nhận các giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots$ và y nhận các giá trị tương ứng $y_1, y_2, y_3, \dots$

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ:

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \dots = k$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1} ; \quad \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1} ; \dots$$

3. Một số bài toán tỉ lệ nghịch

a. Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và đặt ẩn phụ cho các đại lượng nếu cần

- Bước 2: Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

- Bước 2: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

b. Bài toán tìm hai số biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b

Giả sử cần tìm hai số x và y biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b (a và b là các số đã biết). Khi đó ta có $ax = by$. Từ đó dựa vào điều kiện của x và y ta áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau một cách hợp lý để giải quyết bài toán.

Chú ý: Nếu hai số x và y tỉ lệ nghịch với a và b thì hai số x và y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ nghịch và dựa vào tính chất tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

1. Dạng 1.1 Biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ nghịch, xác định hệ số

I. Phương pháp giải:

- Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số k ($k \neq 0$) thì $y = \frac{k}{x}$ hay $xy = k$ (với k là hằng số khác 0) đồng thời x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k và $x = \frac{k}{y}$
- Nếu viết $y = k \cdot \frac{1}{x}$ ($k \neq 0$) thì có tương ứng mới y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ k .
- Hệ số tỉ lệ k là $k = x.y$

II. Bài toán.

Bài 1. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?
- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

- Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$ nên $y = \frac{2}{x}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 2$
- Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$ nên $y = \frac{0,5}{x} = \frac{1}{2x}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$

Bài 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = 4$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?
- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = -6$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

- Vì y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = 4$ nên $y = \frac{4}{x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 4$
- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = -6$ nên $y = \frac{-6}{x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = -6$

Bài 3. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = \frac{-8}{3}$ thì $y = 12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b) Hãy biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x = -16; x = \frac{2}{5}$.

d) Tính giá trị của x khi $y = 4; y = \frac{-32}{7}$.

Lời giải

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch nên $x.y = a$.

a) Khi $x = \frac{-8}{3}$ thì $y = 12$ nên $a = \frac{-8}{3} \cdot 12 = -32$.

b) $y = \frac{a}{x}$ mà $a = -32$ nên $y = \frac{-32}{x}$.

c) Khi $x = -16$ thì $y = \frac{-32}{-16} = 2$.

Khi $x = \frac{2}{5}$ thì $y = \frac{-32}{\frac{2}{5}} = -80$.

d) Khi $y = 4$ thì $x = \frac{-32}{4} = -8$

Khi $y = \frac{-32}{7}$ thì $x = \frac{-32}{\frac{-32}{7}} = 7$.

Bài 4. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x và khi $x = 4$ thì $y = \frac{1}{3}$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ

b. Biểu diễn x theo y

c. Tính giá trị của x khi $y = \frac{1}{3}, y = -2$

Lời giải

a. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên hệ số tỉ lệ là $x.y = \frac{4}{3}$

b. Biểu diễn x theo y là $x = \frac{4}{3y}$

c. Với $y = \frac{1}{3}$ thì $x = 4$

Với $y = -2$ thì $x = \frac{-2}{3}$

Bài 5. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 1,5$ thì $y = -4$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .
- b) Hãy biểu diễn y theo x .
- c) Tính giá trị của y khi $x=12; x=\frac{-2}{3}$.

Lời giải

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch nên hệ số tỉ lệ của y đối với x là $x.y=a$.

a) Khi $x=1,5$ thì $y=-4$ nên $a=1,5.(-4)=-6$.

b) $y=\frac{a}{x}$ mà $a=-6$ nên $y=\frac{-6}{x}$.

c) Khi $x=12$ thì $y=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}$

Khi $x=\frac{-2}{3}$ thì $y=\frac{-6}{\frac{-2}{3}}=9$.

Dạng 1.2 Tìm các đại lượng chưa biết

I. Phương pháp giải:

- Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số k ($k \neq 0$) thì $y=\frac{k}{x}$ hay $xy=k$ (với k là hằng số khác 0) đồng thời x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k và $x=\frac{k}{y}$
- Dùng công thức $y=\frac{k}{x}$ để xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng và xác định hệ số tỉ lệ.
- Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì:

$$x_1.y_1 = x_2.y_2 = \dots = k. \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_2}; \dots$$

II. Bài toán.

Bài 6. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1=3; x_2=2$ và $2y_1+3y_2=-26$.

- a) Tính y_1, y_2 . Viết công thức liên hệ giữa x và y
- b) Biểu diễn y theo x .
- c) Tính giá trị của x khi $y=-\frac{3}{2}$.
- d) Tính giá trị của y khi $x=-4$.

Lời giải

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên :

$$\frac{y_1}{2} = -2 \Rightarrow y_1 = -4. \text{ Suy ra hệ số tỉ lệ là: } a = x_1 \cdot y_1 = 3 \cdot (-4) = -12$$

b. Biểu diễn y theo x $y = \frac{-12}{x}$

d. khi $x = -4$ thì: $(-4).y = -12 \Rightarrow y = -12 : (-4) = 3.$

a) Tính y_1, y_2 b) Biểu diễn y theo x

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ hay $\frac{y_1}{5} = \frac{y_2}{3}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

b) Ta có $a = x_1 \cdot y_1 = 3 \cdot 10 = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{x}$

a. Biết $x_1 \cdot y_1 = 72$, $x_2 = 9$, hãy tìm y_2
b. Biết $x_2 = 6$, $x_1 + 3y_2 = 39$, $y_1 = 24$. hãy tìm x_1, y_2

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{x_1 \cdot y_1}{x_2} = \frac{72}{9} = 8$$
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{3y_2}{3y_1} = \frac{x_1 + 3y_2}{x_2 + 3y_1} = \frac{39}{6 + 72} = \frac{39}{78} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } x_1 = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3 ; y_2 = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12$$

Bài 9. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 3,4$, $x_2 = 5,6$ và $5y_1 - 3y_2 = 35,6$. Hãy tìm y_1, y_2 và hệ số tỉ lệ

Lời giải:

Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1} = \frac{5y_1}{5x_2} = \frac{3y_2}{3x_1} = \frac{5y_1 - 3y_2}{5x_2 - 3x_1} = \frac{35,6}{5 \cdot 5,6 - 3 \cdot 3,4} = \frac{35,6}{17,8} = 2.$$

$$\text{Suy ra } y_1 = x_2 \cdot 2 = 5,6 \cdot 2 = 11,2 ; y_2 = 2 \cdot 3,4 = 6,8$$

$$\text{Hệ số tỉ lệ là } x_1 \cdot y_1 = 3,4 \cdot 11,2 = 38,08$$

Bài 10. Tìm hai số x, y biết x, y tỉ lệ nghịch với $4;5$ và $x+y=18$.

Lời giải

$$\text{Ta có hai số } x \text{ và } y \text{ tỉ lệ nghịch với } 4;5 \text{ nên } 4x=5y \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4}.$$

$$\text{Mà } x+y=18.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{x+y}{5+4} = \frac{18}{9} = 2.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{5} = 2 \\ \frac{y}{4} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 8 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x=10 \text{ và } y=8.$$

Bài 11. Tìm ba số x, y, z biết x, y, z tỉ lệ nghịch với $2;4;5$ và $x+y+z=38$

Lời giải

$$\text{Ta có ba số } x, y, z \text{ tỉ lệ nghịch với } 2; 4; 5 \text{ nên } 2x=4y=5z \Leftrightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$$

$$\text{Mà } x+y+z=38$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{10+5+4} = \frac{38}{19} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \\ z = 8 \end{cases}$$

Vậy $x=20$; $y=10$ và $z=8$.

Dạng 1.3 Kiểm tra xem các đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

I. Phương pháp giải:

Trong mỗi công thức $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), với mỗi giá trị của x cho tương ứng một giá trị của y

- Kiểm tra, nếu có tỉ lệ $x_1.y_1 = x_2.y_2 = \dots = k$. thì hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau.

II. Bài toán.

Bài 12. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2 và y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Lời giải

Vì z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2 nên ta có $z = 2y$.

Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 3 nên ta có $y = \frac{3}{x}$

Suy ra $z = 2 \cdot \frac{3}{x} = \frac{6}{x}$. Vậy z có tỉ lệ nghịch với x với hệ số tỉ lệ 6

Bài 13. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 2 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Lời giải

Vì z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 2 nên ta có $z = \frac{2}{y}$.

Vì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 3 nên ta có $y = 3x$

Suy ra $z = \frac{2}{3x}$. Vậy z có tỉ lệ nghịch với x với hệ số tỉ lệ $\frac{2}{3}$

Bài 14. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch theo hệ số tỉ lệ là 5, hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ 4. Hỏi x và z tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch. Tìm hệ số tỉ lệ?

Lời giải

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ là 5 nên

$$x.y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{x} \quad (1).$$

Hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ là 4 nên $y.z = 4$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{5}{x}.z = 4 \Leftrightarrow z = \frac{4}{5}x$

Vậy x và z tỉ lệ thuận. Hệ số tỉ lệ là $\frac{4}{5}$.

Bài 15. Xác định đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ?

- a) Chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật có diện tích bằng 32cm^2
- b) Vận tốc v và thời gian t khi đi trên cùng quãng đường s ;

Lời giải

- a) Vì $x.y = 32$ nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ 32.
- b) Vì $v.t = s$ nên v và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ s
- c) $S = \pi R^2$ nên S và R không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch
- d) $a = n.t$ nên n và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ a

Bài 16. Xác định đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ?

- a) Diện tích S và bán kính R của hình tròn;
- b) Năng suất lao động n và thời gian thực hiện t để làm xong một lượng công việc a

Lời giải

- a) $S = \pi R^2$ nên S và R không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch
- b) $a = n.t$ nên n và t là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với hệ số tỉ lệ a

Dạng 1.4 Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

I. Phương pháp giải:

Để lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch ta thực hiện theo hai bước sau:

Bước 1. Xác định hệ số tỉ lệ k

Bước 2. Dùng công thức $xy = k$, tìm các giá trị tương ứng của x và y

Để xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

Ta xét xem tất cả tích các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau hay không:

- Nếu tích bằng nhau thì các đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Nếu tích không bằng nhau thì các đại lượng không tỉ lệ nghịch.

II. Bài toán.

Bài 17.

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau:

x	-14		-2		6	21
y		-42		3	7	

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b) Điền số thích hợp vào ô trống

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên $x.y = a (a \neq 0)$

$\Rightarrow$ hệ số tỉ lệ $a = x_1.y_1 = 6.7 = 42$

Do đó ta có thể điền các giá trị vào ô còn trống trong bảng như sau:

x	-14	-1	-2	14	6	21
y	-3	-42	-21	3	7	2

Bài 18.

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau, hãy điền các giá trị thích hợp vào ô còn trống trong bảng sau.

x		-4		5		12
y	-3		18		2	$\frac{3}{2}$

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có $y = \frac{k}{x} \Rightarrow k = xy$

Với $x=12, y=\frac{3}{2}$ thay vào $k = xy$ ta được: $k = 12.\frac{3}{2} = 18$.

Vậy $y = \frac{18}{x}$ và $x = \frac{18}{y}$, từ đó ta có bảng sau

x	-6	-4	1	5	9	12
y	-3	$-\frac{9}{2}$	18	$\frac{18}{5}$	2	$\frac{3}{2}$

Bài 19.

Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-8	-6	-2	6	4
y	6	8	24	-8	-12
xy					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho.

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có).

Lời giải

a.

x	-8	-6	-2	6	4
y	6	8	24	-8	-12
xy	-48	-48	-48	-48	-48

b. Ta thấy trong các cột tích xy đều bằng -48 nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 20. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-1	-3	3	7	10
y	-2	1	2	14	5
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Lời giải

x	-1	-3	3	7	10
y	-2	1	2	14	5
$x.y$	2	-3	6	98	50

b. Ta thấy trong các cột tích xy không bằng nhau nên x và y là không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 21. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	1	2	3	4	5
y	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Lời giải

a.

x	1	2	3	4	5
y	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$
$x.y$	3	3	3	3	3

b. Ta thấy trong các cột tích xy bằng nhau nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x là 3

Dạng 2 Một số bài toán tỉ lệ nghịch

1. Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và quan hệ giữa chúng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Bước 2: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

2. Bài toán tìm hai số biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b

Giả sử cần tìm hai số x và y biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b (a và b là các số đã biết). Khi đó ta có $ax = by$. Từ đó dựa vào điều kiện của x và y ta áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau một cách hợp lý để giải quyết bài toán.

-Chú ý: Nếu hai số x và y tỉ lệ nghịch với a và b thì hai số x và y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$.

Dạng 2.1 Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

I. Phương pháp giải:

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và đặt ẩn phụ cho các đại lượng nếu cần
- Bước 2: Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Bước 2: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

II. Bài toán.

Bài 22. Cho biết bốn máy cày, cày xong một cánh đồng hết 25 giờ. Hỏi 5 máy cày như thế cày xong cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ?

Lời giải

Gọi x là thời gian 5 máy cày cày xong cánh đồng ($x > 0$, giờ).

Vì năng suất làm việc của mỗi máy cày là như nhau và số máy cày tỉ lệ nghịch với thời gian nên ta có:

$$4.25 = 5.x$$

$$x = \frac{4.25}{5} \Rightarrow x = 20 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy 5 máy cày sẽ cày xong cánh đồng trong 20 giờ.

Bài 23. Cho biết 12 công nhân hoàn thành một công việc trong 16 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày (năng suất của các công nhân như nhau).

Lời giải

Vì khối lượng công việc không đổi, năng suất mỗi công nhân là như nhau nên số công nhân và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Gọi x là số công nhân hoàn thành công việc trong 12 ngày.

Khi đó, ta có: $\frac{x}{12} = \frac{16}{12}$

$\Rightarrow x = 16$

Vậy số công nhân cần tăng thêm là $16 - 12 = 4$ (công nhân).

Bài 24. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 6 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đã đi được một quãng đường dài hơn xe thứ nhất đã đi là 54 km. Tính quãng đường AB.

Lời giải

Gọi quãng đường của xe thứ nhất đi được từ A đến chỗ gặp là x (km) ($x > 0$)

Gọi quãng đường của xe thứ hai đi được từ B đến chỗ gặp là y (km) ($y > 0$)

Trong cùng một thời gian thì quãng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên

$$6x = 3y \Rightarrow 2x = y \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2}$$

Mà quãng đường đi được của xe thứ hai dài hơn xe thứ nhất là 54 km nên $y - x = 54$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{y-x}{2-1} = \frac{54}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} = 54 \Rightarrow x = 54 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\frac{y}{2} = 54 \Rightarrow y = 108 \text{ (thỏa mãn)}$$

Quãng đường AB dài là $54 + 108 = 162$ (km)

Vậy quãng đường AB dài là 162 (km).

Bài 25. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 72 km/h thì mất 5 giờ. Hỏi chiếc ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 60 km/h thì mất khoảng bao nhiêu thời gian?

Lời giải

Gọi x là thời gian ô tô đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h ($x > 0$, giờ).

Vì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian nên ta có:

$$72.5 = 60.x$$

$$x = \frac{72.5}{60} \Rightarrow x = 6 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy thời gian ô tô đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h là 6 giờ.

Bài 26. Với số tiền để mua 80 m vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền vải loại II bằng 120% giá tiền vải loại I.

Lời giải

Gọi x là số mét vải loại II mua được ($x > 0$, mét).

Vì có cùng số tiền nên số mét vải mỗi loại mua được tỉ lệ nghịch với giá tiền 1 mét, ta có:

$$\frac{60}{x} = \frac{120}{100} \Rightarrow x = 50 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số mét vải loại II mua được là 50 m.

Bài 27. Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm có 60 người và dự định làm xong công trình đó trong 25 ngày. Nhưng sau đó đội giảm đi 15 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân như nhau).

Lời giải

Vì khối lượng công việc không đổi, năng suất mỗi công nhân là như nhau nên số công nhân và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Gọi x là số ngày đội làm xong công trình. Khi đó, ta có: $\frac{x}{25} = \frac{60}{60-15}$

$$\Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{60}{45} \Rightarrow x = \frac{100}{3}.$$

Vậy đội cần $\frac{100}{3}$ ngày để hoàn thành xong công trình.

Dạng 2.2 Bài toán về nhiều đại lượng tỉ lệ nghịch

I. Phương pháp giải:

Giả sử cần tìm hai số $x, y, z, t, \dots$ tỉ lệ nghịch với các số $a, b, c, d, \dots$

. Khi đó ta có $ax = by = cz = dt = \dots$.

Tìm BCNN $(a; b; c; d; e; \dots)$ rồi chia quan hệ $ax = by = cz = dt = \dots$ cho số vừa tìm được.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau rút $x, y, z, t, \dots$

II. Bài toán.

Bài 28. Chia số 790 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 5; 8. Tính giá trị mỗi phần.

Lời giải

Gọi ba phần phải tìm là x, y, z .

Do x, y, z tỉ lệ nghịch với 3; 5; 8 nên $3x = 5y = 8z$ và theo giả thiết ta có $x + y + z = 790$

BCNN $(3; 5; 8) = 120$. Chia cho 120 ta được:

$$\frac{3x}{120} = \frac{5y}{120} = \frac{8z}{120} \Rightarrow \frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{40} = \frac{y}{24} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{40+24+15} = \frac{790}{79} = 10$

Ta tìm được: $x = 400, y = 240, z = 150$.

Vậy ba số cần tìm là : $x=400, y=240, z=150$.

Bài 29. Tìm 3 số a, b, c biết $a-b+c=34$; a và b tỉ lệ thuận với 3 và 5; b và c tỉ lệ nghịch với 5 và 4.

Lời giải

Vì a và b tỉ lệ thuận với 3 và 5 nên $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{a}{12} = \frac{b}{20}$ (1)

Vì b và c tỉ lệ nghịch với 5 và 4 nên $5b = 4c \Rightarrow \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \Rightarrow \frac{b}{20} = \frac{c}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a}{12} = \frac{b}{20} = \frac{c}{25}$ và $a-b+c=34$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{20} = \frac{c}{25} = \frac{a-b+c}{12-20+25} = \frac{34}{17} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{12} = 2 \\ \frac{b}{20} = 2 \\ \frac{c}{25} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 24 \\ b = 40 \\ c = 50 \end{cases}$$

Vậy $a=24; b=40; c=50$.

Bài 30. Tìm 3 số x, y, z biết chúng tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{12}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}$ và hiệu của số thứ II với số thứ I là 2.

Lời giải

Vì x, y, z tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{12}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}$ nên ta có: $\frac{1}{12}x = \frac{1}{30}y = \frac{1}{42}z \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{30} = \frac{z}{42}$

.

Vì hiệu của số thứ II với số thứ I là 2 nên $y-x=2$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{12} = \frac{y}{30} = \frac{z}{42} = \frac{y-x}{30-12} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

$$* \frac{x}{12} = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \cdot 12 = \frac{4}{3}$$

$$* \frac{y}{30} = \frac{1}{9} \Rightarrow y = \frac{1}{9} \cdot 30 = \frac{10}{3}$$

$$* \frac{z}{42} = \frac{1}{9} \Rightarrow z = \frac{1}{9} \cdot 42 = \frac{14}{3}$$

Vậy $x = \frac{4}{3}; y = \frac{10}{3}; z = \frac{14}{3}$.

Bài 31. Ba đội máy cày trên ba cánh đồng có diện tích như nhau. Đội I hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội II trong 5 ngày, đội III trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết rằng đội II nhiều hơn đội III 1 máy và công suất các máy như nhau.

Lời giải

Gọi số máy cày của đội I, II, III lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z \in N^*; y > z$).

Vì ba cánh đồng có diện tích như nhau, công suất các máy như nhau nên số máy cày và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Theo đề bài ta có:

$$3x = 5y = 6z \text{ và } y - z = 1$$

BCNN $(3, 5, 6) = 30$. Chia cho 30 ta được:

$$\text{hay } \frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} \text{ và } y - z = 1$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = \frac{y-z}{6-5} = \frac{1}{1} = 1$

$$* \frac{x}{10} = 1 \Rightarrow x = 10$$

$$* \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow y = 6$$

$$* \frac{z}{5} = 1 \Rightarrow z = 5$$

Vậy số máy cày của đội I, II, III lần lượt là 10 máy, 6 máy, 5 máy.

Bài 32. Ba đội y tế tiêm ngừa vaccine Covid-19 tại 3 trường THCS trong quận có cùng số lượng học sinh đăng ký tiêm chủng như nhau. Đội thứ nhất tiêm xong trong 5 ngày, đội thứ hai tiêm xong trong 4 ngày và đội thứ ba tiêm xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu cán bộ y tế, biết cả ba đội y tế có tất cả 37 cán bộ y tế? (Năng suất làm việc của các cán bộ y tế là như nhau).

Lời giải

Gọi số cán bộ y tế ở đội thứ nhất, đội thứ hai, đội thứ ba lần lượt là x, y, z (người) và $x, y, z \in N^*$

Vì cả ba đội y tế có tất cả 37 cán bộ y tế, nên $x + y + z = 37$

Ta có : x tiêm xong trong 5 ngày

y tiêm xong trong 4 ngày

z tiêm xong trong 6 ngày

Vì số cán bộ y tế và thời gian là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có:

$$5x = 4y = 6z$$

$$\frac{5x}{60} = \frac{4y}{60} = \frac{6z}{60} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10} = \frac{x+y+z}{12+15+10} = \frac{37}{37}$$

$$\frac{x}{12} = 1 \Rightarrow x = 12$$

$$\frac{y}{15} = 1 \Rightarrow y = 15$$

$$\frac{z}{10} = 1 \Rightarrow z = 10$$

Vậy số cán bộ y tế ở đội thứ nhất, đội thứ hai, đội thứ ba lần lượt là 12, 15, 10 người

Bài 33. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B. Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 4 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đi được quãng đường dài hơn xe thứ nhất 35km. Tính quãng đường AB.

Lời giải

Gọi quãng đường xe thứ nhất đi đến chỗ gặp, quãng đường xe thứ hai đi đến chỗ gặp lần lượt là: $S_1; S_2 (km)$. ($S_1; S_2 > 0$).

Vì đến chỗ gặp, xe thứ hai đi được quãng đường dài hơn xe thứ nhất 35km nên:

$$S_2 - S_1 = 35$$

Vì cùng quãng đường AB, vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau nên:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{vận tốc xe thứ hai bằng } \frac{4}{3} \text{ lần vận tốc xe thứ nhất.}$$

Khi đến chỗ gặp nhau, hai xe đi cùng một thời gian, vận tốc và quãng đường tỉ lệ thuận với nhau

$\Rightarrow$ đến chỗ gặp nhau thì quãng đường xe thứ hai đi được bằng $\frac{4}{3}$ lần quãng đường

xe thứ nhất đi được :

$$\left(\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{3} \right) \Rightarrow \frac{S_2}{4} = \frac{S_1}{3}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{S_2}{4} = \frac{S_1}{3} = \frac{S_2 - S_1}{4 - 3} = \frac{35}{1} = 35$$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{4} = 35 \Rightarrow S_2 = 35 \cdot 4 = 140$$

$$\frac{S_1}{3} = 35 \Rightarrow S_1 = 35 \cdot 3 = 105$$

Vậy quãng đường AB dài là: $105 + 140 = 245 (km)$.

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ nghịch và dựa vào tính chất tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

Dạng 1.1 Biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ nghịch, xác định hệ số

Bài 1. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

a. y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=3$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

b. y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=0,2$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Bài 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

a. x tỉ lệ thuận với $\frac{1}{y}$ theo hệ số tỉ lệ $k=5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

b. x tỉ lệ thuận với $\frac{1}{y}$ theo hệ số tỉ lệ $k=\frac{2}{5}$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Bài 3. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x và khi $x=7$ thì $y=9$.

Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b. Biểu diễn y theo x

c. Tính giá trị của x khi $y=5$.

Bài 4. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=\frac{-8}{5}$ thì $y=15$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b. Hãy biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x=-4; x=-\frac{2}{3}$.

d. Tính giá trị của x khi $y=5; y=\frac{-16}{7}$.

Bài 5. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=1,5$ thì $y=-4$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b. Hãy biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x=12$.

Bài 6. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=4$ và $y=8$ hãy:

a. Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x ;

b. Biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x=8; x=-2$

Bài 7. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=6$ thì $y=15$, hãy:

a. Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b. Hãy biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x=3$.

Dạng 1.2 Tìm các đại lượng chưa biết

Bài 1.

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 14; x_2 = 21$ và $y_1 - y_2 = 3$ hãy:

a. Tính y_1, y_2 . Viết công thức liên hệ giữa x và y .

b. Biểu diễn y theo x

c. Tính giá trị của x khi $y = -3$.

d. Tính giá trị của y khi $x = 4$.

Bài 2. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $x_1 - 5x_2 = -39$ và $y_1 = 8, y_2 = -12$ hãy:

a) Tính x_1, x_2

b) Biểu diễn y theo x

Bài 3. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $2x_1 - 3y_2 = 30$ và $x_2 = 8; y_1 = 7$, hãy:

a) Tính x_1, y_2 ;

b) Biểu diễn y theo x

Bài 4. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -10, x_2 = 15, y_1 - y_2 = 5$, hãy

a) Tính y_1, y_2

b) Biểu diễn y theo x

Bài 5. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng

$$x_1 - 2x_2 = 8 \quad y_1 = 5; y_2 = 15$$

a) Tính x_1, x_2

b) Biểu diễn y theo x

Bài 6. Chia số 248 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2; 3; 5. Tính giá trị mỗi phần.

Bài 7. Tìm ba số x, y, z biết x, y, z tỉ lệ nghịch với 8; 10; 12 và $x - z = 5$

Bài 8. Chia số 142 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 5; 7;. Tính giá trị mỗi phần.

Bài 9. Tìm số đo 3 góc của 1 tam giác, biết chúng tỉ lệ nghịch với 3; 4; 6

Dạng 1.3 Kiểm tra xem các đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

Bài 1. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 3 và y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 4. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có)

Bài 2. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ -3 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 5. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Bài 3. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch theo hệ số tỉ lệ là 8, hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi x và z tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch. Tìm hệ số tỉ lệ?

Bài 4. a. Cho biết một đội dùng x máy cày (cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

b. Cho biết x là số trang đã đọc còn y là số trang chưa đọc của một quyển sách. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

c. Cho biết x (m) là chu vi của bánh xe, y là số vòng quay của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

Bài 5. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 5 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Dạng 1.4 Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

Bài 1. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau:

x	-1	-2	1	2	4
y				2	

a. Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b. Điền số thích hợp vào ô trống

Bài 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau:

x	1	2	3	5	6
y			4		

a. Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b. Điền số thích hợp vào ô trống

Bài 3. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	4	6
y	-3	-4	6	3	2
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có)

Bài 4. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-3	-6	0	2	3
y	-2	-1	-1	3	-2
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Bài 5. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-1	-3	3	7	10
y	-20	$-\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$	14	2
x,y					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Dạng 2 Một số bài toán tỉ lệ nghịch

Dạng 2.1 Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài 6. Cho biết 3 máy cày cần 40 giờ để cày hết cánh đồng. Vậy để cày xong cánh đồng trong 1 ngày thì cần dùng bao nhiêu máy cày?

Bài 7. Cho biết 56 công nhân hoàn thành công việc trong 21 ngày. Biết năng suất của các công nhân là như nhau, hỏi phải cần tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày?

Bài 8. Bạn Linh đi từ trường đến nhà với vận tốc 20 km/h hết $\frac{1}{4}$ giờ. Nếu Linh đi với vận tốc 12 km/h thì hết bao nhiêu thời gian?

Bài 9. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 4 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đã đi được một quãng đường dài hơn xe thứ nhất đã đi là 35 km. Tính quãng đường AB.

Bài 10. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 40 km/h thì mất 3 giờ 30 phút. Hỏi chiếc ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

Bài 11. Với số tiền để mua 60 m vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền vải loại II chỉ bằng 80% giá tiền vải loại I.

Bài 12. Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm 50 người và định làm xong công trình trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội tăng cường thêm 25 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân như nhau).

Bài 13. Một đội công nhân gồm 21 người dự định hoàn thành con đường trong 30 ngày, nếu muốn hoàn thành con đường này trong 18 ngày thì đội cần tăng cường thêm bao nhiêu công nhân nữa ? (Giả sử năng suất lao động mỗi công nhân là như nhau).

Dạng 2.2 Bài toán về nhiều đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài 1. Chia số 520 thành 3 số tỉ lệ nghịch với 2, 3, 4. Tìm các số đó.

Bài 2. Tìm 3 số a, b, c biết $2a - 3b + 4c = -54$; a và b tỉ lệ nghịch với 5 và 3; b và c tỉ lệ nghịch với 10 và 3.

Bài 3. Tìm 3 số x, y, z biết chúng tỉ lệ nghịch với 2; 3; -4 và $x - z = 2$.

Bài 4. Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội công nhân thứ nhất, thứ hai, thứ ba hoàn thành công việc với thời gian lần lượt là 8 ngày ; 10 ngày và 12 ngày. Hỏi mỗi đội công nhân có bao nhiêu người (năng suất lao động mỗi người là như nhau), biết đội thứ ba kém đội thứ nhất 5 công nhân.

Bài 5. Một người mua vải để may ba áo sơ mi kích cỡ như nhau (coi như diện tích bằng nhau). Người ấy mua ba loại vải khổ rộng 0,7 m; 0,8 m và 1,4 m với tổng số vải dài 5,7 m. Tính số mét vải mỗi loại người đó đã mua.

Bài 6. Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày trong 5 ngày, đội thứ hai cày trong 4 ngày và đội thứ ba cày trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết rằng ba đội có tất cả 37 máy? (Năng suất các máy như nhau).

Bài 7. Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ, ba lớp 7A, 7B, 7C có 130 học sinh tham gia. Mỗi học sinh lớp 7A góp 2 ki-lô-gam, mỗi học sinh 7B góp 3 ki-lô-gam, mỗi học sinh lớp 7C góp 4 ki-lô-gam. Tính số học sinh tham gia phong trào của mỗi lớp đó, biết số giấy thu được của ba lớp đó bằng nhau.

Bài 8. Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày. Hỏi đội thứ ba hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày? Biết rằng tổng số người của đội một và đội hai gấp năm lần số người của đội ba.

Bài 9. Ba đội công nhân cùng làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 5 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 4 ngày. Tính số người mỗi đội, biết đội thứ ba nhiều hơn đội thứ hai 20 người (năng suất mỗi người như nhau).

Phần IV. ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ nghịch và dựa vào tính chất tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

Dạng 1.1 Biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ nghịch, xác định hệ số

Bài 1. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=3$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?
- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=0,2$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

- Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=3$ nên $y = \frac{3}{x}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k=3$

b. Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k=0,2$ nên $y=\frac{0,2}{x}=\frac{1}{5x}$. Vậy x tỉ lệ

nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k=0,2$

Bài 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

a. x tỉ lệ thuận với $\frac{1}{y}$ theo hệ số tỉ lệ $k=5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

b. x tỉ lệ thuận với $\frac{1}{y}$ theo hệ số tỉ lệ $k=\frac{2}{5}$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

a. Vì y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k=5$ nên $y=\frac{5}{x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k=5$

b. y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k=\frac{2}{5}$ nên $y=\frac{2}{5x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k=\frac{2}{5}$

Bài 3. a. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x và khi $x=7$ thì $y=9$.

Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b. Biểu diễn y theo x

c. Tính giá trị của x khi $y=5$

Lời giải

a. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên hệ số tỉ lệ là $x.y=7.9=63$

b. Biểu diễn x theo y là $x=\frac{63}{y}$

c. $y=5$ thì $y=\frac{63}{5}$

Bài 4. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=\frac{-8}{5}$ thì $y=15$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b. Hãy biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x=-4$; $x=-\frac{2}{3}$.

d. Tính giá trị của x khi $y=5$; $y=\frac{-16}{7}$.

Lời giải

a. Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch nên $x.y=a$.

Khi $x=\frac{-8}{5}$ thì $y=15$ nên $a=\frac{-8}{5}.15=-24$.

b. $y=\frac{a}{x}$

mà $a = -24$ nên

$$y = \frac{-24}{x}.$$

$$\text{Khi } x = -4 \text{ thì } y = \frac{-24}{-4} = 6.$$

$$\text{c. } x = \frac{-2}{3}$$

$$\text{thì } y = \frac{-24}{\frac{-2}{3}} = 36.$$

$$\text{d. Khi } y = 5 \text{ thì } x = \frac{-24}{5}$$

$$\text{Khi } y = \frac{-16}{7} \text{ thì } x = \frac{-24}{\frac{-16}{7}} = \frac{21}{2}.$$

Bài 5. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 1,5$ thì $y = -4$.

- Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .
- Hãy biểu diễn y theo x .
- Tính giá trị của y khi $x = 12$.

Lời giải

a. Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch nên $x.y = a$.

$$x = 1,5 \quad y = -4$$

$$\text{nên } a = 1,5 \cdot (-4) = -6.$$

$$\text{b.) } y = \frac{a}{x}$$

mà $a = -6$ nên

$$y = \frac{-6}{x}.$$

$$x = 12$$

$$\text{thì } y = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

Bài 6. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 4$ và $y = 8$ hãy:

- Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x ;
- Biểu diễn y theo x .
- Tính giá trị của y khi $x = 8$; $x = -2$

Lời giải

a. Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên $x.y = a$. Khi $x = 4$ và $y = 8$ thì hệ số tỉ lệ của y đối với x là $a = xy = 32$

b) Ta có $y = \frac{a}{x}$ mà $a = 32$ nên $y = \frac{32}{x}$

c) Khi $x = 8 \Rightarrow y = \frac{32}{8} = 4$; khi $x = -2 \Rightarrow y = \frac{32}{-2} = -16$

Bài 7. Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 15$, hãy:

a. Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b. Hãy biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của y khi $x = 3$

Lời giải

a. Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên $a = xy$. Khi $x = 6$ thì $y = 15$ nên hệ số tỉ lệ của y đối với x là $a = xy = 90$

b) Ta có $y = \frac{a}{x}$ mà $a = 90$ nên $y = \frac{90}{x}$

c) Khi $x = 3 \Rightarrow y = \frac{90}{3} = 30$;

Dạng 1.2 Tìm các đại lượng chưa biết

Bài 1. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 14$; $x_2 = 21$ và $y_1 - y_2 = 3$ hãy:

a. Tính y_1, y_2 . Viết công thức liên hệ giữa x và y .

b. Biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của x khi $y = -3$.

d. Tính giá trị của y khi $x = 4$.

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên :

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{y_1}{3} = \frac{y_2}{2} = \frac{y_1 - y_2}{3 - 2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{y_1}{3} = 3 \Rightarrow y_1 = 9. \text{ Suy ra hệ số tỉ lệ là : } a = x_1.y_1 = 14.9 = 126$$

b. Công thức liên hệ giữa x và y là : $x.y = 126$.

Biểu diễn y theo x $y = \frac{126}{x}$

Khi $y = -3$ thì: $x.(-3) = 126 \Rightarrow x = \frac{126}{-3}$.

khi $x = 4$ thì: $(4).y = 126 \Rightarrow y = \frac{126}{4} = \frac{63}{2}$.

Bài 2. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $x_1 - 5x_2 = -39$ và $y_1 = 8$, $y_2 = -12$ hãy:

a) Tính. x_1, x_2 b) Biểu diễn y theo x **Lời giải**a. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{5x_2}{5y_1}. \text{ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có}$$

$$\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{5x_2}{5y_1} = \frac{x_1 - 5x_2}{y_2 - 5y_1} = \frac{-39}{-12 - 5.8} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$$

Tìm được $x_1 = -9$; $x_2 = 6$ Biểu diễn y theo x

$$\text{b. Ta có } a = x_1 \cdot y_1 = -9 \cdot (8) = -72 \Rightarrow y = \frac{-72}{x}$$

Bài 3. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng $2x_1 - 3y_2 = 30$ và $x_2 = 8$; $y_1 = 7$, hãy:

a) Tính x_1, y_2 ;b) Biểu diễn y theo x

ĐS : a) Tìm được $x_1 = -48$; $y_2 = -42$ b) $y = \frac{-336}{x}$

Bài 4. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -10, x_2 = 15$, $y_1 - y_2 = 5$, hãy

a) Tính y_1, y_2 b) Biểu diễn y theo x **Lời giải:**a. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ hay } \frac{y_1}{15} = \frac{y_2}{-10}. \text{ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có}$$

$$\frac{y_1}{15} = \frac{y_2}{-10} = \frac{y_1 - y_2}{15 - (-10)} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}.$$

Tìm được : $y_1 = 3$; $y_2 = -2$

$$\text{Ta có : } a = x_1 \cdot y_1 = 3 \cdot (-10) = -30 \Rightarrow y = \frac{-30}{x}$$

Bài 5. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết rằng

$$x_1 - 2x_2 = 8 \text{ và } y_1 = 5; y_2 = 15 \text{ hãy:}$$

a) Tính x_1, x_2 b) Biểu diễn y theo x **Lời giải**a. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \quad \text{hay} \quad \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{2x_2}{2y_1}.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} = \frac{2x_2}{2y_1} = \frac{x_1 - 2x_2}{y_2 - 2y_1} = \frac{8}{15 - 2.5} = \frac{8}{5}$$

Tìm được $x_1 = 24$; $x_2 = 8$

b. Do x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên

$$\text{Ta có } a = x_1 \cdot y_1 = 24 \cdot 5 = 120 \Rightarrow y = \frac{120}{x}$$

Bài 6. Chia số 248 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2; 3; 5. Tính giá trị mỗi phần.

Lời giải

Gọi giá trị mỗi phần được chia từ số 248 là x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$; $x, y, z < 480$).

Vì ba phần tỉ lệ nghịch với 2; 3; 5 nên $2x = 3y = 5z \Leftrightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6}$.

Mà $x + y + z = 248$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} = \frac{z}{6} = \frac{x + y + z}{31} = \frac{248}{31} = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 80 \\ z = 48 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $x = 120$; $y = 80$ và $z = 48$.

Bài 7. Tìm ba số x, y, z biết x, y, z tỉ lệ nghịch với 8; 10; 12 và $x - z = 5$

Lời giải

Vì ba số x, y, z tỉ lệ nghịch với 8; 10; 12 nên $8x = 10y = 12z \Leftrightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$.

Mà $x - z = 5$.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10} = \frac{x - z}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \\ z = 10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $x = 15$; $y = 12$ và $z = 10$.

Bài 9. Chia số 142 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 5; 7;. Tính giá trị mỗi phần.

ĐS : Vậy $x = 70$; $y = 42$ và $z = 30$.

Bài 10. Tìm số đo 3 góc của 1 tam giác, biết chúng tỉ lệ nghịch với 3;4;6

ĐS : Vậy $x = 80$; $y = 60$ và $z = 40$.

Dạng 1.3 Kiểm tra xem các đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

Bài 1. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 3 và y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 4. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Lời giải

Vì z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 3 nên ta có $z = 3y$.

Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 4 nên ta có $y = \frac{4}{x}$

Suy ra $z = 3 \cdot \frac{4}{x} = \frac{12}{x}$. Vậy z có tỉ lệ nghịch với x với hệ số tỉ lệ 12

Bài 2. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ -3 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 5. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Lời giải

Vì z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ -3 nên ta có $z = \frac{-3}{y}$.

a. Vì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 5 nên ta có $y = 5x$

b. Suy ra $z = \frac{-3}{5x}$. Vậy z có tỉ lệ nghịch với x với hệ số tỉ lệ $z = \frac{-3}{5}$

Bài 3. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch theo hệ số tỉ lệ là 8, hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi x và z tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch. Tìm hệ số tỉ lệ?

Lời giải

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ là 8 nên $x.y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{x}$

(1).

Hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ là 3 nên $y.z = 3$

(2).

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{8}{x}.z = 3 \Leftrightarrow z = \frac{3}{8}x$

Vậy x và z tỉ lệ thuận. Hệ số tỉ lệ là $\frac{3}{8}$.

Bài 4.a. Cho biết một đội dùng x máy cày (cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

b. Cho biết x là số trang đã đọc còn y là số trang chưa đọc của một quyển sách. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

c. Cho biết x (m) là chu vi của bánh xe, y là số vòng quay của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không?

ĐS a) c) x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

b) Chỉ có $x + y$ là tổng số trang quyển sách là hằng số còn x và y là không phải hằng số nên hai đại lượng x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

Bài 5. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 5 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2. Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Lời giải

Vì z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 5 nên ta có $z = \frac{5}{y}$.

Vì y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2 nên ta có $y = 2x$

Suy ra $z = \frac{5}{2x}$. Vậy z có tỉ lệ nghịch với x với hệ số tỉ lệ $\frac{5}{2}$

Dạng 1.4 Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

Bài 1.

x	-1	-2	1	2	4
y				2	

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b) Điền số thích hợp vào ô trống

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có $y = \frac{k}{x} \Rightarrow k = xy$

Với $x = 2, y = 2$ thay vào $k = xy$ ta được: $k = 2.2 = 4$.

Vậy $y = \frac{4}{x}$ và $x = \frac{4}{y}$, từ đó ta có bảng sau

x	-1	-2	1	2	4
y	-4	-2	4	2	1

Bài 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau:

x	1	2	3	5	6
y			4		

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b) Điền số thích hợp vào ô trống

Lời giải

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên ta có $y = \frac{k}{x} \Rightarrow k = xy$

Với $x = 3, y = 4$ thay vào $k = xy$ ta được: $k = 3.4 = 12$.

Vậy $y = \frac{12}{x}$ và $x = \frac{12}{y}$, từ đó ta có bảng sau

x	1	2	3	5	6
y	12	6	4	$\frac{12}{5}$	2

Bài 3.

Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-4	-3	-2	4	6
y	-3	-4	-6	3	2
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có)

ĐS:

x	-4	-3	-2	4	6
y	-3	-4	-6	3	2
$x.y$	12	12	12	12	12

Ta thấy trong các cột tích xy đều bằng 12 nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 4. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-3	-6	0	2	3
y	-2	-1	-1	3	-2
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

ĐS:

x	-3	-6	0	2	3
y	-2	-1	-1	3	-2
$x.y$	6	6	0	6	-6

b. Ta thấy trong các cột tích xy không bằng nhau nên x và y là không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Bài 5. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-1	-3	3	7	10
y	-20	$-\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$	14	2
$x.y$					

- a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .
b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Lời giải

a.

x	-1	-3	3	7	10
y	-20	$-\frac{20}{3}$	$\frac{20}{3}$	14	2
$x.y$	20	20	20	20	20

- b. Ta thấy trong các cột tích xy bằng nhau và $xy = 20$ nên x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Dạng 2 Một số bài toán tỉ lệ nghịch

Dạng 2.1 Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài 1. Cho biết 3 máy cày cần 40 giờ để cày hết cánh đồng. Vậy để cày xong cánh đồng trong 1 ngày thì cần dùng bao nhiêu máy cày?

Lời giải

Gọi số máy cày cần dùng để cày xong cánh đồng trong 24 giờ là x (máy) ($x \in \mathbb{N}, x > 3$)

Do số máy và thời gian làm việc là các đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có:

$$\frac{3}{x} = \frac{24}{40} \Rightarrow x = 5 \text{ (máy)}.$$

Vậy để cày xong cánh đồng trong 1 ngày thì cần dùng 5 máy cày.

Bài 2. Cho biết 56 công nhân hoàn thành công việc trong 21 ngày. Biết năng suất của các công nhân là như nhau, hỏi phải cần tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày?

Lời giải

Gọi số công nhân để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày là x (người) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Ta có 56 công nhân hoàn thành công việc trong 21 ngày

Giả sử x công nhân hoàn thành công việc trong 14 ngày

Vì số công nhân và thời gian là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có

$$\frac{56}{x} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{56 \cdot 3}{2} = 84$$

Vậy phải cần tăng thêm số công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày là:

$$84 - 56 = 28 \text{ (công nhân)}$$

Bài 3. Bạn Linh đi từ trường đến nhà với vận tốc 20 km/h hết $\frac{1}{4}$ giờ. Nếu Linh đi với vận tốc 12 km/h thì hết bao nhiêu thời gian?

Lời giải

Gọi vận tốc bạn Linh đi từ trường đến nhà là v_1 , có $v_1 = 20 \text{ km/h}$, thời gian là t_1 , có

$$t_1 = \frac{1}{4} \text{ giờ.}$$

Vận tốc bạn Linh đi từ trường đến nhà là v_2 , có $v_2 = 12 \text{ km/h}$, thời gian là t_2 .

Do thời gian và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có tỉ lệ thức sau

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} \Leftrightarrow \frac{20}{12} = \frac{t_2}{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow t_2 = \frac{20 \cdot \frac{1}{4}}{12} = \frac{5}{12} \text{ (giờ)}$$

Vậy Linh đi với vận tốc 12 km/h thì hết $\frac{5}{12}$ giờ = 25 phút.

Bài 4. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B . Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 4 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đã đi được một quãng đường dài hơn xe thứ nhất đã đi là 35 km. Tính quãng đường AB .

Lời giải

Gọi quãng đường của xe thứ nhất đi được từ A đến chỗ gặp là x (km) ($x > 0$)

Gọi quãng đường của xe thứ hai đi được từ B đến chỗ gặp là y (km) ($y > 0$)

Trong cùng một thời gian thì quãng đường và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên

$$4x = 3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4}$$

Mà quãng đường đi được của xe thứ hai dài hơn xe thứ nhất là 35 km nên $y - x = 35$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{y-x}{4-3} = \frac{35}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = 35 \Rightarrow x = 105 \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$\frac{y}{4} = 35 \Rightarrow y = 140 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Quãng đường AB dài là $105 + 140 = 245$ (km)

Vậy quãng đường AB dài là 245 (km).

Bài 5. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 40 km/h thì mất 3 giờ 30 phút. Hỏi chiếc ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h thì mất bao nhiêu thời gian?

Lời giải

$$\text{Đổi } 3 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = \frac{7}{2} \text{ giờ}$$

Gọi x là thời gian ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h ($x > 0$, giờ).

Vì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian nên ta có:

$$40 \cdot \frac{7}{2} = 50 \cdot x$$

$$140 = 50 \cdot x$$

$$x = \frac{140}{50} \Rightarrow x = \frac{14}{5} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy thời gian ô tô đi từ A đến B với vận tốc 60km/h là $\frac{14}{5}$ giờ hay 2 giờ 48 phút.

Bài 6. Với số tiền để mua 60 m vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền vải loại II chỉ bằng 80% giá tiền vải loại I.

Lời giải

Gọi x là số mét vải loại II mua được ($x > 0$, mét).

Vì có cùng số tiền nên số mét vải mỗi loại mua được tỉ lệ nghịch với giá tiền 1 mét, ta có:

$$\frac{60}{x} = \frac{80}{100} \Rightarrow x = 75 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số mét vải loại II mua được là 75 m.

Bài 7. Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm 50 người và định làm xong công trình trong 30 ngày. Nhưng sau đó đội tăng cường thêm 25 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân như nhau).

Lời giải

Vì khối lượng công việc không đổi, năng suất mỗi công nhân là như nhau nên số công nhân và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Gọi x là số ngày đội làm xong công trình.

$$\text{Khi đó, ta có: } \frac{x}{30} = \frac{50}{50 + 25}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{30} = \frac{50}{75} \Rightarrow x = 20.$$

Vậy đội cần 20 ngày để hoàn thành xong công trình.

Bài 8. Một đội công nhân gồm 21 người dự định hoàn thành con đường trong 30 ngày, nếu muốn hoàn thành con đường này trong 18 ngày thì đội cần tăng cường thêm bao nhiêu công nhân nữa? (Giả sử năng suất lao động mỗi công nhân là như nhau).

Lời giải

Ta có 21 công nhân hoàn thành công việc trong 30 ngày

Giả sử x công nhân hoàn thành công việc trong 18 ngày

Vì số công nhân và thời gian là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có

$$x \cdot 18 = 21 \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 30}{18} = 35$$

Vậy phải cần tăng thêm số công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 18 ngày là:

$$35 - 21 = 14 \text{ (công nhân)}$$

Dạng 2.2 Bài toán về nhiều đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài 1. Chia số 520 thành 3 số tỉ lệ nghịch với 2, 3, 4. Tìm các số đó.

Lời giải

Gọi ba phần phải tìm là x, y, z .

Do x, y, z tỉ lệ nghịch với 2, 3, 4 nên $2x = 3y = 4z$ và theo giả thiết ta có $x + y + z = 520$.

BCNN $(2; 3; 4) = 12$. Chia cho 12 ta được:

$$\frac{2x}{12} = \frac{3y}{12} = \frac{4z}{12} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{520}{13} = 40$

Ta tìm được: $x = 240, y = 160, z = 120$.

Vậy ba số cần tìm là: 240, 160, 120.

Bài 2.

Tìm 3 số a, b, c biết $2a - 3b + 4c = -54$; a và b tỉ lệ nghịch với 5 và 3; b và c tỉ lệ nghịch với 10 và 3.

Lời giải

$$\text{Vì } a \text{ và } b \text{ tỉ lệ nghịch với 5 và 3 nên } 5a = 3b \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{10}$$

(1)

$$\text{Vì } b \text{ và } c \text{ tỉ lệ thuận với 10 và 3 nên } \frac{b}{10} = \frac{c}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{a}{6} = \frac{b}{10} = \frac{c}{3} \Rightarrow \frac{2a}{12} = \frac{3b}{30} = \frac{4c}{12} \text{ và } 2a - 3b + 4c = -54$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{10} = \frac{c}{3} = \frac{2a}{12} = \frac{3b}{30} = \frac{4c}{12} = \frac{2a - 3b + 4c}{12 - 30 + 12} = \frac{-54}{-6} = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{6} = 9 \\ \frac{b}{10} = 9 \\ \frac{c}{3} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 54 \\ b = 90 \\ c = 27 \end{cases}$$

Vậy $a = 54; b = 90; c = 27$.

Bài 3.

Tìm 3 số x, y, z biết chúng tỉ lệ nghịch với 2; 3; -4 và $x - z = 2$.

Lời giải

Vì x, y, z tỉ lệ nghịch với $2; 3; -4$ nên ta có: $2x = 3y = -4z$

$$\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3} = \frac{x-z}{9} = \frac{2}{9}$$

$$* \frac{x}{6} = \frac{2}{9} \Rightarrow x = 6 \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{3}$$

$$* \frac{y}{4} = \frac{2}{9} \Rightarrow y = 4 \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

$$* \frac{z}{-3} = \frac{2}{9} \Rightarrow z = -3 \cdot \frac{2}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{4}{3}; y = \frac{8}{9}; z = -\frac{2}{3}.$$

Bài 4. Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội công nhân thứ nhất, thứ hai, thứ ba hoàn thành công việc với thời gian lần lượt là 8 ngày; 10 ngày và 12 ngày. Hỏi mỗi đội công nhân có bao nhiêu người (năng suất lao động mỗi người là như nhau), biết đội thứ ba kém đội thứ nhất 5 công nhân.

Lời giải

Gọi số công nhân trong đội thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là x, y, z . (người)
($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Vì khối lượng công việc như nhau nên số người tỉ lệ nghịch với thời gian

Theo giả thiết x, y, z tỉ lệ nghịch với $8, 10, 12$ nên $8x = 10y = 12z$ và $x - z = 5$

BCNN $(8, 10, 12) = 120$. Chia cho 120 ta được: $\frac{8x}{120} = \frac{10y}{120} = \frac{12z}{120} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10} = \frac{x-z}{15-10} = \frac{5}{5} = 1$

Ta tìm được: $x = 15, y = 12, z = 10$.

Vậy số công nhân trong đội thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 15, 12, 10 người.

Bài 5. Một người mua vải để may ba áo sơ mi kích cỡ như nhau (coi như diện tích bằng nhau). Người ấy mua ba loại vải khổ rộng 0,7 m; 0,8 m và 1,4 m với tổng số vải dài 5,7 m. Tính số mét vải mỗi loại người đó đã mua.

Lời giải

Gọi số mét vải loại khổ 0,7 m; 0,8 m; 1,4 m lần lượt là x, y, z (m) ($x, y, z > 0$).

Vì ba áo sơ mi như nhau nên số mét vải và khổ vải tỉ lệ nghịch với nhau.

$$\Rightarrow 0,7x = 0,8y = 1,4z$$

$$\Rightarrow 7x = 8y = 14z$$

BCNN $(7; 8; 14) = 56$. Chia cho 56 ta được:

$$\Rightarrow \frac{7x}{56} = \frac{8y}{56} = \frac{14z}{56}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}$$

Mà tổng số vải dài $5,7$ m nên $x + y + z = 5,7$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{8+7+4} = \frac{5,7}{19} = 0,3$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} = 0,3 \Rightarrow x = 2,4 \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$\frac{y}{7} = 0,3 \Rightarrow y = 2,1 \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$\frac{z}{4} = 0,3 \Rightarrow z = 1,2 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy số mét vải loại khổ $0,7$ m; $0,8$ m; $1,4$ m lần lượt là $2,4$ m; $2,1$ m; $1,2$ m.

Bài 6. Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày trong 5 ngày, đội thứ hai cày trong 4 ngày và đội thứ ba cày trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết rằng ba đội có tất cả 37 máy? (Năng suất các máy như nhau).

Lời giải

Gọi số máy cày của ba đội lần lượt là x, y, z (máy, $x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Ba cánh đồng có cùng diện tích nên số máy tỉ lệ nghịch với số ngày, ta có:

$$5x = 4y = 6z.$$

BCNN $(4; 5; 6) = 60$. Chia cho 60 ta được:

$$\text{Do đó ta có: } \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10}.$$

Mà ba đội có tất cả 37 máy cày nên ta có: $x + y + z = 37$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\text{b. } \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10} = \frac{x+y+z}{12+15+10} = \frac{37}{37} = 1$$

Do đó:

$$\frac{x}{12} = 1 \Rightarrow x = 12 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

$$\frac{y}{15} = 1 \Rightarrow y = 15 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

$$\frac{z}{10} = 1 \Rightarrow z = 10 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

Vậy số máy cày của ba đội lần lượt là 12; 15; 10 máy.

Bài 7. Hướng ứng phong trào kế hoạch nhỏ, ba lớp 7A, 7B, 7C có 130 học sinh tham gia. Mỗi học sinh lớp 7A góp 2 ki-lô-gam, mỗi học sinh 7B góp 3 ki-lô-gam, mỗi học sinh lớp 7C góp 4 ki-lô-gam. Tính số học sinh tham gia phong trào của mỗi lớp đó, biết số giấy thu được của ba lớp đó bằng nhau.

Lời giải

Gọi số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh, $x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số học sinh của 3 lớp là 130 học sinh nên ta có: $x + y + z = 130$.

Vì số giấy thu được của ba lớp bằng nhau nên số giấy của mỗi học sinh tỉ lệ nghịch

$$\text{với số học sinh, ta có: } 2x = 3y = 4z \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}.$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau nên ta có:

$$\text{c. } \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{130}{13} = 10.$$

Do đó ta có:

$$\frac{x}{6} = 10 \Rightarrow x = 60 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

$$\frac{y}{4} = 10 \Rightarrow y = 40 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

$$\frac{z}{3} = 10 \Rightarrow z = 30 \quad (\text{Thỏa mãn ĐK})$$

Vậy số học sinh tham gia phong trào ở các lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 60; 40; 30 học sinh.

Bài 8. Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày. Hỏi đội thứ ba hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày? Biết rằng tổng số người của đội một và đội hai gấp năm lần số người của đội ba.

Lời giải

Gọi số công nhân của ba đội lần lượt là x, y, z (công nhân, $x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Gọi số ngày đội thứ ba hoàn thành công việc là a (ngày, $a \in \mathbb{N}^*$).

Khối lượng làm việc của ba đội công nhân lần lượt là: $4x; 6y; az$.

Khối lượng công việc của ba đội như nhau nên ta có: $4x = 6y = az$ (1)

Mà tổng số người của đội một và đội hai gấp năm lần số người của đội ba nên ta có:

$$x + y = 5z$$

$$4x = 6y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{5} = \frac{5z}{5} = z$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau nên ta có:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{5} = \frac{5z}{5} = z$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = z$$

$$\Rightarrow 2x = 3y = 6z$$

$$\Rightarrow 4x = 6y = 12z \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a = 12$.

Vậy đội ba hoàn thành công việc trong 12 ngày.

Bài 9. Ba đội công nhân cùng làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 5 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 4 ngày. Tính số người mỗi đội, biết đội thứ ba nhiều hơn đội thứ hai 20 người (năng suất mỗi người như nhau).

Lời giải

Gọi số người đội 1, đội 2, đội 3 lần lượt là x, y, z (công nhân) $\left(x, y, z \in \mathbb{N}^* \right)$.

Đội thứ 3 nhiều hơn đội 2 là 20 người nên $z - y = 20$.

Vì ba khối lượng công việc như nhau, số công nhân và số ngày tỉ lệ nghịch với nhau nên :

$$5x = 6y = 4z \Rightarrow \frac{5x}{60} = \frac{6y}{60} = \frac{4z}{60} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{10} = \frac{z}{15}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{x}{12} = \frac{y}{10} = \frac{z}{15} = \frac{z-y}{15-10} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{12} = 4 \Rightarrow x = 4.12 = 48 \quad (\text{Thỏa mãn})$$

$$\frac{y}{10} = 4 \Rightarrow y = 4.10 = 40 \quad (\text{Thỏa mãn})$$

$$\frac{z}{15} = 4 \Rightarrow z = 4.15 = 60 \quad (\text{Thỏa mãn})$$

Vậy số người của ba đội lần lượt là 48; 40; 60 máy.

PHIẾU BÀI TẬP

(Nội dung là toàn bộ bài tập đã có trên)

CHUYÊN ĐỀ 23 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Dạng 1. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ nghịch và dựa vào tính chất tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

Dạng 1.1 Biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ nghịch, xác định hệ số

Bài 1. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

a. y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

b. y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Bài 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

a. y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k=4$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

b. y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k=-6$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Bài 3. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=\frac{-8}{3}$ thì $y=12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b) Hãy biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x=-16; x=\frac{2}{5}$.

d) Tính giá trị của x khi $y=4; y=\frac{-32}{7}$.

Bài 4. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x và khi $x=4$ thì $y=\frac{1}{3}$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ

b. Biểu diễn x theo y

c. Tính giá trị của x khi $y=\frac{1}{3}, y=-2$

Bài 5. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=1,5$ thì $y=-4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x .

b) Hãy biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x=12; x=\frac{-2}{3}$.

Dạng 1.2 Tìm các đại lượng chưa biết

Bài 6. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1=3; x_2=2$ và $2y_1+3y_2=-26$.

a. Tính y_1, y_2 . Viết công thức liên hệ giữa x và y

b. Biểu diễn y theo x .

c. Tính giá trị của x khi $y=-\frac{3}{2}$.

d. Tính giá trị của y khi $x=-4$.

Bài 7. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1=3, x_2=5$, $y_1-y_2=4$, hãy

a) Tính y_1, y_2

b) Biểu diễn y theo x

Bài 8. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a. Biết $x_1 \cdot y_1 = 72$, $x_2 = 9$, hãy tìm y_2

b. Biết $x_2 = 6$, $x_1 + 3y_2 = 39$, $y_1 = 24$. hãy tìm x_1, y_2

Bài 9. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là hai giá trị của x và y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = 3,4$, $x_2 = 5,6$ và $5y_1 - 3y_2 = 35,6$. Hãy tìm y_1, y_2 và hệ số tỉ lệ

Bài 10. Tìm hai số x, y biết x, y tỉ lệ nghịch với $4;5$ và $x + y = 18$.

Bài 11. Tìm ba số x, y, z biết x, y, z tỉ lệ nghịch với $2; 4; 5$ và $x + y + z = 38$

Dạng 1.3 Kiểm tra xem các đại lượng có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

Bài 12. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2 và y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ 3 . Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Bài 13. Cho biết z tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ 2 và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 3 . Hỏi z có tỉ lệ nghịch với x hay không và tìm hệ số (nếu có) ?

Bài 14. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch theo hệ số tỉ lệ là 5 , hai đại lượng y và z tỉ lệ nghịch với nhau theo hệ số tỉ lệ 4 . Hỏi x và z tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch. Tìm hệ số tỉ lệ?

Bài 15. Xác định đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ?

a) Chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật có diện tích bằng $32cm^2$

b) Vận tốc v và thời gian t khi đi trên cùng quãng đường s ;

Bài 16. Xác định đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ?

a) Diện tích S và bán kính R của hình tròn;

b) Năng suất lao động n và thời gian thực hiện t để làm xong một lượng công việc

a

Dạng 1.4 Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch và xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng giá trị tương ứng của chúng

Bài 17.

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và bảng sau:

x	-14		-2		6	21
y		-42		3	7	

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x

b) Điền số thích hợp vào ô trống

Bài 18.

Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau, hãy điền các giá trị thích hợp vào ô còn trống trong bảng sau.

x		-4		5		12
y	-3		18		2	$\frac{3}{2}$

Bài 19.

Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-8	-6	-2	6	4
y	6	8	24	-8	-12
xy					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Bài 20. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	-1	-3	3	7	10
y	-2	1	2	14	5
$x.y$					

a. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Bài 21. Các giá trị của x và y được cho trong bảng sau:

x	1	2	3	4	5
y	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$
$x.y$					

b. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng đã cho .

b. Hai đại lượng x và y được cho ở trên có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ? Vì sao? Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x (nếu có) .

Dạng 2 Một số bài toán tỉ lệ nghịch

Bài 22. Cho biết bốn máy cày, cày xong một cánh đồng hết 25 giờ. Hỏi 5 máy cày như thế cày xong cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ?

Bài 23. Cho biết 12 công nhân hoàn thành một công việc trong 16 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày (năng suất của các công nhân như nhau).

Bài 24. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B . Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 6 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đã đi được một quãng đường dài hơn xe thứ nhất đã đi là 54 km. Tính quãng đường AB .

Bài 25. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 72 km/h thì mất 5 giờ. Hỏi chiếc ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc 60 km/h thì mất khoảng bao nhiêu thời gian?

Bài 26. Với số tiền để mua 80 m vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền vải loại II bằng 120% giá tiền vải loại I.

Bài 27. Một đội công nhân làm đường lúc đầu gồm có 60 người và dự định làm xong công trình đó trong 25 ngày. Nhưng sau đó đội giảm đi 15 người. Hỏi rằng để làm xong công trình đó, đội phải làm việc bao nhiêu ngày? (năng suất làm việc của mỗi công nhân như nhau).

Dạng 2.2 Bài toán về nhiều đại lượng tỉ lệ nghịch

Bài 28. Chia số 790 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3;5;8. Tính giá trị mỗi phần.

Bài 29. Tìm 3 số a, b, c biết $a - b + c = 34$; a và b tỉ lệ thuận với 3 và 5; b và c tỉ lệ nghịch với 5 và 4.

Bài 30. Tìm 3 số x, y, z biết chúng tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{12}; \frac{1}{30}; \frac{1}{42}$ và hiệu của số thứ II với số thứ I là 2.

Bài 31. Ba đội máy cày trên ba cánh đồng có diện tích như nhau. Đội I hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội II trong 5 ngày, đội III trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết rằng đội II nhiều hơn đội III 1 máy và công suất các máy như nhau.

Bài 32. Ba đội y tế tiêm ngừa vaccine Covid-19 tại 3 trường THCS trong quận có cùng số lượng học sinh đăng ký tiêm chủng như nhau. Đội thứ nhất tiêm xong trong 5 ngày, đội thứ hai tiêm xong trong 4 ngày và đội thứ ba tiêm xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu cán bộ y tế, biết cả ba đội y tế có tất cả 37 cán bộ y tế? (Năng suất làm việc của các cán bộ y tế là như nhau).

Bài 33. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B. Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 4 giờ, xe thứ hai đi từ B đến A hết 3 giờ. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ hai đi được quãng đường dài hơn xe thứ nhất 35km. Tính quãng đường AB