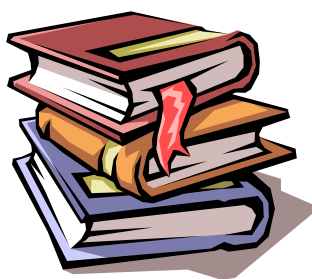


Tailieutoan.com.vn



[Điện thoại \(Zalo\) 097.585.4427](tel:097.585.4427)



CÁC CHUYÊN ĐỀ ÔN VÀO 10 **TOÁN CHƯƠNG TRÌNH MỚI**

[\(Liên hệ tài liệu word và đáp án SĐT \(zalo\) : 097.585.4427\)](#)

Tài liệu sưu tầm, ngày 20 tháng 7 năm 2024



Mục Lục

Trang

Lời nói đầu

Chủ đề 1. Phương trình bậc nhất hai ẩn

Chủ đề 2. Phương trình bất phương trình

Chủ đề 3. Căn bậc hai, căn bậc ba

Chủ đề 4. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Chủ đề 5. Đường tròn

Chủ đề 6. Hàm số bậc hai $y = AX^2$

Chủ đề 7. Xác suất - thống kê

Chủ đề 8. Góc nội tiếp

Chủ đề 9. Hình học không gian

[Liên hệ phần đáp án zalo số 097.585.4427](https://www.zalo.me/0975854427)



CHUYÊN ĐỀ 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

DẠNG 1: Nhận dạng phương trình bậc nhất hai ẩn, nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình bậc nhất hai ẩn là

- A. $y + 3x = 5$. B. $x - 3y = 2$. C. $2x + 4y - 6 = 0$. D. Cả 3 đáp án trên.

Câu 2. [NB] Phương trình bậc nhất hai ẩn là

- A. $\sqrt{y} - 2x - 7 = 0$. B. $\sqrt{x} - 3y = 2$. C. $x - \sqrt{5}y - 8 = 0$. D. $x^2 + y - 7 = 0$.

Câu 3. [NB] Phương trình nào sau đây không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn

- A. $x + y = 3$. B. $2x - 5y = 0$. C. $7x - 3y - 11 = 0$. D. $x^2 - y = 3$.

Câu 4. [NB] Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $x - 3y = 1$?

- A. $(4; 1)$. B. $(2; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; -1)$.

Câu 5. [TH] Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $3x - 4y + 5 = 0$?

- A. $(1; 2)$. B. $(5; 5)$. C. $\left(0; \frac{5}{4}\right)$. D. Cả 3 đáp án trên.

Câu 6. [TH] Phương trình $-5x + y = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. Phương trình vô nghiệm.. B. Phương trình có một nghiệm.
C. Phương trình có hai nghiệm. D. Phương trình có vô số nghiệm.

Câu 7. [TH] Công thức nghiệm tổng quát của phương trình $3x + 0y = 12$ là

- A. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 4 \end{cases}$

Câu 8. [TH] Giá trị của a để phương trình $ax - 3y = 6$ có nghiệm $(1; -2)$ là

- A. $a = 3$ B. $a = 2$
C. $a = 0$ D. $a = -3$

Câu 9. [VD] Giá trị của a để phương trình $3y + 2ax = 0$ có nghiệm $\left(1; \frac{-2}{3}\right)$ là

- A. $a = -3$ B. $a = 2$
C. $a = 0$ D. $a = 1$

Câu 10. [VD] Giá trị của m để phương trình $4mx - 3y = -8$ có nghiệm $(2; 0)$ là

- A. $m = 1$ B. $m = -1$



C. $m = -2$

D. $m = 2$

Câu 11. [VD] Giá trị của m để phương trình $2x + 8y = -3m$ có nghiệm $(-5; -1)$ là

A. $m \neq -6$

B. $m = -6$

C. $m \neq 6$

D. $m = 6$

Câu 12. [VD] Tập nghiệm của phương trình $-x + y = 3$ là

A. $S = \{(x; -x - 3) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

B. $S = \{(x; -x + 3) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

C. $S = \{(x; x + 3) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

D. $S = \{(x + 3; x) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Phương trình nào là phương trình bậc nhất Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $2x + 3 = 2x - y$.

b) $2x + 3 = -y$

c) $x^2 - y = 1$.

d) $2x = 4 - y$.

Câu 2. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn? Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $2x + 3y^2 = 0$

b) $x^3 + y = 5$

c) $xy - x = 1$

d) $2x - 3y = 4$

Câu 3. Cho phương trình $2x - y = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

b) Phương trình luôn vô nghiệm.

c) Phương trình có vô số nghiệm.

d) Phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $2x = 4 - y$.

Câu 4. Cho phương trình $mx - 4y = 2$ có một nghiệm là $(1; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Khi $m = 2$ phương trình có một nghiệm $(1; 2)$.

b) Khi $m = 10$ phương trình có một nghiệm $(1; 2)$.

c) Khi $m = -2$ phương trình vô nghiệm.

d) Khi $m = -1$ phương trình có hai nghiệm.

Câu 5. Công thức nghiệm tổng quát của phương trình $4x + 0y = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) $x = 1$

b) $\begin{cases} x = 1 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$



c) $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 1 \end{cases}$

d) $y \in \mathbb{R}$

Câu 6. Nghiệm nguyên của phương trình $x - 3y = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) $(4 + 3y; y)$ với $(y \in \mathbb{Z})$.

b) $(1; -3)$

c) $(1; 4)$

d) $(-3; 4)$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Với giá trị nào của a thì phương trình sau vô nghiệm $ax + 0y = 5$?

Câu 2. [NB] Nghiệm tổng quát của phương trình $-2x - y = 4$ là gì?

Câu 3. [TH] Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x - 2y = -1$ là bao nhiêu?

Câu 4. [VD] Cho phương trình $(m + 2)x - my = -1$ (m là tham số). Hỏi phương trình luôn có nghiệm là bao nhiêu với mọi m ?

Câu 5. [VDC] Tìm nghiệm nguyên âm lớn nhất của phương trình $-5x + 2y = 7$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN (GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)

Phương pháp giải:

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1)

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

2. Nếu tại $x = x_0$ và $y = y_0$ ta có $ax_0 + by_0 = c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1)

Xét phương trình bậc nhất hai ẩn.

3. Để viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình, trước tiên, ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) rồi đưa ra kết luận về công thức nghiệm tổng quát.

4. Để biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên mặt phẳng tọa độ, ta vẽ đường thẳng (d) có phương trình $ax + by = c$.

Ví dụ 1 [NB]: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$2x - 3y = 5$$

$$4x + 7y = 10$$

$$-3x + 5y = 2$$

$$0x + 2y = 4$$

$$2x - 0y = 3$$

$$0x - 0y = 6$$

Lời giải

Hệ thức $0x - 0y = 6$ có $a = b = 0$ nên không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn. Các hệ thức còn lại đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 2 [TH]: Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau:

a) $3x - y = 2$;

b) $x + 5y - 3 = 0$



c) $4x + 0y = -2$

d) $0x + 2y = 5$

Lời giải

a) $3x - y = 2$ Suy ra $y = 3x - 2$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $(x; 3x - 2)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý

b) $x + 5y - 3 = 0$ Suy ra $x = -5y + 3$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $(-5y + 3; y)$ với $y \in \mathbb{R}$

c) $4x + 0y = -2$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\left(-\frac{1}{2}; y\right)$ với $y \in \mathbb{R}$ tùy ý.

d) $0x + 2y = 5$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\left(x; \frac{5}{2}\right)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý.

Ví dụ 3 [TH]: Tìm m trong mỗi trường hợp sau:

a) $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình $mx + y - 5 = 0$;

b) Điểm $A(0; 3)$ thuộc đường thẳng $4x + my - 6 = 0$.

Lời giải

a) Thay $x = 1, y = 2$ vào phương trình ta có $m.1 + 2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

b) Thay $x = 0, y = 3$ vào phương trình đường thẳng, ta có $4.0 + m.3 = 6 \Leftrightarrow m = 2$.

Ví dụ 4 [TH]: Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của phương trình $x + 5y = 3$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Ta có : $x + 5y = 3 \Leftrightarrow x = 3 - 5y$

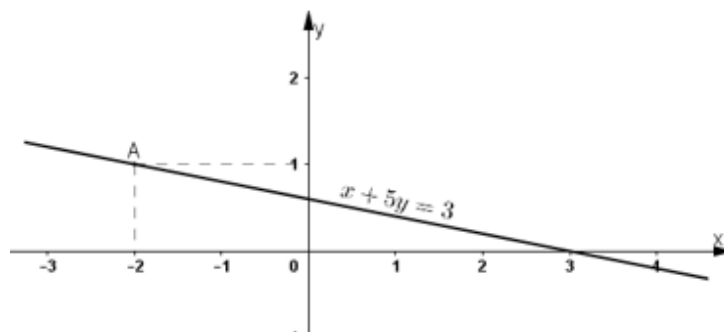
Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x = 3 - 5y \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng $x + 5y = 3$.

+ Tại $y = 0$ thì $x = 3 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(3; 0)$.

+ Tại $x = 0$ thì $y = \frac{3}{5} \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(0; \frac{3}{5})$.

Vậy đường thẳng $x + 5y = 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(3; 0)$ và $(0; \frac{3}{5})$.



Ví dụ 5 [TH]: Xét phương trình $x - 10y = -4$



- a) Hãy chỉ ra ba nghiệm của phương trình.
b) Viết tập nghiệm của phương trình.

Lời giải

a) Ba cặp số $(6;1); (-4;0)$ và $(-14;-1)$ là ba nghiệm của phương trình.

b) Ta có: $x - 10y = -4 \Leftrightarrow x = 10y - 4$.

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là $(10y - 4; y) \quad (y \in \mathbb{R})$.

Ví dụ 6 [VD]: Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x + 2y = 5$

a) Hoàn thành bảng sau đây:

x	-2	-1	0	?	?
y	?	?	?	1	2

Từ đó suy ra 5 nghiệm của phương trình đã cho.

b) Tính y theo x . Từ đó cho biết phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm.

Lời giải

a) Ta có:

x	-2	-1	0	3	1
y	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	1	2

Vậy 5 nghiệm của phương trình đã cho là: $\left(-2; \frac{7}{2}\right); (-1; 3); \left(0; \frac{5}{2}\right); (3; 1); (1; 2)$

b) Ta có: $y = \frac{5-x}{2}$. Với mỗi giá trị x tùy ý cho trước, ta luôn tìm được một giá trị y tương ứng.

Do đó phương trình đã cho vô số nghiệm.

Ví dụ 7 [VD]: Xác định a để phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm: $(2; 5)$

Viết công thức nghiệm và biểu diễn tập nghiệm với a tìm được trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm $(2; 5)$

$$\Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$$

Vậy khi $a = 3$ thì phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm $(2; 5)$.

Với $a = 3$ có $3x - y = 1 \Rightarrow y = 3x - 1$

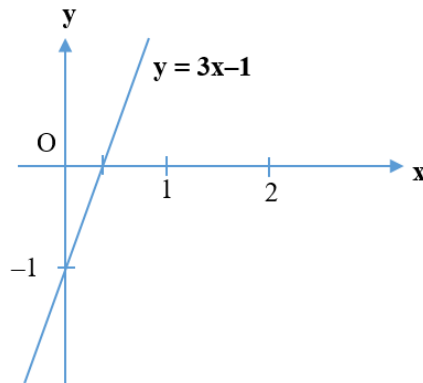
Công thức nghiệm của phương trình $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 3x - 1 \end{cases}$

Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng trên mặt phẳng tọa độ.

+ Tại $y = 0$ thì $x = \frac{1}{3} \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.



Vậy đường thẳng $y = 3x - 1$ là đường thẳng đi qua hai điểm $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ và $(0; -1)$.



6



C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Bài 4. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m-1)x - (2m+1)y = m-1$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) trùng với trục hoành.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Bài 5. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m-4)x - (m+1)y = 3$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục tung.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Bài 6. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục tung.

A. $m = \frac{1}{3}$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq \frac{1}{3}$.

Bài 7. Cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{m-1}{2}x + (1-2m)y = 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục tung.

A. $m = 1$.

B. $m \neq \frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Bài 8. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m-4)x + (m-1)y = m+5$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua gốc tọa độ.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -5$.

D. $m \neq 5$.

Bài 9. Cho đường thẳng (d) có phương trình $3x - (m+1)y = m+3$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $M(-1;0)$.

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = -3$.

D. $m = -6$.

Bài 10. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(5m-15)x + 2my = m-2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $N(0;3)$.

A. $m = 2$.

B. $m = -\frac{2}{5}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -\frac{1}{3}$.



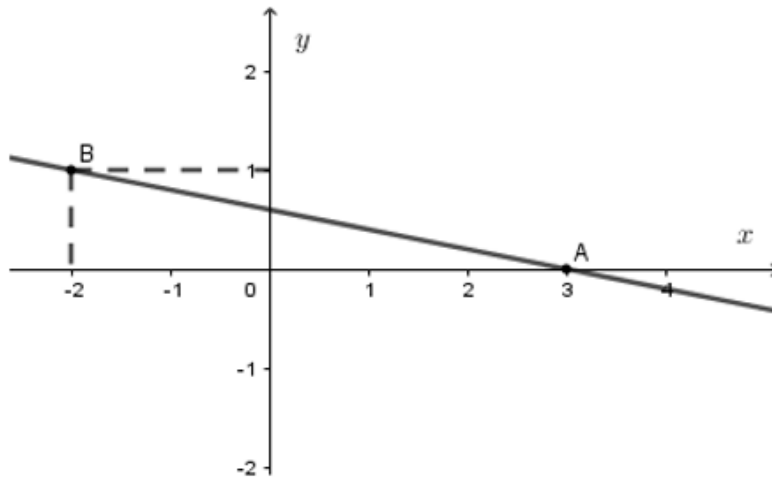
Bài 11. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m-4)x + (m-1)y = m+5$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $P(2; -5)$.

A. $m = -4$.

B. $m = 4$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.



A. $3x - y = 2$.

B. $x + 2y = 4$.

C. $x + 5y = 3$.

D. $0x + 2y = 5$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho đường thẳng d có phương trình $2m.x + (m-3)y = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- a) $m = 0$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..
- b) $m = 0$ khi đường thẳng d song song với trục tung.
- c) $m = 3$ khi đường thẳng d song song với trục tung..
- d) $m = 3$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

Câu 2. Cho đường thẳng d có phương trình $\frac{2m+4}{m-3}x + (m-5)y = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- a) $m = -2$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..
- b) $m = -2$ khi đường thẳng d song song với trục tung.
- c) $m = 5$ khi đường thẳng d song song với trục tung..
- d) $m = 5$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

Câu 3. Cho đường thẳng d có phương trình $x + (2m-3)y = m+6$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

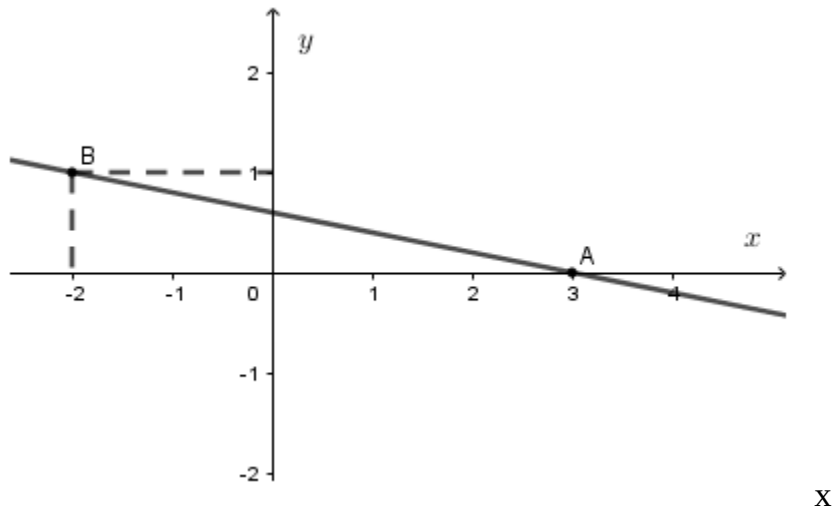
- a) $m = -6$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.
- b) $m = 0$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.
- c) $m = 5$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.
- d) $m = -5$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.



Câu 4. Khẳng định nào sau đây là đúng? Đường thẳng d biểu diễn tập nghiệm của phương trình $3x - y = 3$ là:

- a) Đường thẳng song song với trục hoành.
- b) Đường thẳng song song với trục tung.
- c) Đường thẳng đi qua gốc tọa độ.
- d) Đường thẳng song song với trục hoành đi qua điểm $A(1;0)$.

Câu 5. Hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào?. Khẳng định nào sau đây đúng?



- a) $3x - y = 2$
- b) $x + 2y = 4$
- c) $x + 5y = 3$
- d) $0x + 2y = 5$

Câu 6. Đường thẳng $2mx - (m + 4)y = m$ cắt trục Ox, Oy tại hai điểm phân biệt khi nào? Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) $m \neq 0; m = 4$
- b) $m \neq 0; m \neq -4$
- c) $m = 0; m = 4$
- d) $m \neq 0; m = -4$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình đường thẳng $(d): mx + 2y = 4$ đi qua điểm cố định M có tọa độ là bao nhiêu?

Câu 2. [TH] Đường thẳng $2x - y = -4$ đi qua điểm nào trong các điểm sau:

$$M(2;4), N\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 4 + \sqrt{2}\right), P(1;-2), Q\left(\frac{1}{\sqrt{3}-2}; -2\sqrt{3}\right)?$$

Câu 3. [VD] Cho đường thẳng $(d): -mx + y = 3$ và $(d'): -3x - y = 5$. Tìm m để $(d) \parallel (d')$

Câu 4. [VDC] Tìm m để đường thẳng $mx - (m + 4)y = m$ cắt trục Ox, Oy tại hai điểm phân biệt.

**PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN****Phương pháp giải:**

Ta có thể sử dụng một số lưu ý sau đây khi giải dạng toán này:

1. Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì phương trình đường thẳng $(d): ax + by = c$ có dạng $(d): x = \frac{c}{a}$

Khi đó (d) song song hoặc trùng với Oy .

2. Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình đường thẳng có dạng $(d): y = \frac{c}{b}$

Khi đó (d) song song hoặc trùng với Ox

3. Đường thẳng $(d): ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_o; y_o)$ khi và chỉ khi $ax_o + by_o = c$.

Ví dụ 1 [NB]: Cho phương trình $x + 2y = a - 1$. Hãy chọn hệ số a để đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm $O(0;0)$.

Lời giải

Đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm

$$\Leftrightarrow 0 + 2 \cdot 0 = a - 1 \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy $a = 1$ thì đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm $O(0;0)$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$.

Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d có phương trình $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$ song song với trục hoành

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \\ 3m - 1 \neq 0 \\ 6m - 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m = 2 \\ m \neq \frac{1}{3} \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy $m = 2$ thì đường thẳng d song song với trục hoành

b) Đường thẳng d có phương trình song song với trục tung



$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3m-1=0 \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} m \neq 2 \\ m = \frac{1}{3} \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases} \text{ Suy ra } m \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị nào của m để đường thẳng d song song với trục tung.

Ví dụ 3 [TH]: Cho đường thẳng d có phương trình: $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$.

Tìm các giá trị của tham số m để:

- d song song với trục hoành;
- song song với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d có phương trình $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$ song song với trục hoành

$$\begin{cases} 2m-1=0 \\ 3(m-1) \neq 0 \\ 4m-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị nào của m để đường thẳng d song song với trục hoành.

b) Đường thẳng d có phương trình $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$ song song với trục tung

$$\begin{cases} 2m-1 \neq 0 \\ 3(m-1) = 0 \\ 4m-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m = 1$$

Vậy $m = 1$ thì đường thẳng d song song với trục tung.

Ví dụ 4 [VD]: Xác định a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2; -2)$ Suy ra $-2 = a \cdot 2 + b$ suy ra $b = -2 - 2a$ (1)

Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(-1; 3)$ Suy ra $3 = a \cdot (-1) + b$ (2)



Thay (1) vào (2) ta có: $3 = -a - 2 - 2a \Rightarrow 3a = -5 \Rightarrow a = \frac{-5}{3}$

$$\Rightarrow b = -2 - 2 \cdot \frac{-5}{3} = \frac{4}{3}$$

Vậy $a = \frac{-5}{3}$ và $b = \frac{4}{3}$ thì đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho phương trình $-2x + y = b$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $-2x + y = b$ đi qua điểm $O(0; 0)$.

Bài 2. [NB] Cho phương trình $-bx + y = -2$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $-bx + y = -2$ đi qua điểm .

Bài 3. [NB] Cho phương trình $x - by = 5$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $x - by = 5$ đi qua điểm $P(-1; 2)$.

Bài 4. [TH] Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$.

Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung.

Bài 5. [TH] Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$

Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) đi qua gốc tọa độ;
- b) d đi qua điểm $A(-3; -2)$.

Bài 6. [VD] Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; -5)$.



CHUYÊN ĐỀ 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Bước 1. Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

2. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

Bước 1. Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Chú ý: Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0).

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ, CỘNG ĐẠI SỐ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$
 là

- A. (2;1). B. (1;2). C. (-1;2). D. $\left(\frac{2}{7}; \frac{23}{14}\right)$.

Câu 2. [NB] Nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$
 là

- A. (2;1). B. (-2;1). C. (-1;2). D. (1;2).

Câu 3. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = -7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$
 có nghiệm là

- A. (2;-5). B. (-2;5). C. (-2;-5). D. (5;2).

Câu 4. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$
 có nghiệm là



A. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 5. [TH] Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -0,5x + 0,5y = 1 \\ -2x + 2y = 8 \end{cases}$ là

A. 2.

B. Vô số nghiệm.

C. 1.

D. 0.

Câu 6. [TH] Cặp số $(4; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình

A. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - 5y = 4 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$.

Câu 7. [TH] Cặp số $(1; -2)$ không là nghiệm của hệ phương trình nào dưới đây?

A. $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$.

Câu 8. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(-2; 3)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-2; -3)$.

Câu 9. [VD] Biết hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì $x_0^2 + y_0^2$ bằng

A. 18.

B. 8.

C. 0.

D. 16.

Câu 10. [VD] Biết hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì $4x_0 + y_0$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -2.

D. -11.

Câu 11. [VD] Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = 1 \\ ax - (b - 2)y = 1 \end{cases}$ có nghiệm là $(1; -2)$ thì giá trị của a và b lần lượt bằng

A. $a = 3; b = 1$.

B. $a = \frac{5}{2}; b = \frac{1}{2}$.

C. $a = 1; b = 3$.

D. $a = -3; b = 1$.

Câu 12. [VDC] Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = 9 \\ (a - 2)x + (2b + 1)y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là $(3; -1)$ thì giá trị của $P = 3a - 4b$ bằng

A. 9.

B. 18.

C. 28.

D. 20.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 3y = 6 \end{cases}$ (I) và $\begin{cases} 3x - 9y = 5 \\ -2x + 6y = 3 \end{cases}$ (II)



- a) Hệ (I) có vô số nghiệm.
- b) Hệ (II) vô nghiệm.
- c) Cả hệ (I) và hệ (II) có nghiệm duy nhất.
- d) Chỉ có hệ (I) có nghiệm duy nhất.

Câu 2. Biết hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

- a) $x_0 + 2y_0 = 3$.
- b) $2x_0 + 4y_0 = -4$.
- c) $x_0^2 + y_0 = -\frac{1}{2}$.
- d) $x_0^2 - y_0 = 4$.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + \frac{y}{2} = \frac{2x-3}{2} \\ \frac{x}{2} + 3y = \frac{25-9y}{8} \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

- a) $x_0 > 0; y_0 < 0$.
- b) $x_0 < 0; y_0 < 0$.
- c) $x_0 < 0; y_0 > 0$.
- d) $x_0 > 0; y_0 > 0$.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + y(2x+1) = 5 \end{cases}$

- a) Hệ phương trình vô nghiệm.
- b) Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất.
- c) Hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn tính chất $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$.
- d) Hệ phương trình có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn tính chất nếu $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình thì $(-x_0; -y_0)$ cũng là nghiệm của hệ.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm là:



Câu 2. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là:

Câu 3. [TH] Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ x - \frac{3}{5}y = 2\frac{1}{5} \end{cases}$ là

Câu 4. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ x + y + 2(x - y) = 5 \end{cases}$ có nghiệm là:

Câu 5. [VD] Biết hệ phương trình $\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì $3x_0 - 6y_0$ bằng .

Câu 6. [VDC] Hệ phương trình $\begin{cases} (x + y)^2 + x = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x(2y + 1) = 5 \end{cases}$ có số nghiệm là .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 28 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 0,5x - 1,5y = -1 \end{cases}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 5(x + 2) = 2(y + 7) \\ 3(x + y) = 17 - x \end{cases}$

b) $\begin{cases} (x + 2)(y - 5) = xy - 50 \\ (x + 4)(y + 4) = xy + 216 \end{cases}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x + y}{5} = \frac{x - y}{3} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} + 1 \end{cases}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x - 2) - 2(y - x) = 2 \\ 2x(x - 2) + (4x + y) = 9 \end{cases}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ 0,4x - 1,2y = -1,6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x + 1) - y = 6 - 2y \\ 2x - y = 7 \end{cases}$



$$\begin{array}{lll} \text{d)} \begin{cases} 5x - y = 30 \\ 3x + y = 26 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} x - 2y + 6 = 0 \\ 5x - 3y - 5 = 0 \end{cases} \\ \\ \text{g)} \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases} \\ \\ \text{d)} \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \end{array}$$

Bài 3. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 0,3x + 0,5y = 3 \\ 1,5x - 2y = 1,5 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x\sqrt{2} - 3y = 1 \\ 2x + y\sqrt{2} = -2 \end{cases} \\ \\ \text{d)} \begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - \frac{2}{3}y = 3\frac{1}{3} \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} \end{array}$$

Bài 4. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ 3x - 2y = 2 \end{cases} \\ \\ \text{d)} \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 0,4x + 0,2y = 0,8 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases} \end{array}$$

Bài 5. [TH] Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + 2\sqrt{7}y = -\sqrt{7} \\ 2x - \sqrt{7}y = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + \frac{y}{3} = \frac{7}{3} \\ x - \frac{y}{2} = \frac{-1}{6} \end{cases} \end{array}$$

Bài 6. [TH] Giải các hệ phương trình sau:



$$\text{a)} \begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ x + \frac{2y}{5} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 4(2x - y + 3) - 3(x - 2y + 3) = 48 \\ 3(3x - 4y + 3) + 4(4x - 2y - 9) = 48 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} (2x + 1)(y - 2) = (x - 3)2y \\ (x - 3)(y + 1) = (x + 1)(y - 2) \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} 2(3x - y) - 2y = 7 \\ 3(2y + x) + 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} 2(x + 1) + 3(y - 2) = 9 \\ 3(x - 1) + y = 6 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} 3y(x - 2) - x(3y + 1) = 5 \\ 3x(2 - y) + y(3x + 2) = 4 \end{cases}$$

Bài 7. [VD] Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a)} \begin{cases} y(y - 3) - 3(x - y) = 6 \\ 2y(y - 3) + (6y + x) = 19 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 2x(x - 1) + 2x - y = 1 \\ x(x - 1) + x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 8. [VDC] Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a)} \begin{cases} x^2 + y(3x + y) = 5 \\ (x + y)(x + y + 1) + xy = 7 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3(y - 3x + 1)x^2 + (y^2 + 2x + 2)(x - 1) = -3y \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} 6x^3 + x^2y - x = 10 \\ x^2 - 2x - y + 6 = 0 \end{cases}$$



DẠNG 2: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ, HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các bước giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Bước 1. Tìm ĐKXĐ của hệ phương trình.

Bước 2. Đặt ẩn phụ và điều kiện cho ẩn phụ (nếu có): Đặt ẩn phụ là lựa chọn các biểu thức $f(x,y)$; $g(x,y)$ trong hệ phương trình để đặt thành các ẩn phụ mới làm cho đơn giản cấu trúc của hệ PT. Qua đó tạo thành hệ PT mới đơn giản hơn.

Bước 3. Giải hệ phương trình với ẩn phụ.

Bước 4. Thay trả lại ẩn ban đầu và tìm giá trị của ẩn ban đầu.

Bước 5. Đối chiếu ĐKXĐ rồi kết luận.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Điều kiện xác định của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1}-2y=1 \\ \sqrt{x-1}+y=4 \end{cases}$ là

- A. $x \geq 1$. B. $x \leq 1$. C. $x \geq 1; y \geq 0$. D. $x \geq 1; y \leq 0$.

Câu 2. [NB] Điều kiện xác định của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1,1 \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0,1 \end{cases}$ là

- A. $x \neq -y$. B. $x \neq y$. C. $x \neq \pm y$. D. $x \neq 0; y \neq 0$.

Câu 3. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1,1 \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0,1 \end{cases}$

Đặt $\frac{1}{x-y} = a; \frac{1}{x+y} = b$ thì ta có hệ phương trình:

- A. $\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{6}{b} = 1,1 \\ \frac{4}{a} - \frac{9}{b} = 0,1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 2a + 6b = 1,1 \\ 4a - 9b = 0,1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2a - 6b = 1,1 \\ 4a + 9b = 0,1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 4a + 6b = 1,1 \\ 2a - 9b = 0,1 \end{cases}$

Câu 4. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$, nếu đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b$ thì điều

kiện của a, b là



A. $a > 0; b > 0$.

B. $a \geq 0; b > 0$.

C.

$a \geq 0; b \geq 0$.

D. $a \neq 0; b \geq 0$.

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} - 2y = 1 \\ \sqrt{x-1} + y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $x; y = 10; 1$.

B. $x; y = 1; 10$.

C. $x; y = 5; 2$.

D. $x; y = 1; 0$.

Câu 6. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-1} = 5 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $x; y = 2; 1$.

B. $x; y = 1; 2$.

C. $x; y = 2; 0$.

D. $x; y = \left(\frac{1}{2}; 4\right)$.

Câu 7. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2|x| - 3y = -5 \\ |x| + 2y = 8 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $x; y = 2; 3$.

B. $x; y = -2; 3$.

C. $x; y = 2; -3$.

D. $x; y = 2; 3, -2; 3$.

Câu 8. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+2) - 3(y+1) = -4 \\ 3(x+2) + 2(y+1) = 20 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x; y) = (-2; 3)$.

B. $(x; y) = (2; -3)$.

C. $(x; y) = (-2; -3)$.

D.

$(x; y) = (2; 3)$.

Câu 9. [VD] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5x + 5y - \sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $x; y = 7; 5$.

B. $x; y = 7; -5$.

C. $x; y = 2; 0,5$.

D. $x; y = -1; 4$.

Câu 10. [VD] Hệ phương trình $\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ |x+y-1| = |x+y| \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x, y) = \left(3; \frac{-5}{2}\right)$.

B. $(x, y) = \left(3; \frac{5}{2}\right)$ và $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$.

C. $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$.

D. $(x, y) = \left(3; \frac{-5}{2}\right)$ và $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$.



Câu 11. [VD] Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2 + \frac{2}{\sqrt{y}-3} = 9 \\ 2x + 4 - \frac{1}{\sqrt{y}-3} = 8 \end{cases}$$
 có nghiệm là

A. $x, y = \left(3; \frac{49}{4}\right)$.

B. $x, y = \left(-3; \frac{49}{4}\right)$.

C. $x, y = \left(3; -\frac{49}{4}\right)$.

D. $x, y = \left(-3; -\frac{49}{4}\right)$.

Câu 12. [VDC] Hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 - 2xy - y^2 = 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 3xy^2 - y^3 + 1 = 0 \end{cases}$$
 có nghiệm là

A. $x, y = 1; 0, (-1; 2)$.

B. $x, y = -1; 0, (-1; 2)$.

C. $x, y = 2; 0, (1; 2)$.

D. $x, y = -1; 0, (-1; -2)$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad (I)$$

a) Điều kiện xác định của hệ (I) là $x \neq 0; y \neq 2$.

b) Đặt $a = \frac{2}{x}; b = \frac{1}{y-2}$. Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \quad (II)$$

c) Giải hệ phương trình II ta được
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $x, y = 2; 3$.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} - \frac{5}{\sqrt{y-3}} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{y-3}} = \frac{7}{5} \end{cases} \quad (I)$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x \geq \frac{1}{2}; y \geq 3$.

b) Đặt $\sqrt{2x-1} = a; \frac{1}{\sqrt{y-3}} = b; a \geq 0; b > 0$.



Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} a - 5b = \frac{5}{2} \\ a + b = \frac{7}{5} \end{cases} \quad (\text{II})$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được
$$\begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{4}{5} \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{113}{225}; \frac{57}{16}\right)$.

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2 + \frac{2}{\sqrt{y-3}} = 9 \\ 2x + 4 - \frac{1}{\sqrt{y-3}} = 8 \end{cases} \quad (\text{I})$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là
$$\begin{cases} y \neq 9 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) Đặt $\frac{1}{\sqrt{y-3}} = a$. Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} (x+2) + 2a = 9 \\ 2(x+2) - a = 8 \end{cases} \quad (\text{II})$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được
$$\begin{cases} x + 2 = 5 \\ a = 2 \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $x; y = \left(3; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases} \quad (\text{I})$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x > -2$

b) Đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b; a \geq 0; b \geq 0$.

Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 5a - 2b = 4 \end{cases} \quad (\text{II})$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) nghiệm $x, y = 7; -5$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN



Câu 1. [NB] Tìm điều kiện xác định của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Câu 2. [NB] Tìm điều kiện xác định của hệ phương trình
$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 4 \\ |x| - \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \end{cases}$$

Câu 3. [TH] Tìm nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

Câu 4. [TH] Tìm nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Câu 5. [VD] Tìm nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$$

Câu 6. [VDC] Tìm nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} (x^2 - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ x^2y + x^2 + 2y - 22 = 0 \end{cases}$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☑ Tìm ĐKXĐ của hệ phương trình.
- ☑ Đặt ẩn phụ và điều kiện cho ẩn phụ (nếu có).
- ☑ Giải hệ PT với ẩn phụ.
- ☑ Thay trả lại ẩn ban đầu và tìm giá trị của ẩn ban đầu.
- ☑ Đối chiếu ĐKXĐ rồi kết luận.

Ví dụ 1 [NB]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad (I)$$

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x| + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4|x| - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$



Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = 1 \\ \frac{3x}{x+1} - \frac{4y}{y-1} = 10 \end{cases} \quad (I)$$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |x+2| + \frac{2}{\sqrt{y}-3} = 9 \\ |x+2| - \frac{1}{2(\sqrt{y}-3)} = 4 \end{cases}$$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2x + \frac{4}{y-1} = 4 \\ -3x + \frac{2}{y-1} = -2 \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{y}-2} = 1 \\ 4\sqrt{x-1} - \frac{3}{\sqrt{y}-2} = 7 \end{cases}$$

Bài 3. [VD] Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} |x-3| + \frac{2}{\sqrt{y+1}-2} = 7 \\ |2x-6| - \frac{1}{\sqrt{y+1}-2} = -1 \end{cases}$$

Bài 4 [VD] Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \left| \frac{1}{y-3} \right| = 9 \\ 3\sqrt{x-1} = 10 + \left| \frac{2}{y-3} \right| \end{cases}$$

**DẠNG 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ**

Bài toán thường gặp: Cho hệ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ chứa tham số m .

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện cho trước

Bước 1 Dùng phương pháp thế, cộng, trừ để đưa hệ đã cho về phương trình bậc nhất một ẩn $Ax = B$.

Bước 2: Lập luận: Hệ có nghiệm duy nhất khi phương trình $Ax = B$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $A \neq 0$

Bước 3: Giải nghiệm $(x; y)$ theo m và xử lý điều kiện của bài toán.

Chú ý:

* Hệ vô nghiệm khi phương trình $Ax = B$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$

* Hệ vô số nghiệm khi phương trình $Ax = B$ vô số nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

* Đối với hệ: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) thì ta có các điều kiện sau:

+) Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

+) Hệ vô nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

+) Hệ vô số nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN**

Câu 1. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) có nghiệm duy nhất khi

A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Câu 2. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) vô số nghiệm khi

A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Câu 3. [NB] Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (có hệ số khác 0) vô nghiệm khi



A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Câu 4. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ có các hệ số khác 0 và $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. Chọn câu đúng.

A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

B. Hệ phương trình vô nghiệm.

C. Hệ phương trình vô số nghiệm.

D. Chưa kết luận được về nghiệm của hệ.

Câu 5. [TH] Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ $\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$.

A. Vô số nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. Có nghiệm duy nhất.

D. Có hai nghiệm phân biệt.

Câu 6. [TH] Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ $\begin{cases} -x + 5y = -1 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$.

A. Vô số nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. Có nghiệm duy nhất.

D. Có hai nghiệm phân biệt.

Câu 7. [TH] Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 0$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 8. [TH] Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m-1)x + 2y = m \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Câu 9. [VD] Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x - (m-2)y = 2 \\ (m-1)x - 2y = m-5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

A. $m \neq 0$.

B. $m \neq 2$.

C. $m \neq \{0; 3\}$.

D. $m = 0; m = 3$.

Câu 10. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x + m^2y = 9 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình nhận cặp $(1; 2)$ làm nghiệm



A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Câu 11. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ (m là tham số). Tìm m để hệ phương trình

có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 1 \end{cases}$.

A. $m < 1$.

B. $m < -1$.

C.

$m > 1$.

D. $m > -1$.

Câu 12. [VDC] Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của m để

hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x^2 - 2y^2 = -2$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ (I): $\begin{cases} x = y - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ và hệ (II): $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3y + 5 = 2x \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng

định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Hai hệ đã cho đều vô nghiệm
- b) Hai hệ đã cho đều có nghiệm duy nhất
- c) Hệ (I) vô nghiệm, hệ (II) có nghiệm duy nhất
- d) Hệ (I) và hệ (II) đều có vô số nghiệm
- e) Nghiệm của hệ (I) có thể không là nghiệm của hệ (II)

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng,

khẳng định nào sai?

a) Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

b) Hệ có vô số nghiệm khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

c) Hệ vô nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

d) Hệ luôn có nghiệm



Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Hệ thức liên hệ giữa $x; y$ không phụ thuộc vào m là $2x + y = 3$.
- b) Với $m \notin \{2; -2\}$ thì hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm duy nhất.
- c) Hệ phương trình đã cho luôn có vô số nghiệm.
- d) Với $m = 2$ thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$

Câu 2. [TH] Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ có nghiệm $x = 1; y = 3$, khi đó giá trị biểu thức $10(a + b)$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m + 1 \end{cases}$ (m là tham số). Nghiệm của hệ phương trình khi $m = 2$ là bao nhiêu?

Câu 4. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$ (m là tham số). Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = -3$.

Câu 5. [VDC] Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$. Tìm m để biểu thức $A = xy + x - 1$ đạt giá trị lớn nhất.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của các hệ sau:

$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases}$$

Ví dụ 2 [TH]: Cho hệ phương trình sau: $\begin{cases} x + y = 2 \\ mx - y = 1 \end{cases}$.

- a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$.
- b) Tìm m để $x - 3y = 5$.



- c) Tìm m để $x.y < 0$.
 d) Tìm m để $x + 2y > 4$
 e) Tìm các giá trị nguyên của m để x, y là các số nguyên.

Ví dụ 3 [TH]: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases} (I)$ (m là tham số).

- a) Giải hệ phương trình (I) khi $m = 1$.
 b) Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = -3$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x + my = 2m + 18 \end{cases}$ với m là tham số.

1. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ và tìm nghiệm duy nhất đó.
2. Với $(x; y)$ là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm m để:
 - a) $2x - 3y > 0$.
 - b) Cả x và y là các số nguyên.
 - c) Biểu thức $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - d) Biểu thức $T = xy$ đạt giá trị lớn nhất.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của các hệ sau:

$$\begin{cases} x\sqrt{8} + y = \sqrt{21} \\ x3 - y\sqrt{2} = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - \sqrt{3}y = \sqrt{2} \\ -\sqrt{3}x + 3y = -\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{5}{2}y = \sqrt{2} \\ -4x + 5y = 9 \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Tìm a, b biết hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ có nghiệm $x = 1; y = 3$.

Bài 3. [VD] Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + ay = -4 \\ ax - 3y = 5 \end{cases}$

- a) Giải hệ phương trình với $a = 1$
 b) Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.



Bài 4. [VD] Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 & (1) \\ x + (a-1)y = 2 & (2) \end{cases} \quad (a \text{ là tham số})$$

- Giải hệ phương trình khi $a = 2$.
- Giải và biện luận hệ phương trình.
- Tìm các số nguyên a để hệ phương trình có nghiệm nguyên
- Tìm a để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn $x + y$ đạt GTNN.

Bài 5. [VD] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - 2y = 2m - 1 \\ 2x - my = 9 - 3m \end{cases}$$
 với m là tham số.

- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ và tìm nghiệm duy nhất đó.
- Với $(x; y)$ là nghiệm duy nhất ở trên:
 - Tìm một hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .
 - Tìm m nguyên để cả x và y là các số nguyên.
 - Tìm m để biểu thức $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để biểu thức $T = xy$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 6. [VD] Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 5 & (1) \\ mx - y = 4 & (2) \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 2$.
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) trong đó x, y trái dấu.
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x = |y|$.



DẠNG 4: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG
I- HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI I
PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho các hệ phương trình sau hệ phương trình nào là hệ phương trình đối xứng loại 1

A. $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2y+y^2x=30 \end{cases}$
B. $\begin{cases} x^3=2x+y \\ y^3=2y+x \end{cases}$
C. $\begin{cases} -2x+3y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$
D. $\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y=5 \\ 2y=8 \end{cases}$

Câu 2. [NB] Để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}$ có nghiệm thì điều kiện cần và đủ là:

A. $S^2 - P < 0$
B. $S^2 - P \geq 0$
C. $S^2 - 4P < 0$
D. $S^2 - 4P \geq 0$

Câu 3. [NB] Hệ phương trình đối xứng $\begin{cases} x+y=b \\ x^2+y^2=d \end{cases}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

Có tối đa là mấy nghiệm

A. 1
B. 2
C. 3
D. 5

Câu 4. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2y+y^2x=30 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm

A. 3
B. 4
C. 2
D. 1

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x+y=2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$. Khi đó xy bằng

A. 0
B. 1
C. 2
D. 4

Câu 6. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x+y=2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$ với $x > y$. Khi đó số nghiệm của hệ phương trình là:

A. 0
B. 1
C. 2
D. 4

Câu 7. [TH] Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\begin{cases} 2x+yx+2y=-3 \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Câu 8. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+yx+2y=-3 \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x < y$. Tính $101x+101y$

A. 0
B. $\sqrt{3}$
C. $-\sqrt{3}$
D. 3



Câu 9. [VD] Hãy chỉ ra các cặp nghiệm đúng của hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-1)(y-1) = 18 \\ x^2 + y^2 = 65 \end{cases}$$

- A.** (4;7) và (7;4) . **B.** (-1;-8) và (-8;-1) **C.** (1,2) và (2;1). **D.** cả A và B

Câu 10. [VD] Hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} x + y + yx = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$$
 đâu không phải nghiệm đúng của hệ

- A.** (1;6) và (6;1) . **B.** (2;3) và (3;2) **C.** (-3,-7) . **D.** (-7;-3)

Câu 11. [VD] Biết cặp số $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$$
. Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm

- A.** $m \in [1; 2]$. **B.** $m \in [-2; 2]$ **C.** $m < -2$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \in (-3; 0)$

Câu 12. [VDC] Biết cặp số $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$$
. Tìm giá trị của m để $A = xy + 2(x + y)$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A.** $m = -1$. **B.** $m = -2$ **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$$
 có các khẳng định sau

- a) Hệ phương trình luôn có nghiệm
- b) Hệ phương trình có nghiệm khi $m \in [-2; 2]$
- c) Hệ phương trình có nghiệm khi $m = 0$
- d) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

Câu 2. Cho hệ sau
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^2 + y^2 + (x + y) = 8 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 4 nghiệm
- b) Cặp số (1;2) và (2;1) là nghiệm của hệ phương trình
- c) Cặp số (-3;-1) là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả a) và b) đều đúng

Câu 3. Cho hệ sau hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 2 nghiệm



- b) Hệ phương trình có vô số nghiệm
 c) Cặp số $(-1; -2)$ là một nghiệm của hệ phương trình
 d) Cả a) và b) đều đúng

Câu 4. Cho hệ sau hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 2 nghiệm
 b) Hệ phương trình có 4 nghiệm
 c) Cặp số $(2; 3)$ là một nghiệm của hệ phương trình
 d) Cả b) và c) đều đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 2m \\ x^2 + y^2 = 2m + 2 \end{cases}$$
. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm.

Câu 2. [NB] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$$
. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm.

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 2m \\ x^2 + y^2 = 2m + 2 \end{cases}$$
 với cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ. Với giá trị nào của m thì $P = x_0y_0 - 3(x_0 + y_0)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 4. [TH] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$
 biết hệ có 2 nghiệm $(x; y)$ trong đó có 1 nghiệm là $(2; 4)$. Tính tổng $3x + 2y$ nếu $x > y$

Câu 5. [VD] Cho hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y = 4 \end{cases}$$
. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình vô nghiệm

Câu 6. [VDC] Cho hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y = 4 \end{cases}$$
. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $T = x + xy + y$ đạt giá trị lớn nhất

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + 2xy = 2 \\ x^3 + y^3 = 8 \end{cases}$$

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$



Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ (x+y)(8+xy) = 2 \end{cases}$$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy = -1 \\ x^2 + y^2 - xy = 7 \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$$

Bài 3. [VD] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$$

Bài 4. [VD] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y) = 3(\sqrt[3]{x^2y} + \sqrt[3]{xy^2}) \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 6 \end{cases}$$

II- HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI II

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho các hệ phương trình sau hệ phương trình nào là hệ phương trình đối xứng loại 1

Cho các hệ phương trình sau hệ phương trình nào là hệ phương trình đối xứng loại 2

A.
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2y + y^2x = 30 \end{cases}$$
B.
$$\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$$
C.
$$\begin{cases} -2x + 4y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$
D.
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 5 \\ 2x = 8 \end{cases}$$

Câu 2. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 3x = -2y \\ y^2 - 3y = -2x \end{cases}$$
 có bao nhiêu nghiệm

A. 3. **B.** 2. **C.** vô nghiệm. **D.** 1.

Câu 3. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 = -x - y \\ y^3 = -y - x \end{cases}$$
 có nghiệm là:

A. $x = y$ **B.** $x = -y$. **C.** $x = -2y$. **D.** $y = 2x$.

Câu 4. [NB]] Hãy chỉ ra cặp nghiệm khác 0 của hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x^2 = 2x + y \\ y^2 = 2y + x \end{cases}$$



A. (3;3)

B. (2;3).

C. (-3;2).

D. (3;4).

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 2x + y \\ y^2 = 2y + x \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$ khác 0. Khi đó xy bằng

A. 6.

B. 9.

C. -6.

D. -9.

Câu 6. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 7. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8. [TH] Hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x = y < 0$. Tính $100x + 100y$

A. 0.

B. 400.

C. 40.

D. -600.

Câu 9. [VD] Hãy chỉ ra các cặp nghiệm đúng của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$

A. (0;0) và (-3;3).

B. (5;5) và (2;-1)

C. (1,2) và (2;1).

D. cả A và D

Câu 10. [VD] Hệ phương trình sau : $\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$. Hãy tính $T = 2x - 3y$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn $x < 0 < y$

A. -8.

B. 10

C. 5.

D. 12

Câu 11. [VD] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$. Điều kiện để hệ phương trình có nghĩa là:

A. $x \geq 0$ và $y \leq 2$.B. $0 \leq x \leq 2$ và $0 \leq y \leq 2$ C. $0 \leq x \leq 2$ hoặc $0 \leq y \leq 2$ D. $x \leq 2$ và $y \leq 2$

Câu 12. [VDC] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$ có mấy nghiệm

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI



Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^2 + x = 2y + 1(1) \\ y^3 + y^2 + y = 2x + 1(2) \end{cases}$$
 có các khẳng định sau

- a) Hệ phương trình có vô số nghiệm
- b) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- c) Hệ phương trình có 3 nghiệm
- d) Hệ phương trình có vô nghiệm

Câu 2. Cho hệ sau
$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$
- b) Hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x > 0; y > 0$
- c) Cặp số $(-3; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả a) và b) đều đúng

Câu 3. Cho hệ sau
$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 1 nghiệm
- b) Cặp số $(2; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- c) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- d) Cả a) và b) đều đúng

Câu 4. Cho hệ sau
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình vô nghiệm
- b) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$
- c) Tất cả các nghiệm của hệ phương trình đều là số âm
- d) Cả b và c đều đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)



Câu 1. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 91} = \sqrt{y - 2} + y^2 \\ \sqrt{y^2 + 91} = \sqrt{x - 2} + y^2 \end{cases}$. Tìm điều kiện $x; y$ để hệ phương trình có nghĩa.

Câu 2. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 91} = \frac{x}{y^2} \\ \sqrt{y^2 + 91} = \frac{y}{x^2} \end{cases}$. Tìm điều kiện $x; y$ để hệ phương trình có nghĩa.

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x = 3y(1) \\ y^2 + 4y = 3x(2) \end{cases}$ hệ phương trình có mấy nghiệm

Câu 4. [TH] Cho hệ sau $\begin{cases} x^2 + 4x = 3y(1) \\ y^2 + 4y = 3x(2) \end{cases}$. tính $T = 2x + y$ biết $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình và $x = y$ và $x \neq 0$

Câu 5. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy - 3x = y - 2 \\ y^2 + xy - 3y = x - 2 \end{cases}$. hệ phương trình trên có mấy nghiệm

Câu 6. [VDC] Cho hệ phương trình sau $\begin{cases} x = y^2 - y + m \\ y = x^2 - x + m \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = 2x + y(1) \\ y^3 = 2y + x(2) \end{cases}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy = x + 2y \\ y^2 + xy = y + 2x \end{cases}$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$.

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y - 4 = y^2 \\ xy^2 - 4 = x^2 \end{cases}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. [NB] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x+y = x^2 \\ 2y+x = y^2 \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 = 5x-2y \\ y^2 = 5y-2x \end{cases}$$

Bài 3. [VD] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y = 2x + 6 & (1) \\ y^2 + x = 2y + 6 & (2). \end{cases}$$

Bài 4. [VD] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 3x - 1 + \sqrt{2x+1} = y \\ y^3 + 3y - 1 + \sqrt{2y+1} = x \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ 3: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1: BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG TRÊN CẠM

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trên quãng đường AB dài 200km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10km/h. Nếu gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) thì phương trình thể hiện mối quan hệ giữa hai vận tốc này là gì?

A. $x - y = 10$

B. $y + x = 10$

C. $y - x = 10$

D. $x = y + 10$

Câu 2. [NB] Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h. Nếu gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) thì phương trình thể hiện mối quan hệ giữa hai quãng đường đi được của 2 xe từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là gì?

A. $2x + 2y = 200$

B. $2x - 2y = 200$

C. $2x + 200 = 2y$

D. $2y - 2x = 200$

Câu 3. [NB] Một người đi xe máy dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một thời gian nhất định. Người đó tính rằng nếu đi với vận tốc 45 km/h thì sẽ tới B chậm mất nửa giờ, nhưng đi với vận tốc 60 km/h thì sẽ tới B sớm hơn 45 phút. Nếu gọi độ dài quãng đường AB là x (km) và thời gian dự định đi của người đó là y (h) thì biểu thức biểu thị thời gian đi của người đó nếu đi với vận tốc 45 km/h là?

A. $\frac{x}{45}$

B. $\frac{x}{60}$

C. $x + 45$

D. $45x$

Câu 4. [NB] Một người đi xe máy dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một thời gian nhất định. Người đó tính rằng nếu đi với vận tốc 45 km/h thì sẽ tới B chậm mất nửa giờ, nhưng đi với vận tốc 60 km/h thì sẽ tới B sớm hơn 45 phút. Nếu gọi độ dài quãng đường AB là x (km) và thời



gian dự định đi là y (h) thì biểu thức thể hiện thời gian đi quãng đường AB khi tới B chậm mất nửa giờ là gì?

- A. $y - 30$ B. $y + 30$ C. $y + \frac{1}{2}$ D. $y - \frac{1}{2}$

Câu 5. [TH] Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B , cách nhau 120 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 40 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ. Vận tốc của xe thứ nhất là

- A. 10 km/h B. 30 km/h C. 15 km/h D. 20 km/h

Câu 6. [TH] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ, nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 tiếng. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu

- A. 30 km/h B. 35 km/h C. 40 km/h D. 45 km/h

Câu 7. [TH] Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tìm thời điểm xuất phát của ô tô tại A .

- A. 8 giờ B. 4 giờ C. 7 giờ D. 5 giờ

Câu 8. [TH] Một xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14 km/h thì đến sớm hơn 2 giờ. Nếu giảm vận tốc đi 4 km/h thì đến muộn hơn 1 giờ. Tính thời gian dự định của xe đó.

- A. 4 giờ B. 5 giờ C. 6 giờ D. 7 giờ

Câu 9. [VD] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ, còn xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính chiều dài quãng đường AB .

- A. 300 km B. 400 km C. 500 km D. 600 km

Câu 10. [VD] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc dự định của ô tô?

- A. 50 km/h B. 40 km/h C. 60 km/h D. 70 km/h

Câu 11. [VD] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính quãng đường AB ?

- A. 50 km B. 60 km C. 150 km D. 100 km

Câu 12. [VDC] Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5 km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút, và đi từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc và xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

- A. 12 km/h và 15 km/h B. 11 km/h và 15 km/h
C. 15 km/h và 12 km/h D. 15 km/h và 11 km/h

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ. Biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h. Các khẳng định sau đúng hay sai

- a) Vận tốc của xe thứ nhất là 45 km/h
b) Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai
c) Quãng đường xe thứ hai đi được sau 2 giờ là 90 km
d) Vận tốc của xe thứ hai là 55 km/h



Câu 2. Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Các khẳng định sau đúng hay sai

- a) Xe ô tô xuất phát lúc 8 giờ
- b) Xe ô tô xuất phát lúc 4 giờ
- c) Quãng đường AB là 250 km
- d) Thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB là 8 giờ

Câu 3. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h , vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Các khẳng định sau đúng hay sai

- a) Quãng đường AB dài 1 km
- b) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B ngắn hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B
- c) Quãng đường AB dài 3 km
- d) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B dài hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B

Câu 4. Hai địa điểm A và B cách nhau 200 km . Cùng một lúc, một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B . Xe máy và ô tô gặp nhau tại địa điểm C cách A 120 km . Nếu xe máy khởi hành sau ô tô một giờ thì sẽ gặp nhau tại địa điểm D cách C 24 km . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Vận tốc của ô tô là 60 km/h
- b) Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của ô tô
- c) Xe máy đi nhanh hơn ô tô 20 km/h
- d) Vận tốc của xe máy là 40 km/h

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc của ô tô

Câu 2. [NB] Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h , vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính độ dài quãng đường AB .

Câu 3. [TH] Hai người ở hai địa điểm cách nhau $3,6\text{ km}$ và khởi hành cùng lúc, đi ngược chiều nhau, gặp nhau ở vị trí cách một trong hai điểm khởi hành 2 km . Nếu vận tốc vẫn không đổi, nhưng người đi chậm xuất phát trước người kia 6 phút thì họ gặp nhau ở giữa quãng đường. Tính vận tốc của người đi chậm.

Câu 4. [TH] Hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km . Sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau. Biết rằng nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải. Tính vận tốc của ô tô con.

Câu 5. [VD] Lúc 7 giờ, một người đi xe máy xuất phát từ A để đến B . Đến 9 giờ, người thứ hai xuất phát từ B để đi về A bằng ô tô và gặp người đi xe máy sau 1 giờ di chuyển. Biết rằng nếu cả hai người cùng giảm vận tốc đi 5 km/h thì khi đó vận tốc của người đi ô tô gấp rưỡi vận tốc của người đi xe máy. Biết hai địa điểm A và B cách nhau 200 km . Tính vận tốc của người đi xe máy.

Câu 6. [VDC] Đoạn đường AB dài 180 km . Cùng một lúc xe máy đi từ A và ô tô đi từ B , xe máy gặp ô tô tại C cách A 80 km . Nếu xe máy khởi hành sau 54 phút thì chúng gặp nhau tại D cách A là 60 km . Tính vận tốc của ô tô.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU



Ví dụ 1 [NB]: Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 h. Nếu mỗi giờ xe chạy chậm hơn dự định 10 km thì đến nơi chậm mất 5 h. Tính vận tốc xe lúc đầu và thời gian dự định đi trên quãng đường AB .

Ví dụ 2 [TH]: Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50 km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Biết tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 199 km và thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là 12 phút. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và quãng đường BC

Ví dụ 3 [TH]: Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B , cách nhau 120 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 40 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ. Tìm vận tốc của mỗi xe.

Ví dụ 4 [VD]: Hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km. Sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau. Tìm vận tốc của mỗi xe, biết rằng nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km đến sớm hơn dự định 3 giờ, còn xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB .

Bài 2. [TH] Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h.

Bài 3. [VD] Quãng đường AC dài 165 km và B là một vị trí trên quãng đường AC . Một ô tô xuất phát từ A đi đến B với vận tốc 50 km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB , BC . Biết thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi quãng đường BC là 30 phút.

Bài 4 [VD] Quãng đường AB là một con dốc. Một người đi xe đạp xuống dốc với vận tốc lớn hơn lên dốc là 4 km/h và đi từ A đến B mất 2 giờ 10 phút, từ B đến A mất ít hơn 10 phút. Tìm vận tốc của xe đạp khi lên dốc.

DẠNG 2: CHUYỂN ĐỘNG TRÊN NƯỚC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một chiếc thuyền di chuyển trên quãng sông AB với vận tốc động cơ không đổi là 30 km/h. Chiếc thuyền này đi xuôi dòng từ A đến B với vận tốc bao nhiêu? Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h.

- A. 35 km/h B. 25 km/h C. 30 km/h D. 20 km/h

Câu 2. [NB] Một chiếc thuyền di chuyển trên quãng sông AB với vận tốc động cơ không đổi là 35 km/h. Chiếc thuyền này đi ngược dòng từ B về A với vận tốc bao nhiêu? Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h.

- A. 35 km/h B. 25 km/h C. 30 km/h D. 40 km/h



Câu 3. [NB] Một ca nô đi xuôi dòng với vận tốc 35 km/h, nhưng trên mặt đồng hồ ca nô hiển thị vận tốc là 32 km/h. Hỏi vận tốc dòng nước là bao nhiêu?

- A. 5 km/h B. 3 km/h C. 67 km/h D. 0 km/h

Câu 4. [NB] Một ca nô đang di chuyển ngược dòng trên sông với vận tốc 25 km/h, biết vận tốc chảy của dòng nước là 4 km/h. Hỏi lúc đó mặt đồng hồ ca nô hiển thị vận tốc bao nhiêu?

- A. 30 km/h B. 25 km/h C. 21 km/h D. 29 km/h

Câu 5. [TH] Một cano lúc 7 giờ 30 phút chuyển động đều xuôi dòng trên sông từ A và đến B lúc 9 giờ 30 phút với vận tốc động cơ là 30 km/h, vận tốc dòng chảy là 3 km/h. Quãng sông AB dài bao nhiêu?

- A. 66 km B. 66 km/h C. 60 km D. 6 km

Câu 6. [TH] Một con thuyền di chuyển trên khúc sông AB dài 50 km. Gọi vận tốc riêng của thuyền là x km/h, biết vận tốc dòng nước là 2 km/h. Công thức biểu thị thời gian thuyền đi xuôi dòng từ A đến B là:

- A. $\frac{50}{x-2}$ giờ B. $\frac{50}{2-x}$ giờ C. $\frac{50}{x+2}$ giờ D. $50(x+2)$ giờ

Câu 7. [TH] Một ca nô đi ngược dòng lúc 6 giờ từ bến B đến bến A lúc 13 giờ với vận tốc động cơ không đổi là 50 km/h. Biết vận tốc dòng nước là x km/h. Biểu thức biểu thị quãng đường AB là:

- A. $7(50+x)$ km B. $7(x+50)$ km C. $\frac{50-x}{7}$ km D. $7(50-x)$ km

Câu 8. [TH] Trên một khúc sông, một chiếc thuyền chạy với vận tốc tối đa đang di chuyển xuôi dòng, một người đứng trên bờ đo được vận tốc của chiếc thuyền là 35 km/h. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h. Hỏi nếu thuyền đó chạy ngược dòng với vận tốc tối đa thì người đứng trên bờ đo được vận tốc của thuyền lúc đó là bao nhiêu?

- A. 25 km/h B. 30 km/h C. 40 km/h D. 20 km/h

Câu 9. [VD] Một cano chuyển động đều xuôi dòng trên đoạn sông từ A đến B với vận tốc 40 km/h, chuyển động đều ngược dòng từ B về A với vận tốc 30 km/h. Vận tốc dòng nước trên đoạn sông AB là:

- A. 10 km/h B. 5 km/h C. 7 km/h D. 2 km/h

Câu 10. [VD] Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B hết 4 giờ và ngược dòng từ B về A hết 5 giờ. Tỷ số giữa vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng của ca nô bằng:

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Câu 11. [VD] Gọi vận tốc riêng của ca nô đi xuôi dòng và vận tốc riêng của ca nô đi ngược dòng lần lượt là x, y (km/h); $x > y > 3$. Lập hệ phương trình ẩn x, y để giải bài toán sau: Hai ca nô cùng khởi hành từ bến A và B cách nhau 85 km, đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Biết rằng vận tốc riêng của ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc riêng của cano đi ngược 9 km/h và vận tốc nước là 3 km/h.



A.
$$\begin{cases} y - x = 9 \\ \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y = 85 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}y = 85 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 51 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y = 85 \end{cases}$$

Câu 12. [VDC] Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B hết 32 phút và ngược dòng từ B về A hết 48 phút. Hỏi một cụm bè trôi từ A về B hết bao lâu?

A. 1 giờ 20 phút

B. 3 giờ 12 phút

C. 16 phút

D. 192 giờ

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trên một đoạn sông, một ca nô đang di chuyển với vận tốc không đổi, hiển thị trên hộp số là 15 km/h, vận tốc dòng nước là 2 km/h.

a) Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng là 17 km/h.

b) Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng là 15 km/h.

c) Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng lớn hơn vận tốc ca nô khi đi xuôi dòng.

d) Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô khi đi ngược dòng 4 km/h.

Câu 2. Hai bến A và B cách nhau 40 km. Một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ bến A đến bến B hết 2 giờ. Hỏi vận tốc của chiếc thuyền khi nước yên lặng là bao nhiêu, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

a) Vận tốc của thuyền khi đi xuôi dòng là $40 : 2 = 20$ km/h.

b) Vận tốc riêng của thuyền là 20 km/h.

c) Vận tốc riêng của thuyền là $20 + 2 = 22$ km/h.

d) Vận tốc riêng của thuyền là $20 - 2 = 18$ km/h.

Câu 3. Một ca nô ngược dòng sông từ bến A đến bến B với vận tốc 20 km/h, sau đó lại xuôi từ bến B trở về bến A. Thời gian ca nô ngược dòng từ A đến B nhiều hơn thời gian ca nô xuôi dòng từ B trở về A là 2 giờ 40 phút. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h, vận tốc riêng của ca nô lúc xuôi dòng và lúc ngược dòng bằng nhau.

a) Nếu dòng nước đứng yên thì ca nô chuyển động từ bến A đến bến B với vận tốc 15 km/h.

b) Vận tốc riêng của ca nô khi di chuyển trên đoạn sông AB phải lớn hơn hoặc bằng 5 km/h .

c) Thời gian ngược dòng – Thời gian xuôi dòng $= \frac{8}{3}$ giờ .

d) Vận tốc riêng của ca nô khi đi

Câu 4. Một ca nô chạy trên một khúc sông, xuôi dòng 20km rồi ngược dòng 18km hết 1 giờ 25 phút. Lần khác, ca nô đó đi xuôi dòng 15km rồi ngược dòng 24km thì hết 1 giờ 30 phút. Vận tốc



riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước không đổi. Gọi vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước lần lượt là x, y (km/h); $x > y > 0$.

a) Vận tốc xuôi dòng của ca nô là $x + y$ (km/h).

b)
$$\frac{20}{x+y} + \frac{18}{x+y} = \frac{17}{12}$$

c) Vận tốc ngược dòng là $x - y$ (km/h).

d)
$$\frac{15}{x+y} + \frac{24}{x-y} = \frac{3}{2}$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Một ca nô chạy xuôi dòng từ A đến B mất 2 giờ với vận tốc động cơ là x km/h. Biết vận tốc dòng nước là 4 km/h. Viết biểu thức P tính độ dài quãng sông AB.

Câu 2. [NB] Hai bến A và B cách nhau 40 km. Một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ bến A đến bến B hết x giờ. Viết biểu thức P tính vận tốc của chiếc thuyền khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Câu 3. [TH] Trên cùng một quãng sông, một ca nô chạy với vận tốc động cơ là x km/h, biết vận tốc dòng nước là y (km/h). Tìm hiệu của vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng.

Câu 4. [TH] Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 3 giờ và ngược dòng từ B về A hết 5 giờ. Gọi vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là x (km/h) và y (km/h), $x > y > 0$. Tính tỉ số giữa x và y .

Câu 5. [VD] Trên một khúc sông, một chiếc thuyền chạy với vận tốc tối đa đang di chuyển xuôi dòng, một người đứng trên bờ đo được vận tốc của chiếc thuyền là 30 km/h. Nếu di chuyển với vận tốc tối đa suốt đường đi thì thời gian thuyền ngược dòng từ A đến B nhiều hơn thời gian thuyền xuôi dòng từ B trở về A là 2 giờ 40 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h.

Câu 6. [VDC] Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 2 giờ và ngược dòng từ B về A hết 4 giờ. Gọi vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là x (km/h) và y (km/h), $x > y > 0$. Biết vận tốc dòng nước là 1,5 km/h. Điền vào chỗ trống để hoàn thiện hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x = \dots y \\ x - y = \dots \end{cases}$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Bước 1: Lập hệ phương trình:

- Chọn các ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số;



- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết;
- Lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải hệ phương trình vừa thu được.

Bước 3: Kết luận

- Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn;
- Kết luận bài toán.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A và B cách nhau 170 km và đi ngược chiều nhau. Sau 3 giờ 20 phút thì hai ca nô gặp nhau. Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô, biết vận tốc ca nô xuôi dòng lớn hơn vận tốc của ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Ví dụ 2 [TH]: Một chiếc ca nô đi xuôi dòng theo một khúc sông trong 3 giờ và đi ngược dòng trong vòng 4 giờ, được 380 km. Một lần khác ca nô đi xuôi dòng trong 1 giờ và ngược dòng trong vòng 30 phút được 85 km. Hỏi tính vận tốc thật (lúc nước yên lặng) của ca nô và vận tốc của dòng nước (vận tốc thật của ca nô và vận tốc của dòng nước ở hai lần là như nhau).

Ví dụ 3 [TH]: Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Ví dụ 4 [VD]: Một canô đi xuôi dòng một khúc sông dài 90 km rồi ngược về 36 km. Biết thời gian xuôi dòng sông nhiều hơn thời gian ngược dòng là 2 giờ và vận tốc khi xuôi dòng hơn vận tốc khi ngược dòng là 6 km/h. Hỏi vận tốc xuôi dòng, vận tốc ngược dòng, vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước là bao nhiêu?

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Bài 2. [TH] Một ca nô chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km. Một lần khác, ca nô đó cũng chạy trong 7 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km. Tính vận tốc dòng nước chảy và vận tốc riêng của ca nô?

Bài 3. [VD] Một ca nô đi tuần tra hết 5h với quãng đường xuôi dòng là 96 km và ngược dòng là 48 km. Một lần khác, ca nô đi xuôi dòng hết 48km và ngược dòng hết 60 km trong 4h. Tính vận tốc lúc ca nô xuôi dòng và vận tốc lúc ca nô ngược dòng.

Bài 4 [VDC] Một chiếc thuyền xuôi dòng, ngược dòng trên khúc sông AB dài 40km hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian xuôi dòng 5km bằng thời gian ngược dòng 4km. Có một chiếc lá trôi xuôi dòng trên khúc sông AB, chiếc lá này trôi một đoạn bằng nửa khúc sông AB trong bao lâu?



DẠNG 3: DẠNG TOÁN CÔNG VIỆC, LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, cả hai đội làm được số phần công việc là

- A. $\frac{1}{2}$ công việc. B. $\frac{1}{12}$ công việc. C. $\frac{1}{24}$ công việc. D. 24 công việc.

Câu 2. [NB] Hai người công nhân cùng xây một bức tường trong 12 ngày thì xong. Biết năng suất lao động của hai người như nhau. Mỗi ngày, mỗi người làm được số phần công việc là

- A. $\frac{1}{2}$ bức tường B. $\frac{1}{12}$ bức tường C. $\frac{1}{24}$ bức tường D. 24 bức tường

Câu 3. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 20 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội A làm gấp rưỡi đội B. Nếu mỗi ngày, đội A làm được x công việc thì mỗi ngày đội B làm được số phần công việc là

- A. $\frac{3}{2}x$ công việc. B. $\frac{2}{3}x$ công việc. C. $\frac{1}{x}$ công việc. D. $\frac{1}{20}$ công việc.

Câu 4. [NB] Hai người thợ xây cùng xây chung một cái bể. Mỗi ngày, người thứ nhất làm được gấp đôi phần công việc của người thứ hai. Nếu mỗi ngày, người thứ hai làm được x bể thì mỗi ngày người thứ nhất làm được số phần bể là

- A. $\frac{1}{2}x$ bể. B. $\frac{1}{x}$ bể. C. $\frac{1}{2x}$ bể. D. $2x$ bể.

Câu 5. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y . Nếu vòi I chảy riêng trong 4 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Phương trình biểu thị số phần bể cả hai vòi chảy được trong một giờ là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$. C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$.

Câu 6. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y . Nếu vòi I chảy riêng trong 4 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Phương trình biểu thị khi cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$. C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$.



Câu 7. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 1,5 giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 0,25 giờ rồi khóa lại và mở vòi 2 chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu vòi 2 chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

- A. 2,5 giờ. B. 2 giờ. C. 3 giờ. D. 4 giờ.

Câu 8. [TH] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một nửa công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

- A. 9 ngày. B. 18 ngày. C. 10 ngày. D. 12 ngày.

Câu 9. [VD] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm nhanh hơn B là 12 ngày.

- A. 16 ngày. B. 18 ngày. C. 10 ngày. D. 12 ngày.

Câu 10. [VD] Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Trên thực tế xí nghiệp 1 vượt mức 12%, xí nghiệp 2 vượt mức 10%, do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ. Tính số dụng cụ xí nghiệp 2 phải làm theo kế hoạch?

- A. 160 dụng cụ. B. 200 dụng cụ. C. 120 dụng cụ. D. 240 dụng cụ.

Câu 11. [VD] Hai người cùng làm một công việc trong $7h12'$ thì xong công việc nếu người thứ 1 làm trong $4h$ người thứ hai làm trong $3h$ thì được 50% công việc. Gọi x, y (ngày) là thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc. Khi đó

- A. $x = 20; y = 30$. B. $x = 18; y = 12$. C. $x = 11; y = 17$. D. $x = 12; y = 18$.

Câu 12. [VDC] Hai đội công nhân làm một đoạn đường. Đội 1 làm xong một nửa đoạn đường thì đội 2 đến làm tiếp nửa còn lại với thời gian dài hơn thời gian đội 1 đã làm là 30 ngày. Nếu hai đội cùng làm thì trong 72 ngày xong cả đoạn đường. Hỏi mỗi đội đã làm bao nhiêu ngày trên đoạn đường này? (biết rằng mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 1 làm được là như nhau và mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 2 làm được là như nhau).

- A. 70 ngày, 10 ngày. B. 50 ngày, 80 ngày. C. 60 ngày, 90 ngày. D. 40 ngày, 70 ngày.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Hai người thợ Bắc và Ninh cùng làm chung một công việc theo dự định 6 ngày thì xong. Làm chung được 4 ngày thì Bắc bị ốm phải nghỉ, Ninh phải làm một mình trong 5 ngày nữa thì mới xong.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai



- A. Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần nhiều thời gian hơn Ninh 5 ngày.
- B. Bắc cần 10 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.
- C. Ninh cần 9 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.
- D. Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần ít thời gian hơn Ninh 5 ngày.

Câu 2. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành xong công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm được khối lượng công việc là như nhau và mỗi giờ người thứ hai làm được khối lượng công việc là như nhau.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A. Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 6 giờ
- B. Người thứ nhất làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- C. Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- D. Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 4 giờ

Câu 3. Hai người làm chung một công việc thì sau 20 ngày sẽ hoàn thành. Nhưng sau khi làm chung được 10 ngày thì người thứ nhất đi làm việc khác, người thứ hai vẫn tiếp tục công việc đó và hoàn thành trong 15 ngày. Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A. Người thứ hai làm một mình xong công việc hết 60 ngày.
- B. Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.
- C. Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.
- D. Người thứ hai làm một mình xong công việc ít nhất là 20 ngày.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy đầy một bể không có nước trong $3h45'$. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể? Biết rằng vòi chảy sau lâu hơn vòi trước $4h$.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A. Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 10 tiếng.
- B. Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết ít hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- C. Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết nhiều hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- D. Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 6 tiếng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hai người làm chung một công việc thì sau 15 giờ sẽ xong. Hỏi cả hai người làm trong một giờ thì được bao nhiêu phần công việc?



Câu 2. [NB] Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Gọi thời gian làm riêng xong công việc của tổ 1 và tổ 2 lần lượt là x, y (giờ). Hỏi phương trình biểu thị phần công việc của 2 tổ làm được trong một giờ là gì?

Câu 3. [TH] Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc. Gọi thời gian làm riêng xong công việc của công nhân 1 và công nhân 2 lần lượt là x, y (giờ). Hỏi phương trình biểu thị phần công việc mà người thứ nhất làm trong $9h$, rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc là gì?

Câu 4. [TH] Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc đã định trong 12 ngày thì xong. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì đội 1 bị điều đi làm việc khác. Đội 2 vẫn tiếp tục làm. Do cải tiến kỹ thuật nên năng suất tăng gấp đôi. Vì vậy đội 2 đã hoàn thành trong 3,5 ngày. Hỏi trong 8 ngày hai đội làm được bao nhiêu phần công việc?

Câu 5. [VD] Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm công việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu lâu?

Câu 6. [VDC] Hai người cùng làm chung một công việc hết 15 ngày. Năng suất trong 1 ngày của người thứ 2 bằng $\frac{2}{3}$ năng suất của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao lâu mới làm xong công việc?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được bể nước. Hỏi nếu mở riêng mỗi vòi thì thời gian chảy đầy bể là bao nhiêu?

Ví dụ 2 [TH]: Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành một công việc đã định. Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác, tổ thứ hai làm một mình phần việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai nếu làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Ví dụ 3 [TH]: Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó?

Ví dụ 4 [VD]: Hai lớp 9A và 9B cùng tham gia lao động vệ sinh sân trường thì công việc được hoàn thành sau $1h20'$. Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì phải mất bao nhiêu thời gian?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. [NB] Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Bài 2. [TH] Hai vòi cùng chảy đầy một bể không có nước trong 3 giờ 45 phút. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể? Biết rằng nếu chảy riêng rẽ thì vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất là 4 giờ.

Bài 3. [VD] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 5 giờ 50 phút thì đầy. Nếu hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai chảy trong 2 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì sẽ đầy bể?

DẠNG 4: TOÁN CÓ NỘI DUNG SỐ HỌC VÀ HÌNH HỌC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là 12, hiệu của hai chữ số đó là 2. Số cần tìm là

- A. 84. B. 97. C. 75. D. 53.

Câu 2. [NB] Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là 9, biết chữ số hàng chục gấp 2 lần chữ số hàng đơn vị. Số cần tìm là

- A. 42. B. 45. C. 84. D. 63.

Câu 3. [NB] Một mảnh đất hình chữ nhật có nửa chu vi bằng 24 m, biết 3 lần chiều dài bằng 5 lần chiều rộng. Tính chiều dài mảnh đất hình chữ nhật.

- A. 20 m. B. 15 m. C. 9 m. D. 6 m.

Câu 4. [NB] Hai giá sách có 300 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên hai giá bằng nhau. Tính số sách trên giá thứ hai.

- A. 200 cuốn. B. 150 cuốn. C. 100 cuốn. D. 50 cuốn.

Câu 5. [TH] Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 50 lần bắn là 7,92. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (kí hiệu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	7	*	9	14	*

Em hãy tìm lại các số trong hai ô đó và cho biết có bao nhiêu lần bắn được điểm 9.

- A. 12 lần. B. 20 lần. C. 30 lần. D. 8 lần.



Câu 6. [TH]

150 cm

6 cm

1

15 cm

A. 160,5 cm; 139,5 cm.

B. 56 cm; 41 cm.

C. 48 cm; 27 cm.

D. 78 cm; 72 cm.

Câu 7. [TH] Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và tăng chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

A. 540 m².

B. 153 m².

C. 135 m².

D. 24 m².

Câu 8. [TH] Nam có 360 viên bi trong hai hộp. Nếu Nam chuyển 30 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai thì số viên bi ở hộp thứ hai gấp đôi số viên bi ở hộp thứ nhất. Hỏi hộp thứ hai có bao nhiêu viên bi?

A. 150 viên bi.

B. 210 viên bi.

C. 240 viên bi.

D. 120 viên bi.

Câu 9. [VD] Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 99. Tổng các chữ số của số đó là

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Câu 10. [VD] Cho một số có hai chữ số. Chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 5. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau ta được một số bằng $\frac{3}{8}$ số ban đầu. Tìm tích các chữ số của số ban đầu.

A. 6.

B. 12.

C. 14.

D. 16.

Câu 11. [VD] Nhà Lan có một mảnh vườn trồng cây cải bắp; vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một loại cây cải bắp. Lan tính rằng: nếu tăng thêm 8 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì số cây toàn vườn ít đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây trong toàn vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Lan trồng bao nhiêu cây cải bắp?

A. 50 cây.

B. 15 cây.

C. 1728 cây.

D. 750 cây.

Câu 12. [VDC] Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm². Tính diện tích của tam giác ban đầu.

A. 700 dm².

B. 678 dm².

C. 627 dm².

D. 726 dm².

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI



Câu 1. Một số có hai chữ số; hai lần chữ số hàng chục lớn hơn năm lần chữ số hàng đơn vị là 1 và chữ số hàng chục chia cho chữ số hàng đơn vị được thương là 2 và dư cũng là 2.

- a) Chữ số hàng chục là chữ số chẵn.
- b) Hiệu của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là số chẵn.
- c) Viết số đã cho theo thứ tự ngược lại được một số chia hết cho 19.
- d) Số đã cho và số đã cho viết theo thứ tự ngược lại hơn kém nhau 45 đơn vị.

Câu 2. Trong phòng học có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế ba học sinh thì sáu học sinh không có chỗ. Nếu xếp mỗi ghế bốn học sinh thì thừa một ghế.

- a) Số học sinh của lớp nhiều hơn 40.
- b) Lớp có ít hơn 12 ghế.
- c) Nếu lớp nhận thêm 2 học sinh nữa thì vẫn đủ ghế ngồi, trung bình mỗi ghế không quá 4 học sinh.
- d) Nếu mỗi ghế chỉ ngồi 3 học sinh thì lớp cần thêm 1 ghế.

Câu 3.

Vừa gà vừa chó
Bó lại cho tròn
Ba mươi sáu con
Một trăm chân chẵn

- a) Số gà nhiều hơn số chó.
- b) Số gà và số chó đều là số chẵn.
- c) Số chân gà nhiều hơn số chân chó.
- d) Số gà và số chó có thể chia đều cho 7 người.

Câu 4. Ba xe ô tô chở 118 tấn hàng tổng cộng hết 50 chuyến. Số chuyến xe thứ nhất chở gấp rưỡi số chuyến xe thứ hai. Mỗi chuyến xe thứ nhất chở 2 tấn, xe thứ hai chở 2,5 tấn, xe thứ ba chở 3 tấn.

- a) Ô tô thứ nhất chở nhiều chuyến nhất.
- b) Ô tô thứ hai chở được ít hàng nhất.
- c) Tổng số hàng (tấn) ô tô thứ ba chở bằng $\frac{5}{8}$ tổng số hàng ô tô thứ nhất chở.
- d) Nếu ô tô thứ ba chở hộ số hàng (tấn) mà ô tô thứ hai chở trong 2 chuyến thì số hàng hai ô tô chở được bằng nhau.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tổng của hai số bằng 59. Hai lần của số này bé hơn ba lần của số kia là 7. Tìm hai số đó.



Câu 2. [NB] Một mảnh đất hình chữ nhật có nửa chu vi bằng 11 cm, biết nếu chiều dài tăng thêm 1 cm thì chiều dài sẽ gấp đôi chiều rộng. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh đất.

Câu 3. [TH] Có 50 con gà và chó. Biết tổng số chân gà và chân chó là 140 chân. Hỏi có bao nhiêu con gà và bao nhiêu con chó?

Câu 4. [VD]

Quýt, cam mười bảy quả tươi
Đem chia cho một trăm người cùng vui
Chia ba mỗi quả quýt rồi
Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh
Trăm người, trăm miếng ngọt lành.
Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao?

Câu 5. [VD] Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 4 cm và 5 cm thì diện tích tam giác sẽ tăng thêm 110 cm². Nếu giảm cả hai cạnh này đi 5 cm thì diện tích sẽ giảm đi 100 cm². Tính độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác đó.

Câu 6. [VDC] Tổng số tuổi của tôi và của em tôi hiện nay là 26. Khi tổng số tuổi của chúng tôi gấp 5 lần tuổi của tôi hiện nay thì tuổi của tôi khi đó sẽ gấp ba lần tuổi của em tôi hiện nay. Hãy tính tuổi hiện nay của mỗi người chúng tôi.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- Dạng 1. Toán tìm số

1. Biểu thị bằng công thức mối liên hệ phụ thuộc giữa số bị chia a , số chia b , thương q và số dư r là $a = b \cdot q + r$

2. Viết số a nhiều hơn số b là m đơn vị; số a gấp n lần số b bằng nhiều cách khác nhau.

Số a nhiều hơn số b là m đơn vị:
$$\begin{cases} a - b = m \\ a - m = b \\ a = m + b \end{cases}$$

Số a gấp n lần số b :
$$\begin{cases} a = b \cdot n \\ b = \frac{a}{n} \\ n = \frac{a}{b} \end{cases}$$

3. Viết một số gồm a trăm, b chục, c đơn vị; một số gồm a chục, b đơn vị và nêu rõ điều kiện của a , b , c .



Số gồm a trăm, b chục, c đơn vị: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ($a, b, c \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9$)

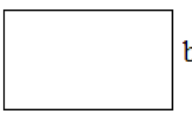
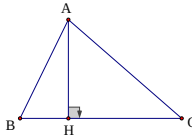
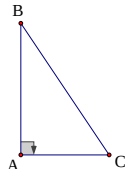
Số gồm a chục, b đơn vị: $\overline{ab} = 10a + b$ ($a, b \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

4. Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số b cho trước ta tính $b \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0$)

5. Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của số đó bằng a ta tính $a : \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$)

- Dạng 2. Toán có nội dung hình học

Công thức tính chu vi, diện tích của hình chữ nhật, hình vuông, tam giác, tam giác vuông.

Stt	Hình	Hình vẽ	Chu vi	Diện tích
1	Hình chữ nhật		$C = 2(a + b)$	$S = ab$
2	Hình vuông		$C = 4a$	$S = a^2$
3.	Tam giác		$C = AB + BC + AC$	$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC$
4	Tam giác vuông		$C = AB + BC + AC$	$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

Ví dụ 1 [NB]: Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

Ví dụ 2 [TH]: Một sân trường hình chữ nhật có chu vi là 340 m. Ba lần chiều dài hơn bốn lần chiều rộng là 20 m. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Ví dụ 3 [TH]: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 60 m. Nếu tăng chiều dài lên bốn lần và chiều rộng lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 216 m. Hãy tìm độ dài các cạnh của khu vườn.

Ví dụ 4 [VD]: Hai anh Quang và Hùng góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 15 triệu đồng, anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia tỉ lệ với vốn đã góp. Tính số tiền lãi (triệu đồng) mà mỗi anh được hưởng.



Ví dụ 5 [VDC]: Có ba thùng chứa tất cả 80 lít dầu. Thùng thứ nhất chứa nhiều hơn thùng thứ hai 10 lít. Nếu đổ 26 lít từ thùng thứ nhất sang thùng thứ ba thì số dầu ở thùng thứ hai và thùng thứ ba bằng nhau. Hỏi số dầu ban đầu ở mỗi thùng là bao nhiêu lít?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tổng của hai số bằng 59. Hai lần của số này bé hơn ba lần của số kia là 7. Tìm hai số đó.

Bài 2. [TH] Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho trong bảng dưới đây:

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	2	*	10	12	7	*	4	1	$N = 50$

Điền số thích hợp vào ô trống nếu điểm trung bình bài kiểm tra là 6,06.

Bài 3. [VD] Bảy năm trước tuổi mẹ bằng năm lần tuổi con cộng thêm bốn. Năm nay tuổi mẹ vừa đúng gấp ba lần tuổi con. Hỏi năm nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 4 [VD] Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm 36 cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi 26 cm^2 .



CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình nào sau đây là phương trình tích?

- A. $(x-3)(3x+1)=2$. B. $(x-3)(2x+3)=(x-3)$.
C. $(x-3)(2x+3)=(x-3)$. D. $(x-5)(x+1)=0$.

Câu 2. [NB] Trong các phương trình sau, đâu là phương trình tích

- A. $x(x-4)=2(x-4)$. B. $2x(x+5)(2x-1)=0$.
C. $5x(5x+1)=(5x+1)$. D. $(2x-2)(5x+1)=(2x-2)(x+6)$.

Câu 3. [NB] Nghiệm của phương trình $(x-5)(x+1)=0$ là?

- A. $x=-5; x=1$. B. $x=5; x=-1$. C. $x=5; x=1$. D. $x=-5; x=-1$.

Câu 4. [NB] Nghiệm của phương trình $(2x-3)(x+2)=0$ là

- A. $x=\frac{3}{2}; x=2$. B. $x=-\frac{3}{2}; x=2$. C. $x=\frac{3}{2}; x=-2$. D. $x=-\frac{3}{2}; x=-2$.

Câu 5. [TH] Cho biết phương trình $(x+5)(x+1)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 6. [TH] Số nghiệm của phương trình $2x(x+5)(2x-1)=0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. [TH] Nghiệm của phương trình $x(x-5)+2(x-5)=0$ là

- A. $x=2; x=5$. B. $x=-2; x=-5$. C. $x=-2; x=5$. D. $x=2; x=-5$.

Câu 8. [TH] Phương trình $(x-3)^2+2(x-3)=0$ có nghiệm là

- A. $x=3; x=1$. B. $x=-3; x=1$. C. $x=3; x=-1$. D. $x=-3; x=-1$.

Câu 9. [VD] Phương trình $(x-6)^2=(x+2)(6-x)$ có nghiệm là

- A. $x=2; x=-6$. B. $x=-2; x=6$. C. $x=2; x=6$. D. $x=2; x=-6$.

Câu 10. [VD] Phương trình $(2x+7)^2=9(x+2)^2$ có nghiệm là

- A. $x=1; x=\frac{13}{5}$. B. $x=-1; x=\frac{13}{5}$. C. $x=1; x=-\frac{13}{5}$. D. $x=-1; x=-\frac{13}{5}$.

Câu 11. [VD] Phương trình $x^2-10x+24=0$ có tập nghiệm là

- A. $x=6; x=4$. B. $x=-6; x=-4$. C. $x=6; x=-4$. D. $x=-6; x=4$.

Câu 12. [VDC] Phương trình $x(x+1)(x-1)(x+2)=24$ có nghiệm là

- A. $x=-2; x=-3$. B. $x=2; x=-3$. C. $x=-2; x=3$. D. $x=2; x=3$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1.



- a) Phương trình $(x-2)(x+3)=0$ là phương trình tích.
- b) Phương trình $(x-2)(x+3)=2$ là phương trình tích.
- c) Phương trình $(x-2)(x^2+3)=0$ chỉ có 1 nghiệm.
- d) Phương trình $-4(x+3)=0$ chỉ có 2 nghiệm.

Câu 2. Cho phương trình $9x^2-1-2x(3x-1)=0$, khi đó

- a) Phương trình có nghiệm là $x=1; x=\frac{1}{3}$
- b) Phương trình có một nghiệm nguyên.
- c) Tổng hai nghiệm của phương trình là $\frac{-2}{3}$
- d) Tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{2}{3}$

Câu 3. Cho phương trình $x^3-x^2+4x-4=0$, khi đó

- a) Nghiệm của phương trình là $x=1; x=2$
- b) Nghiệm của phương trình là có một nghiệm nguyên.
- c) Nghiệm của phương trình là $x=1$.
- d) Nghiệm của phương trình là $x=2$.

Câu 4. Cho phương trình $x^4+9x^3-x^2-9x=0$. Khi đó

- a) Phương trình này có duy nhất 1 nghiệm dương.
- b) Phương trình này có duy nhất 1 nghiệm âm.
- c) Phương trình này có 2 nghiệm dương.
- d) Phương trình này có 2 nghiệm dương và 2 nghiệm âm.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Biến đổi phương trình $x(x-5)+2(x-5)=0$ thành phương trình tích ?

Câu 2. [NB] Phương trình $(x^2+4)(2x-3)=0$ có nghiệm là ?

Câu 3. [TH] Nghiệm của phương trình $(x-6)^2=(x+2)(6-x)$ là

Câu 4. [TH] Phương trình $(x-3)^2+2(x-3)=0$ có tập nghiệm là gì?

Câu 5. [VD] Phương trình $x^2-9x-10=0$ có tổng các nghiệm là ?

Câu 6. [VDC] Phương trình $(2x^2+x-6)^2+3(2x^2+x-3)=9$ có số nghiệm là bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Để giải phương trình tích, ta áp dụng công thức:

☒ $A(x).B(x)=0$ suy ra $A(x)=0$ hoặc $B(x)=0$

☒ Ta giải hai phương trình $A(x)=0$ và $B(x)=0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình:

a) $(x+5)(2x-3)=0$

b) $(x-1)(3-x)=0$

c) $(x+2)(4x-1)=0$

c) $x^2-1=0$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình:



a) $2x(x-7)+5x-35=0$

c) $2(x+3)-x^2-3x=0$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình

a) $(2x-1)^2=81$

c) $(x-5)(3-2x)(3x+4)=0$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình:

a) $x^2-10x=-25$;

c) $(x-2)^3+(5-2x)^3=0$.

✓

Bài 1. [NB] Giải các phương trình sau:

a) $(5x-4)(4x+6)=0$

c) $(4x-10)(24+5x)=0$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

a) $2x(x-5)+7x-35=0$

c) $(x^2+1)(6x+3)=0$

Bài 3. [VD] Giải các phương trình:

a) $(4x-10)\left(\frac{4x-3}{5}-\frac{2(x+3)}{7}\right)=0$

c) $(x-2)^2-(2x+3)^2=0$

Bài 4. [VD] Giải các phương trình:

a) $(x+2)(x+3)(x-5)(x-6)=180$.

b) $(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$

c) $(x^2+5x)^2-2(x^2+5x)=24$

b) $x(x-3)-7x+21=0$

d) $2x(3x-5)=10-6x$

b) $(2x+5)(x-4)=(x-5)(4-x)$

d) $(2x-1)(3x+2)(5-x)=0$

b) $(1-2x)^2=(3x-2)^2$;

d) $x^4-8x^3-9x^2=0$

b) $(3,5x-7)(2,1x-6,3)=0$

d) $(x-3)(2x+1)=0$

b) $x(x+3)-7x-21=0$

d) $(x+3)(2x+4)(x-5)=0$

b) $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$.

d) $(x+1)^2+2(x+1)+1=0$

Bài 5. [VDC] Giải phương trình: $x^3+3x^2-15x+11=\frac{(x^2+5x-12)^2}{4}$.

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1-2x}{x^2}=\frac{1}{2}$ là:

A. $x \neq \frac{1}{2}$.

B. $x \neq 0$.

C. $x \neq 2$.

D. $x \neq \frac{1}{2}$ và $x \neq 0$.

Câu 2. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{4x-3}{x-5}=\frac{29}{3}$ là:

A. $x \geq \frac{3}{4}$.

B. $x \geq 5$.

C. $x \leq 5$.

D. $x \neq 5$.



Câu 3. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+5}{2x} - \frac{x}{x+5} = 0$ là:

- A. $x \neq 0$ và $x \geq -5$. B. $x \neq 0$ và $x \neq -5$. C. $x \neq \pm 5$. D. $x \geq 0$ và $x \geq -5$.

Câu 4. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{4x-5}{x-1} = 2x + \frac{1}{x^2}$ là:

- A. $x \neq 1$. B. $x \neq -1$. C. $x \neq 1$ và $x \neq 0$. D. $x \neq 0$.

Câu 5. [TH] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} - \frac{1+3x}{1-3x}$ là:

- A. $x \neq \frac{1}{9}$. B. $x \neq -\frac{1}{9}$. C. $x \neq \frac{1}{9}$ và $x \neq -\frac{1}{9}$. D. $x \neq \frac{1}{3}$ và $x \neq -\frac{1}{3}$.

Câu 6. [TH] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{16}{x^2-1}$ là:

- A. $x \neq 1$. B. $x \neq -1$. C. $x \neq 1$ và $x \neq -1$. D. $x \neq 0$.

Câu 7. [TH] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{6x+1}{x^2-7x+10} + \frac{5}{x-2} = \frac{3}{x-5}$ là:

- A. $x \neq 2$ và $x \neq 5$. B. $x \neq 2$. C. $x \neq 5$. D. $x \neq 0$.

Câu 8. [TH] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x+25}{2x^2-50} = \frac{x-5}{2x^2+10x}$ là:

- A. $x \neq 0$ và $x \neq \pm 5$. B. $x \neq \pm 5$. C. $x \neq 0$ và $x \neq 5$. D. $x \neq 0$ và $x \neq -5$.

Câu 9. [VD] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{3-x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x-3} - \frac{(x-1)^2}{x^2-2x-3}$ là:

- A. $x \neq 3$. B. $x \neq -1$ và $x \neq 3$. C. $x \neq 1$ và $x \neq 3$. D. $x \neq \pm 1$ và $x \neq 3$.

Câu 10. [VD] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{x-2} - \frac{6}{x+3} = \frac{5}{6-x^2-x}$ là:

- A. $x \neq 2$ và $x \neq 3$. B. $x \neq -2$ và $x \neq 3$. C. $x \neq -2$ và $x \neq 6$. D. $x \neq 2$ và $x \neq -3$.

Câu 11. [VD] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2}{x+2} - \frac{2x^2+16}{x^3+8} = \frac{5}{x^2-2x+4}$ là:

- A. $x \neq -2$. B. $x \neq -8$. C. $x \neq 2$ và $x \neq -2$. D. $x \neq -2$ và $x \neq -8$.

Câu 12. [VDC] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x+1}{x^2+x+1} - \frac{x-1}{x^2-x+1} = \frac{2(x+2)^2}{x^6-1}$ là:

- A. $x \neq 0$. B. $x \neq 1$. C. $x \neq -1$. D. $x \neq \pm 1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$, khi đó

- a) Điều kiện xác định $x \neq 0$ và $x \neq 1$.



- b) Phương trình có nghiệm là $x = 1$.
- c) Phương trình có nghiệm là $x = 0$.
- d) Phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 2. Cho phương trình $\frac{40}{27+x} + \frac{40}{27-x} = 3$, khi đó

- a) Điều kiện xác định $x \neq 27$.
- b) Phương trình có hai nghiệm là $x = 27$ và $x = -27$.
- c) Tổng hai nghiệm của phương trình là 0.
- d) Phương trình có nghiệm là $x = 27$.

Câu 3. Cho phương trình $\frac{6x-1}{3x+2} = \frac{2x+5}{x-3}$, khi đó

- a) Điều kiện xác định $x \neq \frac{-2}{3}$ và $x \neq 3$.
- b) Nghiệm của phương trình là một nghiệm nguyên.
- c) Nghiệm của phương trình là $x = 3$.
- d) Nghiệm của phương trình là $x = -\frac{7}{38}$.

Câu 4. Cho phương trình $\frac{x}{x-3} - \frac{x}{x-5} = \frac{x}{x-4} - \frac{x}{x-6}$. Khi đó

- a) Phương trình này có duy nhất 1 nghiệm dương.
- b) Phương trình này có duy nhất 1 nghiệm âm.
- c) Phương trình này có nghiệm là $x = 0$.
- d) Tích hai nghiệm của phương trình là 0.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\frac{x-3}{-3-x} + \frac{x+3}{-3+x} = \frac{24}{9-x^2}$ có điều kiện xác định là gì?

Câu 2. [NB] Phương trình $\frac{x^2}{2-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3}$ có nghiệm là gì?

Câu 3. [TH] Nghiệm của phương trình $\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$ là giá trị x nào?

Câu 4. [TH] Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$ là gì?

Câu 5. [VD] Phương trình $\frac{x-3}{-3-x} + \frac{x+3}{-3+x} = \frac{24}{3^2-x^2}$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 6. [VDC] Phương trình $\frac{9x^2}{x^3-8} + \frac{6}{x^2+2x+4} = \frac{3}{x-2}$ có bao nhiêu nghiệm?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1 [NB]: Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau: giã cách chưa hợp lý. Các bài giải cô phải trình bày từng bước như dạy HS giải phương trình, ở đây cô chỉ ghi đáp án là chưa hợp lý



a) $\frac{3x-1}{x-4} = 2$

b) $\frac{3x-1}{2x+1} = 1$

c) $\frac{2}{x+1} + 5 = \frac{1}{x-2}$

d) $\frac{2x+3}{x} = \frac{4x+9}{2x-3}$

Bài 2 [TH]: Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{3}{x-2} = \frac{2x-22}{x^2-4}$

b) $\frac{x-5}{x+5} - \frac{2x}{x-5} - \frac{x(x+10)}{25-x^2}$

c) $\frac{3}{1-3x} = \frac{2}{1+3x} - \frac{7+5x}{9x^2-1}$

d) $\frac{x^2-3x-4}{x^2-16} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-5}{x-4}$

Bài 3 [TH]: Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{7}{x+2} + \frac{2}{x+3} = \frac{1}{x^2+5x+6}$

b) $\frac{x}{x+2} - \frac{x^2+1}{x^2-2x-8} = \frac{3}{x-4}$

c) $\frac{x-1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2x-1}{x^2+x}$

d) $\frac{2}{3x+1} - \frac{15}{6x^2-x-1} = \frac{3}{2x-1}$

Bài 4 [VD]: Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{2x}{x^2+x+1} - \frac{1}{1-x} = \frac{3x^2}{x^3-1}$

b) $\frac{9x^2}{8-x^3} - \frac{6}{x^2+2x+4} = \frac{3}{x-2}$

c) $\frac{1}{x+2} - \frac{2x-9}{x^3+8} = -\frac{2}{2x-4-x^2}$

d) $\frac{10}{2x-2} - \frac{5}{2x^2+2x+2} = 5 \cdot \frac{x^2+2}{1-x^3}$

Bài 5 [VD]: Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{x}{2x-6} - \frac{1}{2x+2} = \frac{3x+1}{x^2-2x-3}$

b) $\frac{3}{4x-2} + \frac{1}{x+4} = \frac{5x+11}{2x^2+7x-4}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{3-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3}$

b) $\frac{3x+1}{3x} = 1 - \frac{3}{x-3}$

c) $\frac{x-1}{2+x} = \frac{x+3}{x-4}$

d)

$\frac{7}{x+2} + \frac{2}{x+3} = \frac{1}{(x+2)(x+3)}$

Bài 2. [TH] Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{6-7x}{x^2-4}$

b) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$



c) $\frac{1}{x^2-x} + \frac{2}{x} - \frac{3}{x-1}$

d) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{2x-1}{x-3} = \frac{x^2+9}{x^2-9}$

Bài 3. [VD] Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{4}{x-2} + \frac{x}{x+1} = \frac{x^2-2}{x^2-x-2}$

b) $\frac{3}{2x-1} + \frac{1}{x+4} = \frac{5x+1}{2x^2+7x-4}$

c) $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x-3} = \frac{2}{-x^2+5x-6}$

d) $\frac{5}{x-2} + \frac{2}{x+4} = \frac{3x}{x^2+2x-8}$

Bài 4. [VD] Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{2}{x^2-x+1} = \frac{3x^2}{x^3+1} + \frac{x}{1+x}$

b) $\frac{x^2}{8+x^3} - \frac{7x}{x^2-2x+4} = \frac{1}{x(x+2)}$

c) $\frac{1}{x-3} - \frac{x-3}{x^3-27} = -\frac{1}{3x+9+x^2}$

c) $\frac{1}{2x-4} + \frac{x^2+2}{8-x^3} = \frac{5}{x^2+2x+4}$

Bài 5. [VDC] Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x^2-8x+15} = \frac{1}{x^2-10x+24}$

b) $\frac{4}{x^2-3x+2} - \frac{3}{x^2-6x+5} = 0$

DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Nghiệm của phương trình $\frac{8-x}{x-7} - 8 = \frac{1}{x-7}$ là

- A. $x = 7$. B. $x = -\frac{49}{9}$. C. Vô nghiệm. D. vô số nghiệm.

Câu 2. [NB] Nghiệm của phương trình $\frac{6}{x-1} + \frac{3}{x-3} = \frac{8}{2x-6}$ là:

- A. $x = \frac{19}{5}$. B. $x = \frac{5}{19}$. C. $x = \frac{5}{17}$. D. $x = \frac{17}{5}$.

Câu 3. [NB] Phương trình $\frac{x+5}{3x-6} - \frac{1}{2} = \frac{2x-3}{2x-4}$ có tập nghiệm là

- A. $x = \frac{-14}{5}$. B. $x = \frac{25}{7}$. C. $x = \frac{-6}{7}$. D. $x = -1$.

Câu 4. [NB] Phương trình $\frac{4x-5}{x-1} = 2 + \frac{x}{x-1}$ có tập nghiệm là

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = \frac{3}{7}$. D. $x = 1$.

Câu 5. [TH] Phương trình $\frac{2x+5}{2x} - \frac{x}{x+5} = 0$ có tập nghiệm là

- A. $x = \frac{-5}{3}$. B. $x = \frac{5}{3}$. C. vô nghiệm. D. vô số nghiệm.

Câu 6. [TH] Nghiệm của phương trình $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2} = 0$ là



A. $x = -4$.

B. $x = 0$.

C. $x = 4$.

D. Vô nghiệm.

Câu 7. [TH] Phương trình $\frac{7}{x+2} = \frac{3}{x-5}$ có nghiệm là

A. $\frac{11}{4}$.

B. $\frac{21}{4}$.

C. $\frac{31}{4}$.

D. $\frac{41}{4}$.

Câu 8. [TH] Phương trình $\frac{x+3}{x-1} - 3 = 0$ có nghiệm là

A. $x = -3$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Câu 9. [VD] Cho hai biểu thức: $A = 1 + \frac{1}{2+x}$ và $B = \frac{12}{x^3+8}$. Tìm x sao cho $A = B$.

A. $x = 0$; $x = 1$ và $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$ và $x = 1$.

D. $x = 0$.

Câu 10. [VD] Phương trình $\frac{1}{x+1} + \frac{2x^2-5}{x^3+1} = \frac{4}{x^2-x+1}$ có nghiệm là

A. $x = -1$.

B. $x = \frac{8}{3}$.

C. $x = -1$.

D. $x = \frac{3}{8}$.

Câu 11. [VD] Tập nghiệm của phương trình $\frac{8}{x-8} + \frac{11}{x-11} = \frac{9}{x-9} + \frac{10}{x-10}$ là

A. Phương trình vô số nghiệm.

B. Phương trình vô nghiệm.

C. $x = 0$.

D. Phương trình có một nghiệm.

Câu 12. [VDC] Phương trình $\frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} + \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} = \frac{1}{8}$ có tích các nghiệm là:

A. -8 .

B. 20 .

C. -12 .

D. -20 .

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1.

a. Phương trình $\frac{3x+1}{x-1} = 0$ là phương trình chứa ẩn ở mẫu.

b. Phương trình $\frac{3x+1}{x-1} = 0$ được xác định khi $3x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{3}$.

c. Phương trình $\frac{3x+1}{x-1} = 0$ có nghiệm là $x = 1$.

d. Phương trình $\frac{3x+1}{x-1} = 0$ được xác định khi $x \neq 1$ và có nghiệm là $x = -\frac{1}{3}$.

Câu 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x}$; $B = \frac{x-5}{9x^2-1}$, với giá trị nào của x thì hai biểu thức A và B có cùng một giá trị. Khi đó



a. Hai biểu thức A và B có cùng một giá trị nên $\frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x} = \frac{x-}{9x^2-1}$.

b. ĐKXĐ của biểu thức A và B là $x \neq \frac{-1}{3}$.

c. Khi $x=0$ thì $A=B$.

d. Không có giá trị x để hai biểu thức A và B có cùng một giá trị.

Câu 3. Cho phương trình $\frac{x-2}{x-4} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{m}{3}$ trong đó m là một số cho trước. Biết $x=5$ là một trong các nghiệm của phương trình, tìm các nghiệm còn lại.

a. Với $x=5$ nên $\frac{x-2}{x-4} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{5}{3}$.

b. Vì $x=5$ là một trong các nghiệm của phương trình nên ta tìm được $m=11$.

c. Biết $x=5$ là một trong các nghiệm của phương trình, nghiệm còn lại là $x = \frac{8}{5}$.

d. Với $m=11$ thì nghiệm còn lại của phương trình là $x = \frac{5}{8}$.

Câu 4. Cho phương trình $\frac{2x+m}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x+1}$. (1)

a. Khi $x = \pm 1$ thì phương trình (1) không xác định.

b. Phương trình (1) là phương trình chứa ẩn ở mẫu.

c. Khi $x = \frac{1}{3}$, ta thay vào phương trình (1) ta tìm được $m=0$.

d. Nếu $x = \frac{1}{3}$ là một nghiệm của phương trình thì phương trình còn có một nghiệm nguyên.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\frac{2x-1}{5-3x} = 2$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Phương trình $\frac{5x-1}{3x+2} = \frac{5x-7}{3x-1}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Biểu thức $\frac{y-1}{y-2} - \frac{3+y}{y-4}$ và biểu thức $\frac{-2}{(y-2)(y-4)}$ có giá trị bằng nhau thì các giá trị của y là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Giá trị y để biểu thức $\frac{8-y}{y-7} + \frac{1}{7-y}$ có giá trị bằng 8 là

Câu 5. [VD] Cho phương trình ẩn y : $\frac{m}{y+m} + \frac{y}{y+2m} = \frac{3}{(y+m)(y+2m)} + 1$, nghiệm của phương trình là bao nhiêu khi $m=1$?

Câu 6. [VDC] Phương trình $\frac{x-a+1}{x-a} - \frac{x-b+1}{x-b} = \frac{a}{(x-a)(x-b)}$ với a, b là hằng số có bao nhiêu nghiệm?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Các bước giải phương trình chứa ẩn ở mẫu:



Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình, rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhân được.

Bước 4: (Kết luận) Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là các nghiệm của phương trình đã cho.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải các phương trình sau:

a) $\frac{7x-3}{x-1} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{2(3-7x)}{1+x} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{5x-1}{3x+2} = \frac{5x-7}{3x-1}$

d) $\frac{4x+7}{x-1} = \frac{12x+5}{3x+4}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau:

a) $\frac{4x-3}{x-5} = \frac{29}{3}$

b) $\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$

c) $\frac{x^2+6x-16}{x-2} = x+8$

d) $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = 0$

Ví dụ 3 [VD]: Giải phương trình sau

a) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{16}{x^2-1}$

b) $\frac{2}{x^2-4} - \frac{x-1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$

c) $\frac{-7x^2+4}{x^3+1} = \frac{5}{x^2-x+1} - \frac{1}{1+x}$

d) $\frac{1}{x-2} - \frac{6}{x+3} = \frac{5}{6-x^2-x}$

Ví dụ 4 [VD]: Cho hai biểu thức $A = \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x}$; $B = \frac{x-5}{9x^2-1}$ với giá trị nào của x thì hai biểu thức A và B có cùng một giá trị?

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các phương trình sau:

a) $\frac{7x+7}{x-1} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{1+x} = \frac{1}{3-7x}$

c) $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2}$

d) $\frac{14}{3x-12} - \frac{2+x}{x-4} = \frac{3}{8-2x} - \frac{5}{6}$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2}{x-3} + \frac{x-5}{x-1} = 1$

b) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2+3}{x^2-1}$

c) $\frac{96}{x^2-16} - \frac{2x+1}{x+4} = \frac{1-3x}{4-x} - 5$

d) $\frac{x+25}{2x^2-50} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{5-x}{2x^2+10x}$

Bài 3. [VD] Giải các phương trình sau:

a) $\frac{4}{x^2+2x-3} = \frac{2x-5}{x+3} - \frac{2x}{x-1}$

b) $\frac{3}{x^2+x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{-7}{x+2}$

c) $\frac{2}{-x^2+6x-8} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{x+3}{x-4}$

d) $\frac{2}{x^3-x^2-x+1} = \frac{3}{1-x^2} - \frac{1}{x+1}$

Bài 4 [VD] Giải các phương trình sau:



a)
$$\frac{4}{x^2 + 2x - 3} = \frac{2x - 5}{x + 3} - \frac{2x}{x - 1}$$

c)
$$\frac{2}{-x^2 + 6x - 8} - \frac{x - 1}{x - 2} = \frac{x + 3}{x - 4}$$

b)
$$\frac{3}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x - 1} = \frac{-7}{x + 2}$$

d)
$$\frac{2}{x^3 - x^2 - x + 1} = \frac{3}{1 - x^2} - \frac{1}{x + 1}$$

Bài 5 [VDC] Giải các phương trình sau:

a)
$$\left(\frac{15}{x} - 25\right) = (x^2 + 5)\left(\frac{3}{x} - 5\right)$$

b)
$$\frac{x + 1}{x^2 + x + 1} - \frac{x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{3}{x(x^4 + x^2 + 1)}$$

c)
$$\frac{x^2 + 8x + 17}{x + 4} + \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1} = \frac{x^2 + 6x + 11}{x + 3} + \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 2}$$

d)
$$\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x + 3} = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$$

DẠNG 4: MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ (GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH)**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Chu vi một mảnh vườn hình chữ nhật là 30 m. Biết chiều dài hơn chiều rộng 5 m. Tính diện tích hình chữ nhật.

- A. 100 m
- ²
- . B. 70 m
- ²
- . C. 50 m
- ²
- . D. 55 m
- ²
- .

Câu 2. [NB] Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 80 phút và ngược dòng hết 2 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc riêng của ca nô.

- A. 16 km/h. B. 18 km/h. C. 20 km/h. D. 15 km/h.

Câu 3. [NB] Năm nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Phương. Phương tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi Phương. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi?

- A. 13 tuổi. B. 14 tuổi. C. 15 tuổi. D. 16 tuổi.

Câu 4. [NB] Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25 km/h. Lúc về, người đó đi với vận tốc 30 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính quãng đường AB.

- A. 40 km. B. 70 km. C. 50 km. D. 60 km.

Câu 5. [TH] Hai trường A và B của một thị trấn có 210 học sinh thi đỗ hết lớp 9, đạt tỉ lệ trúng tuyển 84%. Tính riêng thì trường A đỗ 80%, trường B đỗ 90%. Tính xem trường A có bao nhiêu học sinh lớp 9 dự thi?

- A. 150. B. 100. C. 250. D. 200.

Câu 6. [TH] Sau một buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mại, bắt đầu từ que kem thứ 5, mỗi ly kem được giảm 1500 đồng so với ban đầu. Nhóm của Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154500 đồng. Hỏi giá của mỗi ly kem ban đầu?

- A. 15000. B. 16000. C. 17000. D. 18000.

Câu 7. [TH] Lớp 9A có 45 học sinh dự định tổ chức một chuyến đi chơi nhân dịp tổng kết học kì I (chi phí cho chuyến đi du lịch chỉ đều cho mỗi học sinh). Sau khi đã hợp đồng xong với công ty du lịch, vào giờ chót có 5 học sinh bận việc đột xuất không đi được nên họ không đóng tiền. Cả



nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ đóng thêm 25000 đồng so với dự kiến ban đầu để bù lại cho 5 bạn không tham gia. Hỏi tổng chi phí chuyến đi là bao nhiêu?

- A. 8 triệu đồng. B. 9 triệu đồng. C. 18 triệu đồng. D. 4,5 triệu đồng.

Câu 8. [TH] Một trường THPT nhận được 650 hồ sơ đăng kí dự tuyển sinh vào lớp 10 với hai hình thức đăng kí trực tuyến và đăng kí trực tiếp tại nhà trường. Số hồ sơ đăng kí trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng kí trực tiếp là 120 hồ sơ. Hỏi nhà trường đã nhận bao nhiêu hồ sơ đăng kí trực tuyến?

- A. 350. B. 385. C. 400. D. 430.

Câu 9. [VD] Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h ; lúc trở về người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 30 phút. Tính quãng đường AB.

- A. 50 km. B. 60 km. C. 70 km. D. 80 km.

Câu 10. [VD] Căn cứ diễn biến mực nước hồ Dầu Tiếng và tình hình khí tượng thủy văn trên lưu vực, để chủ động phòng chống lũ cho công trình và khu vực hạ du, Công ty khai thác thủy lợi hồ Dầu Tiếng dự định xả một lượng nước ở hồ với lưu lượng 15 triệu m^3 trong một ngày. Do tình hình thời tiết có chiều hướng xấu Công ty đã quyết định điều chỉnh lưu lượng xả lên 20 triệu m^3 mỗi ngày nên đã hoàn thành công việc sớm hơn thời gian dự kiến 2 ngày. Hỏi Công ty đã xả bao nhiêu m^3 nước?

- A. 120 triệu m^3 . B. 150 triệu m^3 . C. 170 triệu m^3 . D. 180 triệu m^3 .

Câu 11. [VD] Một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng các chữ số của nó bằng 16. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì được một số lớn hơn số đã cho là 18. Tìm số đã cho

- A. 36. B. 63. C. 79. D. 97.

Câu 12. [VDC]

3 6 16
 $\frac{1}{4}$ công việc. Khi đó công nhân thứ

nhất và thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là

- A. 24 giờ, 48 giờ. B. 48 giờ, 24 giờ. C. 28 giờ, 21 giờ.
 D. 21 giờ, 28 giờ.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Hiện nay bố hơn con 30 tuổi. Sáu năm sau tuổi bố gấp 2,5 lần tuổi con. Gọi x là tuổi của con (x nguyên dương). Biết hiện nay bố 44 tuổi.

- a) Phương trình biểu diễn tuổi của bố hiện nay là $x + 30 = 44$.
 b) Hiện nay tuổi của con là 12 tuổi.
 c) Phương trình biểu diễn theo ẩn x dữ kiện sau 6 năm tuổi bố gấp 2,5 lần tuổi con là $2,5.(x + 6) = 44$.
 d) Sáu năm sau tuổi con là 20 tuổi.

Câu 2. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Gọi x là số sản phẩm của tổ I theo kế hoạch (x nguyên dương, $x < 600$).

- a) Số sản phẩm của tổ II theo kế hoạch là $600 - x$.



b) Số sản phẩm tăng thêm của tổ I là $\frac{118}{100}x$, số sản phẩm tăng thêm của tổ II là $\frac{121}{100}(600 - x)$.

c) Phương trình bài toán là: $\frac{18}{100}x + \frac{21}{100}(600 - x) = 120$.

d) Số sản phẩm được giao của tổ I theo kế hoạch là 200 sản phẩm, của tổ II là 400 sản phẩm.

Câu 3. Một khách du lịch đi trên ô tô 4 giờ, sau đó đi tiếp bằng tàu hỏa trong 7 giờ được quãng đường dài 640km. Gọi vận tốc của tàu hỏa là x (km/h, $x > 5$), biết rằng mỗi giờ tàu hỏa đi nhanh hơn ô tô 5km.

a) Vận tốc của ô tô là $x + 5$ (km/h).

b) Phương trình bài toán là: $7x + 4(x + 5) = 640$.

c) Vận tốc của tàu hỏa là 60km/h.

d) Vận tốc của ô tô là 55 km/h.

Câu 4. Một canô ngược dòng từ bến A đến bến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại xuôi từ bến B trở về bến A. Thời gian canô ngược dòng từ A đến B nhiều hơn thời gian canô xuôi dòng từ B trở về A là 2 giờ 30 phút. Biết vận tốc dòng nước là 4km/h, vận tốc riêng của canô lúc xuôi dòng và lúc ngược dòng bằng nhau. Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h), $x > 4$.

a) Phương trình biểu diễn canô ngược dòng từ bến A đến bến B với vận tốc 30 km/h là $x - 4 = 30$.

b) Vận tốc của canô lúc xuôi dòng là 34km/h.

c) Gọi thời gian ca nô đi xuôi dòng là y (giờ); $y > 0$. Khi đó phương trình bài toán là $38y = 30(y + 2,5)$.

d) Khoảng cách giữa hai bến A và B là 356 km.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Một xưởng dệt theo kế hoạch mỗi ngày phải dệt 30 áo. Trong thực tế mỗi ngày xưởng dệt được 40 áo nên đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, ngoài ra còn làm thêm được 20 chiếc áo nữa. Nếu gọi tổng số áo xưởng cần làm theo kế hoạch là x (cái, $x > 40, x \in \mathbb{N}$) thì phương trình của bài toán là

Câu 2. [NB] Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện tổ đã sản xuất được 57 sản phẩm một ngày. Do đó hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Nếu gọi tổng sản phẩm tổ cần làm theo kế hoạch là x (sản phẩm), ($x > 0, x \in \mathbb{N}$) thì phương trình của bài toán là

Câu 3. [TH] Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Gọi vận tốc thật của ca nô đi ngược dòng là x (km/h), vận tốc ca nô đi xuôi dòng là $x + 9$ (km/h); $x > 3$. Phương trình của bài toán là

Câu 4. [TH] Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Biết quãng đường dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Gọi thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB là x (giờ, $x > 0$). Phương trình của bài toán là

**Câu 5. [VD]**

1,2%

B

1,1%

A B 4

A

4045000

Gọi x

là số dân của tỉnh A trong năm ngoái (x nguyên dương).

Câu 6. [VDC]

A, B 250

210

1

A 80%

B 90%

Gọi x là số học sinh

dự thi vào lớp 10 của trường A (x nguyên dương).

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1 [NB]: Bạn Hoàng làm việc tại nhà hàng nọ, bạn ấy được trả tám trăm nghìn đồng cho 40 giờ làm việc tại quán trong một tuần. Mỗi giờ làm thêm trong tuần bạn ấy được trả bằng 150% số tiền mà bạn ấy được trả trong 40 giờ đầu. Nếu trong tuần đó bạn Hoàng được trả chín trăm hai mươi nghìn đồng thì bạn ấy đã phải làm thêm bao nhiêu giờ?

Bài 2 [TH]: Một vật là hợp kim của đồng và kẽm có khối lượng 505 g và thể tích là 64 cm^3 . Tính xem trong hợp kim đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm? Biết rằng 178 gam đồng có thể tích là 20 cm^3 và bằng nửa thể tích của 280 gam kẽm.

Bài 3 [TH]: Có hai loại dung dịch muối I và II. Người ta hòa 200 gam dung dịch muối I với 300 gam dung dịch muối II thì được một dung dịch có nồng độ 33%. Tính nồng độ muối trong mỗi dung dịch, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.

Bài 4 [VD]: Một trường THCS A tổ chức cho giáo viên và học sinh đi thăm quan tại một khu du lịch sinh thái vào cuối năm học. Giá vé vào cổng của mỗi giáo viên và học sinh lần lượt là 70000 đồng và 50000 đồng. Nhằm thu hút du khách du lịch vào dịp hè, khu du lịch này đã giảm 10% cho mỗi vé vào cổng. Biết đoàn thăm quan có 150 người và tổng số tiền mua vé là 7290000 đồng. Hỏi trường THCS A đó có bao nhiêu giáo viên và bao nhiêu học sinh đi du lịch?

Bài 5 [VD]: Hai anh An và Bình góp vốn cùng kinh doanh. Anh An góp 13 triệu đồng, anh Bình góp 15 triệu đồng. Sau một thời gian kinh doanh lãi được 7 triệu đồng. Tính số tiền lãi mỗi anh được hưởng biết lãi chia theo tỉ lệ góp vốn?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Hai trường A và B có 420 học sinh thi đỗ vào lớp 10, đạt tỉ lệ là 84%. Riêng trường A tỉ lệ đỗ là 80%. Riêng trường B tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

Bài 2. [TH] Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm 360 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lí nên xí nghiệp I vượt mức 12% kế hoạch, xí nghiệp II vượt mức 10% kế hoạch. Do đó cả hai xí nghiệp vượt mức 40 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Bài 3. [VD]

1,1%

1,2%

5

5056000

Bài 4. [VD] Lớp 9A hơn lớp 9B 4 học sinh. Trong đợt quyên góp sách ủng hộ bạn nghèo, bình quân mỗi học sinh 9A nộp 2 quyển, mỗi học sinh 9B nộp 3 quyển. Vì vậy cả hai lớp ủng hộ được 198 quyển sách. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 5. [VDC] Một vật có khối lượng 248 g và thể tích 30 cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm biết rằng cứ 89 g đồng có thể tích là 10 cm^3 và 7 g kẽm có thể tích là 1 cm^3 .





CHUYÊN ĐỀ: BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÍNH CHẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Giả sử A và B là hai biểu thức bằng số hoặc bằng chữ. Khi đó

+ $A > B$; $A < B$; $A \geq B$; $A \leq B$ được gọi là các bất đẳng thức.

+ Các bất đẳng thức trên được viết lại như sau

$$A - B > 0; A - B < 0; A - B \geq 0; A - B \leq 0$$

+ Một bất đẳng thức bất kì có thể đúng, cũng có thể sai.

Quy ước: Khi nói về một bất đẳng thức mà không nói gì thêm thì ta hiểu đó là một bất đẳng thức đúng.

+ Tính chất giao hoán

Với các số thực A và B bất kì, nếu $A \leq B$ (hoặc $A \geq B$; $A > B$; $A < B$) thì có thể viết lại $B \geq A$ (hoặc $B \leq A$; $A < B$; $A > B$).

+ Tính chất bắc cầu

Với các số thực A, B, C bất kì, ta luôn có $A \leq B, B \leq C$ suy ra $A \leq C$.

Tương tự: Nếu $A < B; B < C$ thì $A < C$.

Nếu $A \geq B; B \geq C$ thì $A \geq C$.

Nếu $A > B; B > C$ thì $A > C$.

+ Tính chất liên hệ với phép cộng

Với các số thực A, B và M bất kì, ta luôn có $A \leq B$ suy ra $A \pm M \leq B \pm M$.

Với các số thực A, B, C, D bất kì, ta luôn có

$$A \leq B; C \leq D \text{ suy ra } A + C \leq B + D.$$

$$A \leq B; C \leq D \text{ suy ra } A - D \leq B - C.$$

+ Tính chất liên hệ với phép nhân

Với các số thực A, B bất kì, ta luôn có

$$A \leq B; M > 0 \text{ suy ra } AM \leq BM.$$

$$A \leq B; M < 0 \text{ suy ra } AM \geq BM.$$

Với các số thực A, B, C, D bất kì, ta luôn có

$$\text{Nếu } 0 < A < B; 0 < C < D \text{ thì } 0 < AC < BD.$$

+ Tính chất liên hệ với lũy thừa

Với các số thực A, B bất kì, ta luôn có

$$A \geq B \geq 0 \text{ suy ra } A^n \geq B^n \geq 0, \text{ với } n \text{ là số thực dương.}$$

$$A \geq B \text{ suy ra } A^n \geq B^n, \text{ với } n \text{ là số tự nhiên lẻ.}$$

$$|A| \geq |B| \text{ suy ra } A^n \geq B^n \geq 0, \text{ với } n \text{ là số tự nhiên chẵn.}$$

$$m \geq n > 0; A \geq 1 \text{ suy ra } A^m \geq A^n.$$

$$m \geq n > 0; 0 < A < 1 \text{ suy ra } A^m \leq A^n.$$

+ Tính chất liên hệ với tính nghịch đảo



Với các số thực dương A, B bất kì, ta luôn có $A \geq B$ suy ra $\frac{1}{A} \leq \frac{1}{B}$.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. BẤT ĐẲNG THỨC VÀ SO SÁNH.

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các cách viết sau, cách viết nào không phải là bất đẳng thức

- A. $1 < 2$. B. $-3 > -1$. C. $a = 2$. D. $3 < b$.

Câu 2. [NB] Bất đẳng thức $a+1 < 3$ có vẻ trái là

- A. $a+1$. B. a . C. 1 . D. 3 .

Câu 3. [NB] Cho bất đẳng thức $2 \geq 3a-1$. Bất đẳng thức nào cùng chiều với bất đẳng thức đã cho

- A. $4 < 2a$. B. $3a-2 \leq 4$. C. $2 = 3a-1$. D. $a-1 \geq -2$.

Câu 4. [NB] Với ba số a, b, c và $a > b$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng

- A. $a-c > b+c$. B. $a+c < b+c$. C. $a+c > b+c$. D. $a-c < b-c$.

Câu 5. [TH] Bất đẳng thức mô tả tình huống buổi sáng nhiệt độ $t(^{\circ}\text{C})$ không thấp hơn $12(^{\circ}\text{C})$

- A. $t < 12$. B. $t = 12$. C. $t \leq 12$. D. $t \geq 12$.

Câu 6. [TH] Nếu $a-3 < b-3$ thì

- A. $a > b$. B. $-a < -b$. C. $a+2 < b+2$. D. $3-a < 3-b$.

Câu 7. [TH] Nếu $-5a+5 > -5b+5$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng

- A. $-a < -b$. B. $-a > -b$. C. $2a > 2b$. D. $-3a < -3b$.

Câu 8. [TH] Một cửa hàng, buổi sáng bán được a sản phẩm, buổi chiều bán được b sản phẩm, buổi tối bán được c sản phẩm. Biết số sản phẩm bán được buổi chiều nhiều hơn số sản phẩm bán được buổi sáng, số sản phẩm bán được buổi sáng lại nhiều hơn số sản phẩm bán được buổi tối. Khi đó hệ thức thể hiện số sản phẩm bán được buổi chiều và buổi tối là

- A. $a \geq c$. B. $a \leq c$. C. $b < c$. D. $b > c$.

Câu 9. [VD] Cho $x > 1,2$ và $y < 1,2$. So sánh x và y ta được

- A. $x \geq y$. B. $x > y$. C. $x = y$. D. $y > x > 1,2$.

Câu 10. [VD] So sánh $\frac{2025}{2024}$ và $\frac{2020}{2021}$ ta được

- A. $\frac{2025}{2024} > \frac{2020}{2021}$. B. $\frac{2025}{2024} < \frac{2020}{2021}$. C. $\frac{2025}{2024} = \frac{2020}{2021}$. D. $\frac{2025}{2024} \leq \frac{2020}{2021}$

Câu 11. [VD] Cho $a < b$ khi đó bất đẳng thức đúng là

- A. $2a-1 < 2b-3$. B. $-3a+2 > -3b-1$. C. $2a+1 > 2b+1$. D. $3a-1 < -3b+3$.

Câu 12. [VDC] Cho $a > 7$. Kết quả so sánh $4 - \frac{a+3}{5}$ và 2 là

- A. $4 - \frac{a+3}{5} = 2$. B. $4 - \frac{a+3}{5} > 2$. C. $4 - \frac{a+3}{5} < 2$. D. $4 - \frac{a+3}{5} \leq 2$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1.

- a) Hai bất đẳng thức $2a-1 < 2$ và $3a-3 > 4$ là hai bất đẳng thức ngược chiều.
b) Nếu có $a \leq b$ thì $-3a \geq -3b$.



c) Nếu $a \geq b$ thì $-2 - a \geq -2 - b$.

d) Nếu $2a - 3 < 2b - 4$ thì $a > b$.

Câu 2. Cho bất đẳng thức $a \geq b$ thì

a) Bất đẳng thức cùng chiều là $2a - 1 \geq 3 - 2b$.

b) Vế trái bất đẳng thức là b .

c) Ta sẽ có $2a + 3 \leq 2b + 3$.

d) Ta có $-5a - 5 \leq -5b + 5$.

Câu 3. Chiều cao của các bạn nam trong lớp 9A từ 1,5m đến 1,8m.

a) Bạn An là học sinh nam lớp 9A và có chiều cao $h > 1,8\text{m}$.

b) Bạn My là bạn nữ lớp 9A và có chiều cao $h > 1,5\text{m}$.

c) Chiều cao h của các bạn nam trong lớp 9A được biểu diễn là $1,5 \leq h < 1,8$.

d) Chiều cao h của các bạn nam trong lớp 9A được biểu diễn là $1,5 \leq h \leq 1,8$.

Câu 4. Xe ô tô A đi nhanh hơn xe ô tô B, xe B chở tải trọng lớn hơn xe C. Gọi a và b lần lượt là vận tốc của xe A và xe B, b và c là tải trọng trên xe B và xe C. Khi đó:

a) So sánh vận tốc của hai xe A và xe B là $a > b$.

b) Vì $a > b$ và $b > c$ nên $a > c$.

c) So sánh tải trọng của xe B và xe C là $b < c$.

d) So sánh vận tốc của xe A và xe C là $a < c$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho bất đẳng thức $-3a + 7 < 3b - 12$. Khi đó vế trái của bất đẳng thức là

Câu 2. [NB] Cho $a \geq b$ và $c > 0$. Hãy điền dấu thích hợp vào chỗ (...) của hệ thức $a.c \dots b.c$.

Câu 3. [TH] Cho $a < b$. Hãy điền dấu thích hợp vào chỗ (...) của hệ thức $-2a + 2025 \dots -2b + 2025$.

Câu 4. [TH] Khi có $2024a - 4 > 2024b - 4$. Hãy điền dấu thích hợp vào chỗ (...) của hệ thức $a \dots b$.

Câu 5. [TH] Thay $\boxed{?}$ trong các biểu thức sau bởi dấu ($<$; $>$) để được khẳng định đúng

a) $15.(-12, 05) \boxed{?} 15.13, 45$.

b) $(-14).(-10, 45) \boxed{?} (-14).9$.

Câu 6. [VD] Cho $2a - 1 < 3b + 2$ và số $c = 0$. Hãy điền dấu thích hợp vào chỗ (...) của hệ thức $(2a - 1).c \dots (3b + 2).c$.

Câu 7. [VDC] Với bất đẳng thức $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a + b + c)$ dấu "=" xảy ra với giá trị nào của a, b, c .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ Nắm chắc định nghĩa bất đẳng thức và các yếu tố của bất đẳng thức.

☒ Thực hiện biến đổi theo thứ tự và phép cộng, phép nhân.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. [NB] Trong các hệ thức sau đâu là bất đẳng thức? Với mỗi bất đẳng thức hãy chỉ ra vế trái, vế phải.

a) $2a - 1 < 3$

b) $3a = 4 - 2b$

c) $4 \geq -5a + 2$

d) $3a - 4b$



Ví dụ 2. [TH] Cho $-2a+3 < -2b+3$. Hãy so sánh a và b .

Ví dụ 3. [TH] Cho $a-2 > b-2$. Hãy so sánh a và b .

Ví dụ 4. [VD] Không thực hiện phép tính hãy so sánh $2023+\sqrt{3}$ và $2024+\sqrt{3}$

Ví dụ 5. [VD] so sánh x^2+15 và 15 , với x là số thực tùy ý.

Ví dụ 6. [VD] Cho bất đẳng thức

Chứng minh rằng $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$.

✓

Bài 1. [NB] Cho các bất đẳng thức sau, hãy xác định các bất đẳng thức cùng chiều.

- a) $3a > 2b$. b) $3a-2 < 2a+1$. c) $3 > 2a-4$. d) $-4 < a$.

Bài 2. [TH] Cho $a > b$. Hãy so sánh

- a) $1-3a$ và $1-3b$ b) $6a-5$ và $-5+6b$. c) $-3a-4$ và $-3b-4$.

Bài 3. [VD] So sánh hai số a và b , nếu

- a) $6a \leq 6b$. b) $3a+1 \geq 3b+1$. c) $5a-1 > 5b-1$.
d) $8-a < 8-b$. e) $-3a \geq -3b$. f) $-2a+3 \geq 3-2b$.

Bài 4. [VD] So sánh hai số a và b , nếu

- a) $a+1954 < b+1954$. b) $a-7 \geq b-7$. c) $a-(-4) \leq b+4$.
d) $-6+a \leq b-6$. e) $3-(-a) > b+3$.

Bài 5. [VD] Cho $a > b$. So sánh

- a) $-2a+3$ và $-2b+5$. b) $4a+1$ và $4b-7$.

Bài 6. [VD] Cho $2a+1 \geq 2b-3$. So sánh $a+2$ và b .

DẠNG 2. CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

Loại 1: Sử dụng tính chất $A^2 \geq 0$ để chứng minh đẳng thức

1. Kiến thức cần dùng

1.1. Một số bất đẳng thức cơ bản cần nhớ

- + $A^2 \geq 0$ với $\forall A$.
- + $A^{2k} \geq 0$ với $\forall A$ và k là số tự nhiên.

1.2. Một số kỹ thuật cơ bản

- + Kỹ thuật xét hiệu hai biểu thức.
- + Kỹ thuật sử dụng các hằng đẳng thức.
- + Kỹ thuật thêm bớt một hằng số, một biểu thức.
- + Kỹ thuật đặt biến phụ.

2. Bài tập mẫu

Ví dụ 1. [TH] Cho a, b, c là các số thực bất kì. Chứng minh rằng: $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c)$.

Ví dụ 2. [VD] Cho a, b, c là các số thực bất kì. Chứng minh rằng:

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2 \geq a(b+c+d+e).$$

Ví dụ 3. [VD] Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng:

$$a^4+b^4+c^4 \geq abc(a+b+c).$$

Ví dụ 4. [VD] Cho a, b là các số thực thỏa mãn điều kiện $a, b \geq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}.$$



Ví dụ 5. [VDC] Chứng minh rằng với mọi số thực a, b ta có:

$$ab(a-2)(b+6) + 12a^2 - 24a + 3b^2 + 18b + 36 > 0.$$

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. [TH] Cho a, b, c là các số thực bất kì. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$.

Bài 2. [TH] Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} - 1.$$

Bài 3. [VD] Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng:

$$(a^{10} + b^{10})(a^2 + b^2) \geq (a^8 + b^8)(a^4 + b^4).$$

Bài 4. [VD] Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$.

Loại 2: Sử dụng tính chất tỉ số để chứng minh bất đẳng thức.

1. Kiến thức cần dùng

Một số tính chất của tỉ số

+ Với các số thực dương a, b bất kì, ta luôn có $a \geq b$ thì $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$.

+ Với các số thực dương a, b, c, d bất kì, ta có:

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} < 1 \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}.$$

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} > 1 \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}.$$

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

2. Bài tập mẫu

Ví dụ 1. [TH] Cho a, b là các số thực dương bất kì. Chứng minh rằng: $\frac{a}{2a+b} + \frac{b}{a+2b} < 1$.

Ví dụ 2. [VD] Cho a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b} < \frac{ab+cd}{b^2+d^2} < \frac{c}{d}.$$

Ví dụ 3. [VD] Cho a, b, c là các số thực dương bất kì. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^3 + b^3 + abc} + \frac{1}{b^3 + c^3 + abc} + \frac{1}{c^3 + a^3 + abc} \leq \frac{1}{abc}.$$

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. [TH] Cho a, b, c là các số thực dương bất kì. Chứng minh rằng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$.

Bài 2. [VD] Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1.$$



Bài 3. [VDC] Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}.$$

Bài 4. [VD] Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ca} + \frac{c}{1+ab} = 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+a+bc} + \frac{b}{1+b+ca} + \frac{c}{1+c+ab} \geq \frac{3}{4}$.

Loại 3: Sử dụng phương pháp làm trội, làm giảm để chứng minh bất đẳng thức.

1. Kiến thức cần dùng

Giả sử cần chứng minh $A \leq B$, khi đó ta cần làm trội biểu thức A thành $A \leq M$ rồi chứng minh $M \leq B$. Cũng có thể làm giảm B thành $M \leq B$ rồi chứng minh $A \leq M$.

Phương pháp làm trội, làm giảm thường được áp dụng cho bất đẳng thức về tổng hoặc tích của một dãy số. Khi đó dùng các tính chất bất đẳng thức để đưa một vế của bất đẳng thức về dạng tính được tổng hữu hạn hoặc tích hữu hạn.

+ Ý tưởng chung cho bất đẳng thức dạng tổng của dãy số là:

Giả sử ta cần chứng minh $A(x_1) + A(x_2) + A(x_3) + \dots + A(x_n) \leq M$, khi đó ta thực hiện làm trội

$A(x_i) \leq B(y_{i+1}) - B(y_i)$ để thu được

$$A(x_1) + A(x_2) + A(x_3) + \dots + A(x_n) \leq B(y_n) - B(y_1)$$

Sau đó ta chỉ cần chứng minh bất đẳng thức $B(y_n) - B(y_1) \leq M$.

+ Ý tưởng chung cho bất đẳng thức dạng tích của dãy số là:

Giả sử ta cần chứng minh $A(x_1).A(x_2).A(x_3) \dots A(x_n) \leq M$, khi đó ta thực hiện làm trội

$$A(x_i) \leq \frac{B(y_{i+1})}{B(y_i)} \text{ để thu được } A(x_1).A(x_2).A(x_3) \dots A(x_n) \leq \frac{B(y_n)}{B(y_1)}$$

Sau đó ta chỉ cần chứng minh bất đẳng thức $\frac{B(y_n)}{B(y_1)} \leq M$.

+ Một số tổng sai phân hay dùng

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}; \quad \frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a};$$

$$\frac{2a}{n(n+a)(n+2a)} = \frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+2a)};$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n};$$

$$\frac{1}{n(n+a)} + \frac{1}{(n+a)(n+2a)} + \dots + \frac{1}{[n+(k-1)a](n+ka)} = \frac{k}{n(n+ka)};$$

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \right].$$

Chú ý:

Ta cần áp dụng làm trội, làm giảm sao cho bất đẳng thức cuối cùng cần chứng minh phải càng đơn giản càng tốt.



Thông thường ta tìm quy luật viết các số hạng của dãy rồi đưa ra cách viết tổng quát, từ đó ta mới làm trội cho số hạng tổng quát và áp dụng cho các số hạng cụ thể.

2. Bài tập mẫu

Ví dụ 1. [TH] Với mọi số tự nhiên $n > 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$.

Ví dụ 2. [VD] Chứng minh rằng với n là số nguyên dương, ta luôn có: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2$.

Ví dụ 3. [VD] Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n , ta luôn có: $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$.

Ví dụ 4. [VD] Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n , ta luôn có: $\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{4}$.

Ví dụ 5. [VDC] Với mọi số tự nhiên $n \geq 1$.

Chứng minh rằng: $1 < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n+1} < 2$.

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. [VD] Chứng minh rằng: $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + \dots + \frac{1}{2014^3} < \frac{1}{40}$.

Bài 2. [VD] Chứng minh rằng: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2015^2} < \frac{2014}{2015}$.

Bài 3. [VD] Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$, ta luôn có:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2 + (n+1)^2} < \frac{9}{20}.$$

Bài 4. [VD] Với số tự nhiên $n \geq 3$. Đặt $S_n = \frac{1}{3(1+\sqrt{2})} + \frac{1}{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})}$

. Chứng minh rằng: $S_n < \frac{1}{2}$.

Loại 4. Sử dụng bất đẳng thức AM-GM, bất đẳng thức Bunhiacopxki để chứng minh bất đẳng thức

Các bất đẳng thức quan trọng là:

1. Bất đẳng thức AM-GM

+ Với hai số không âm a, b ta có: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Chứng minh: Với hai số không âm a, b , xét hiệu:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} &= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0. \end{aligned}$$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Vậy $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ hay $a = b$.

Chú ý: Ta hay áp dụng dạng $a+b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.



+ Với ba số không âm a, b, c ta có: $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$. Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Chứng minh: Với ba số không âm a, b, c ta có:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab};$$

$$c + \sqrt[3]{abc} \geq 2\sqrt{c\sqrt[3]{abc}}$$

Cộng theo vế của hai bất đẳng thức trên ta được:

$$a + b + c + \sqrt[3]{abc} \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{c\sqrt[3]{abc}}$$

$$a + b + c + \sqrt[3]{abc} \geq 2\left(\sqrt{ab} + \sqrt{c\sqrt[3]{abc}}\right)$$

$$\text{Lại có: } \sqrt{ab} + \sqrt{c\sqrt[3]{abc}} \geq 2\sqrt{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{c\sqrt[3]{abc}}} = 2\sqrt[3]{abc}$$

$$\text{nên } a + b + c + \sqrt[3]{abc} \geq 4\sqrt[3]{abc} \text{ hay } a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}. \text{ Do đó } \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}.$$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Chú ý: Ta hay áp dụng dạng $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

2. Bất đẳng thức Bunhiacopxki

Với bốn số thực bất kỳ a, b, x, y ta có: $(ax+by)^2 \leq (a^2+b^2)(x^2+y^2)$.

Dấu "=" xảy ra khi $ay = bx$ hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ với $x \neq 0; y \neq 0$.

Chứng minh: Bất đẳng thức $(ax+by)^2 \leq (a^2+b^2)(x^2+y^2)$

Xét hiệu:

$$(ax+by)^2 - (a^2+b^2)(x^2+y^2)$$

$$= a^2x^2 + 2axby + b^2y^2 - (a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2)$$

$$= a^2y^2 - 2axby + b^2x^2$$

$$= (ay-bx)^2 \geq 0$$

$$\text{Vậy } (ax+by)^2 \leq (a^2+b^2)(x^2+y^2)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$.

1. Bài tập mẫu

Ví dụ 1. [VD] Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4;$

b) $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9.$

Ví dụ 2. [VD] Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a > b; a.b = 1$ Chứng minh $\frac{a^2+b^2}{a-b} = 2\sqrt{2}$.

Ví dụ 3. [VD] Cho $x + y + z = 2$ Chứng minh $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{4}{3}$.

2. Bài tập tự luyện



Bài 1. [VD] Cho $x, y \neq 0$ Chứng minh bất đẳng thức sau: $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ (1).

Bài 2. [VD] Cho x, y là các số dương. Chứng minh rằng: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$.

Bài 3. [VD] Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh : $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{2y+x+z} + \frac{1}{2z+x+y} \leq 1$.

Bài 4. [VD] Cho $a \geq 4$. Chứng minh rằng: $a + \frac{1}{a} \geq \frac{17}{4}$.

Bài 5. [VD] Tìm GTNN của các biểu thức:

a. $A = 4x^2 + 4x + 11$.

b. $B = (x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$.

c. $C = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 7$.

Bài 6. [VD] Tìm GTLN của các biểu thức:

a) $A = 5 - 8x - x^2$.

b) $B = 5 - x^2 + 2x - 4y^2 - 4y$.

Bài 7. [VD] Tìm GTLN của hàm số: $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Loại 5. Sử dụng bất đẳng thức vào giải một số bài toán thực tế

1. Bài tập mẫu

Ví dụ 1. [VD] Người ta dùng 100 m rào để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của hình chữ nhật là bức tường (không phải rào). Tính diện tích lớn nhất của mảnh vườn để có thể rào được.

Ví dụ 2. [VD] Từ một tờ giấy hình tròn bán kính R ta có thể cắt ra một hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

Ví dụ 3. [VD] Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $f(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x (miligam) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Khi đó, liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

Ví dụ 4. [VDC] Trong mùa cao điểm du lịch, một tổ hợp nhà nghỉ ở Đà Nẵng gồm 100 phòng đồng giá luôn luôn kín phòng khi giá thuê là 480 nghìn đồng/phòng. Qua khảo sát các năm trước bộ phận kinh doanh của nhà nghỉ thấy rằng: cứ tăng giá phòng lên $x\%$ ($x \geq 0$) so với lúc kín phòng (giá thuê là 480 nghìn đồng/phòng) thì số phòng cho thuê giảm đi $\frac{4x}{5}\%$. Hỏi nhà nghỉ phải niêm

yết giá phòng là bao nhiêu để đạt doanh thu cao nhất?

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. [VD] Một ca nô đi xuôi dòng trong 2 giờ 30 phút. Biết rằng tốc độ của ca nô khi nước yên lặng không quá 40 km/h và tốc độ của dòng nước là 6 km/h. Chứng minh rằng quãng đường đi được trong thời gian trên không vượt quá 115 km.

Bài 2. [VD] Chỉ số khối cơ thể, thường được biết đến với tên viết tắt **BMI** cho phép đánh giá thể trạng của một người là gầy, bình thường hay béo. Chỉ số khối cơ thể của một người được tính theo



công thức $BMI = \frac{m}{h^2}$, trong đó m là khối lượng cơ thể tính theo kilogam, h là chiều cao tính theo mét. Căn cứ vào bảng đánh giá thể trạng ở người lớn theo BMI đối với khu vực châu Á – Thái Bình Dương, một người đàn ông có $BMI \geq 30$ sẽ bị béo phì độ II (trung bình) hoặc độ III (nặng), người đó cần phải có các biện pháp tập thể dục, thể thao hay thay đổi chế độ dinh dưỡng để có được cơ thể khỏe mạnh. Bác Dũng có chiều cao 1,65 m và cân nặng ít nhất 82 kg. Hỏi bác Dũng có bị béo phì độ II hay độ III hay không?

Bài 3. [VDC] Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 2016 (cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm) rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Bài 4. [VDC] Ông Quang muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông Quang cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?



CHUYÊN ĐỀ 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Bất phương trình có dạng $ax + b > 0$ (hoặc $ax + b < 0$; $ax + b \geq 0$; $ax + b \leq 0$) trong đó a, b là các số đã cho, $a \neq 0$ được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Nghiệm của bất phương trình

Số x_0 là một nghiệm của bất phương trình $A(x) < B(x)$ nếu $A(x_0) < B(x_0)$ là khẳng định đúng.

Giải một bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

3. Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Bất phương trình bậc nhất một ẩn $ax + b < 0$ ($a \neq 0$) được giải như sau:

$$ax + b < 0$$

$$ax < -b$$

$$+) \text{ Nếu } a > 0 \text{ thì } x < \frac{-b}{a}$$

$$+) \text{ Nếu } a < 0 \text{ thì } x > \frac{-b}{a}.$$

Các bất phương trình $ax + b > 0$; $ax + b \geq 0$; $ax + b \leq 0$ được giải tương tự.

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $\frac{1}{2}y^2 + 5 \geq 0$.

B. $\frac{2}{y} - 3 > 0$.

C. $3x - 9 > 0$.

D. $0.x - 6 < 0$.

Câu 2. [NB] Trong các số -3 ; 4 ; 0 ; 2 số nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 7 \geq 0$

A. -3 .

B. 4 .

C. 0 .

D. 2 .

Câu 3. [NB] Số 3 là nghiệm của bất phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $2x - 5 < 0$.

B. $-5x + 7 \geq 0$.

C. $2x + 1 > 0$.

D. $5x - 10 \leq 0$.

Câu 4. [NB] Nghiệm của bất phương trình $2x \geq 4$ là

A. $x > 2$.

B. $x \geq 2$.

C. $x < 2$.

D. $x \leq 2$.

Câu 5. [TH] Nghiệm của bất phương trình $4x - 18 > 0$ là

A. $x > \frac{9}{2}$.

B. $x > \frac{-9}{2}$.

C. $x < \frac{9}{2}$.

D. $x < \frac{-9}{2}$.

Câu 6. [TH] Nghiệm của bất phương trình $5x - 6 \leq 2x + 9$ là

A. $x \geq 5$.

B. $x \geq \frac{3}{7}$.

C. $x \leq 5$.

D. $x \leq \frac{3}{7}$.



Câu 7. [TH] Nghiệm của bất phương trình $8x - 12 \leq 14x - 5$ là

- A. $x \leq \frac{-7}{6}$. B. $x \geq \frac{-7}{6}$. C. $x \leq \frac{17}{24}$. D. $x \geq \frac{17}{24}$.

Câu 8. [TH] Với giá trị nào của m thì $x = 2$ là một nghiệm của bất phương trình $mx + 2 < x + 3 + m$?

- A. $m = 2$. B. $m < 3$. C. $m > 1$. D. $m < -3$.

Câu 9. [VD] Nghiệm của bất phương trình $2(x - 3) - 7(x + 6) \geq 0$ là

- A. $x \leq \frac{48}{5}$. B. $x \leq \frac{48}{5}$. C. $x \geq \frac{36}{5}$. D. $x \leq \frac{36}{5}$.

Câu 10. [VD] Bất phương trình $\frac{x+2}{3} + 3x + 1 > \frac{x+2}{2}$ có nghiệm là

- A. $x > \frac{-6}{7}$. B. $x < \frac{6}{5}$. C. $x > \frac{-4}{17}$. D. $x > \frac{-6}{11}$.

Câu 11. [VD] Bất phương trình $(2x - 1)(x + 3) - 3x + 1 \leq (x - 1)(2x + 3)$ có nghiệm là

- A. $x \leq -1$. B. $x \geq -1$. C. $x \geq \frac{-5}{3}$. D. $x \leq \frac{-5}{3}$.

Câu 12. [VDC] Bất phương trình $\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$ có nghiệm là

- A. $x < 1$. B. $x > 1$. C. $x > -1$. D. $x < -1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho bất phương trình $3x - 4 > x - 2$

- a) Vế trái của bất phương trình trên là $3x - 4$
b) Vế phải của bất phương trình trên là $x - 2$.
c) $x = 2$ là một nghiệm của bất phương trình trên.
d) $x = -3$ là một nghiệm của bất phương trình trên.

Câu 2. Cho bất phương trình $7x - 5 > -2$

- a) Ta có thể biến đổi bất phương trình trên về dạng $7x > -7$
b) Ta có thể biến đổi bất phương trình trên về dạng $7x > 3$
c) $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình trên.
d) Nghiệm của bất phương trình trên là $x < \frac{3}{7}$

Câu 3. Cho bất phương trình $2(x - 3) - 5 > 2(x - 7)$

- a) Bất phương trình trên vô nghiệm.
b) Bất phương trình trên có vô số nghiệm.
c) Nghiệm của bất phương trình trên là $x < -3$



d) Nghiệm của bất phương trình trên là $x > -3$

Câu 4. Cho bất phương trình $\frac{x+4}{5} < \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$

a) Bất phương trình trên là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

b) Khi thực hiện bước quy đồng thì mẫu số chung là 35

c) Có thể biến đổi bất phương trình trên về dạng $\frac{6(x+4)}{30} < \frac{10(x+3)}{30} - \frac{15(x-2)}{30}$

d) Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình trên là 3

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Bất phương trình $3mx - 6 > 0$ là bất phương bậc nhất một ẩn khi m nhận giá trị là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Bất phương trình $5x - 6 > 3$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 3. [NB] Khi thực hiện cộng cả hai vế của bất phương trình $7x - 9 > 8$ với 9 ta được bất phương trình nào?

Câu 4. [NB] Chia cả hai vế của bất phương trình $-5x \geq 20$ cho -5 ta được bất phương trình nào?

Câu 5. [TH] Bất phương trình $12x - 9 > 3x + 18$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 6. [TH] Với giá trị nào của m thì phương trình $x - m + 2 = 0$ có nghiệm lớn hơn 3?

Câu 7. [VD] Cho bất phương trình $(m+1)x < m^2 - 1$ với m là tham số. Các giá trị của m để bất phương trình trên có nghiệm $x < 3$ là bao nhiêu?

Câu 8. [VD] Cho biểu thức $A = 1 - \frac{2x+3}{2}$. Để biểu thức $A < 0$ thì x phải thỏa mãn điều kiện gì?

Câu 9. [VDC] Cho bất đẳng thức $\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c$ ($a, b, c > 0$). Khi đó x thỏa mãn điều kiện gì?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Tìm điều kiện của tham số m để các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a) $mx + 5 < 0$

b) $(m+1)x - 7 \geq 0$

c) $(2m+1)x + 12 \geq 7$

d) $(m^2 - 1)x^2 + 5x < 0$

Ví dụ 2 [TH]: Giải các bất phương trình sau.

a) $2x - 20 < 0$

b) $30 - 5x \geq 5$

c) $7x - 10 < 15x + 3$

c) $9x + 30 \geq 20x + 8$

Ví dụ 3 [TH]: Giải các bất phương trình sau.

a) $2(x-3) + 5 < 3(x-6) + 7$

b) $5(x-3) + 7 > 2(x+3) - 11$

b) $3(x+7) - 15 \geq 18 - 2(x-8)$

c) $-5(2x-2) - 13 \geq 20 - 3(x+7)$

Ví dụ 4 [VD]: Giải các bất phương trình sau.

a) $x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$

b) $x(x^2 - 2) + 7x + 40 > 3(x+5) + x(x^2 - 3)$

b) $(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$

c) $(x^2 + 1)(x-6) \leq (x-2)^3$

Ví dụ 5 [VD]: Giải các bất phương trình sau.



a) $\frac{2x-1}{2} - \frac{x+3}{3} < \frac{x+6}{6}$

b) $\frac{3x+7}{2} - \frac{x+5}{10} \geq \frac{2x-6}{5}$

c) $2x + \frac{2x+1}{2} > 3x - \frac{1}{5}$

d) $\frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \leq \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1 [NB]:** Tìm điều kiện của tham số m để các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a) $mx - 7 > 0$

b) $(m+7)x + 9 \geq 0$

c) $(5m-15)x + 5 \geq 20$

d) $(m^2 - 9)x^2 + 6x - 4 < 13$

Bài 2 [TH]: Giải các bất phương trình sau.

a) $7x - 63 > 0$

b) $60 - 6x \geq 102$

c) $12x - 23 \geq 25x + 3$

d) $-21x + 20 \geq 20x - 103$

Bài 3 [TH]: Giải các bất phương trình sau.

a) $4(x-1) + 9 < 2(x-3) + 20$

b) $7(2-x) + 9 > 3(x+6) - 15$

b) $2(x-3) + 20 > -27 - 4(x-10)$

c) $-7(3x+1) + 4 \leq 35 - 5(x-10)$

Bài 4 [VD]: Giải các bất phương trình sau.

a) $2x^2 + 9x - 3 > 3(x-5) + 2x(x-7)$

b) $x(3-x^2) - 2x < 10(x+1) - x(x^2-9)$

b) $(x+2)^2 + x^2 \geq (x+3)^2 + (x-2)^2$

c) $(2x^2+2)(4x+6) \leq (2x+1)^3$

Bài 5 [VD]: Giải các bất phương trình sau.

a) $\frac{x-5}{3} + \frac{2x-3}{4} < \frac{x+7}{12}$

b) $\frac{2x+5}{3} - \frac{x+7}{15} \leq \frac{5x+8}{5}$

b) $3x + \frac{x-1}{3} > 4x + \frac{1}{6}$

c) $\frac{x+2}{6} - \frac{x+5}{3} \leq \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$

DẠNG 2: BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Ông Trí dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 6500m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày. Buổi sáng ông Trí chạy được 4000m. Gọi x là số mét ông Trí chạy bộ vào buổi chiều. Điều kiện quãng đường chạy của ông Trí là

- A.
- $4000 + x < 6500$
- B.
- $4000 + x \geq 6500$
- C.
- $4000 + x \leq 6500$
- D.
- $4000 + x > 6500$

Câu 2. [NB] Để hưởng ứng phong trào “Trồng cây gây rừng”, lớp 9A có kế hoạch trồng nhiều nhất 100 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 54 cây. Nếu gọi x là số cây cần trồng thêm thì điều kiện tổng số cây lớp 9A trồng là

- A.
- $54 + x < 100$
- B.
- $x + 54 \geq 100$
- C.
- $54 + x \leq 100$
- D.
- $54 + 100 > x$

Câu 3. [NB] Bạn Lan dùng 85000 đồng đi mua vở: Loại 1 giá 7500 đồng/quyển, loại 2 giá 6000 đồng/quyển. Gọi x là số vở mỗi loại bạn mua thì bất phương trình lập được thể hiện mối quan hệ giữa số tiền Lan mua và Lan mang đi là

- A.
- $7500x + 6000x < 85000$
- B.

$7500x + 6000x \geq 85000$

- C.
- $7500x + 6000x \leq 85000$
- D.
- $7500x + 6000x = 85000$



Câu 4. [NB] Hai bạn Nga và An vào cửa hàng mua bút. Biết giá của một cái bút bi là x nghìn đồng và một cái bút chì là 10 nghìn đồng. Bạn Nga mua hai cái bút bi và hai bút chì. Bạn An mua ba cái bút bi và hai cái bút chì. Bất đẳng thức biểu thị đúng sự so sánh số tiền của hai bạn phải trả cho cửa hàng là:

- A. $2x + 20 < 3x + 20$ B. $2x + 20 \geq 3x + 20$ C. $3x + 20 = 2x + 20$ D. $3x + 20 < 2x + 20$

Câu 5. [TH] $\frac{72000}{5000} = ?$

A. 12. B. 13. C. 14. D. 15.

Câu 6. [TH] $\frac{100}{7} = 18 \frac{t}{1}$

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

Câu 7. [TH] $\frac{200}{15} = 12 \frac{t}{t}$

- A. 20 B. 14 C. 10 D. 15

Câu 8. [TH] $0,4\% = \frac{3}{100}$

- A. 700 B. 720 C. 750 D. 740

Câu 9. [VD] $\frac{50000}{15} = \frac{5000}{5000}$

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 10. [VD] $\frac{0}{10} = \frac{6,6}{100}$

- A. 8. B. 7. C. 6. D. 9.

Câu 11. [VD] $6,9\% = \frac{50}{100}$

- A. 725. B. 750. C. 800. D. 650.

Câu 12. [VDC] $\frac{5\%}{4\%} = \frac{4560000}{1000000}$

- A. khoảng 5 triệu đồng. B. khoảng 6 triệu đồng.
C. khoảng 7 triệu đồng. D. khoảng 8 triệu đồng.



2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. 50 9 7

$x > 0$

$$\frac{50}{x} \text{ (giờ)}$$

c) Để đến B trước 9 giờ thì thời gian đi cần nhỏ hơn hoặc bằng 2.

d) Bất phương trình thỏa mãn bài toán là $\frac{50}{x} < 2$.

Câu 2. Bạn Dương có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ tiền mệnh giá 2000 đồng và 5000 đồng. Hỏi bạn Dương có nhiều nhất bao nhiêu tờ tiền loại 5000 đồng? Gọi số tờ tiền loại 5000 đồng là x (x nguyên dương).

a) Số tờ loại 2000 đồng là $x - 15$ (tờ)

b) Số tờ loại 2000 đồng là $15 - x$ (tờ)

c) Số tiền loại 5000 đồng và 2000 đồng lần lượt là $5000x$; $2000(15 - x)$ (đồng)

d) Bất phương trình thỏa mãn bài toán là: $5000x + 2000(15 - x) \leq 70000$.

Câu 3. Bạn An có 100000 đồng đi mua vở. Bạn mua 2 loại: loại I giá 7000 đồng một quyển, loại II giá 5000 đồng một quyển. Hỏi An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở loại I biết An đã mua 5 quyển loại II.

a) Số tiền mua vở loại II là 25000 đồng.

b) Số tiền mua vở loại I là $7000.x$ (đồng) với x là số vở loại I cần mua.

c) Mua được nhiều nhất 11 quyển vở loại I.

d) Mua được nhiều nhất 10 quyển vở loại I.

Câu 4. Một nhân viên văn phòng muốn kiếm thêm thu nhập bằng cách làm thêm giờ. Biết anh ấy được trả 120000 đồng mỗi giờ nhưng phải trả tiền thuế là 10%.

a) Nhân viên cần đóng 15 nghìn đồng tiền thuế cho mỗi giờ làm thêm.

b) Sau khi trừ thuế, nhân viên nhận được 108 nghìn đồng cho mỗi giờ làm thêm.

c) Để có được ít nhất một triệu đồng, anh ấy cần làm thêm ít nhất 9 giờ.

d) Để có được ít nhất một triệu đồng, anh ấy cần làm thêm ít nhất 10 giờ.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Bình được mẹ cho 50000 đồng để đi mua vở viết. Biết giá mỗi quyển vở Bình định mua có giá 8500 đồng. Viết bất phương trình thu được trong đó x là số vở mà Bình có thể mua.

Câu 2. [NB] Lan có 50000 đồng để đi chợ. Lan định mua một mớ rau muống giá 6000 đồng/mớ và x (kg) dưa chuột. Biết dưa chuột có giá 16000 đồng/kg. Viết bất phương trình ẩn x thu được?

Câu 3. [TH] Một xe tải trọng lượng 5 tấn đi chở hàng. Biết số hàng cần chở là 37 tấn. Hỏi xe tải cần chở ít nhất bao nhiêu chuyến để chở hết số hàng?



Câu 4. [TH] Bác An có 500000 đồng. Bác muốn mua một túi nước giặt 190000 đồng, một chai nước xả vải 110000 đồng và một số chai nước rửa tay, mỗi chai có giá 45000 đồng. Hỏi Bác An mua được nhiều nhất bao nhiêu chai nước rửa tay?

Câu 5. [VD] Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kỳ hạn 12 tháng là 6,8% / năm. Ông Kiên dự kiến gửi một số tiền và muốn số lãi hàng năm của mình ít nhất là 70 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền ông Kiên cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng triệu đồng)?

Câu 6. [VDC] Một hãng taxi có bảng giá như sau:



VINASUN

TAXI

Kể vai sắt cảnh

GIÁ CƯỚC

(Đã bao gồm 10% thuế GTGT)

FARE

VUI LÒNG KIỂM TRA HÀNH LÝ TRƯỚC KHI XUỐNG XE!

PLEASE CHECK YOUR LUGGAGE BEFORE LEAVING!

VUI LÒNG THANH TOÁN PHÍ CẦU ĐƯỜNG, PHÀ VÀ BẾN BÃI (NẾU CÓ)

Giá mở cửa Commencement rate up to 500 m	Trong phạm vi 30 km From the following km to 30th km	Từ km thứ 31 trở đi For each km from the 31st km +
11.000 VNĐ / 500m	17.600 VNĐ / 1Km	14.500 VNĐ / 1Km

CUSTOMERS ARE REQUIRED TO PAY TOLL OR FERRY CHARGE (IF ANY)

Nếu gọi taxi của hãng này, với 700000 đồng, bạn có thể đi được tối đa bao nhiêu km?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ **Bước 1.** Gọi ẩn x cần tìm, tìm điều kiện cho x .
- ☒ **Bước 2.** Dựa vào đề bài thiết lập mối quan hệ của ẩn với các đại lượng đã biết, chưa biết.
- ☒ **Bước 3.** Thiết lập bất phương trình dựa vào mối quan hệ đó theo yêu cầu đề bài.
- ☒ **Bước 4.** Giải bất phương trình..
- ☒ **Bước 5.** Kết luận yêu cầu của bài toán..

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Một kho hàng chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi x là số ngày xuất xi măng của kho đó, điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$. Chủ kho muốn giữ lại nhiều hơn 10 tấn xi măng trong kho. Tìm x sao cho khối lượng xi măng còn lại là ít nhất?

Ví dụ 2 [TH]: Tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất áo sơ mi là 410 triệu đồng/tháng. Giá bán của mỗi chiếc áo sơ mi là 350 nghìn đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc áo sơ mi để thu được lợi nhuận ít nhất là 1,38 tỉ đồng sau 1 năm?

Ví dụ 3 [TH]: Bạn Mai được mẹ cho 100000 đồng đi mua bút và vở. Biết rằng giá một cuốn vở là 10000 đồng, một cái bút là 5000 đồng. Biết rằng mẹ bạn Mai yêu cầu bạn Mai mua ít nhất 6 cuốn vở. Hỏi bạn Mai mua được nhiều nhất bao nhiêu cái bút?



Ví dụ 4 [VD]: Trong kì thi, bạn Xuân Hương thi bốn môn Toán, Văn, Anh, Sử. Xuân Hương đã thi ba môn và được kết quả như sau

Môn	Toán	Anh	Sử
Điểm	9	7	6

Kì thi quy định muốn đạt giải thì phải có điểm trung bình các môn từ 8 trở lên và không môn nào bị dưới 6 điểm. Biết môn Văn, Toán được tính hệ số 2. Hãy cho biết, để đạt giải thì bạn Xuân Hương phải có điểm môn Văn ít nhất là bao nhiêu? Biết điểm tối đa của mỗi môn là 10 điểm.

Ví dụ 5 [VD]: Bác Ngọc gửi tiết kiệm 12 tháng ở một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Bác Ngọc dự định tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng ít nhất là 21440000 đồng. Hỏi bác Ngọc phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu để đạt được dự định đó?

Ví dụ 6 [VD]: Bạn Dũng có một tờ tiền Việt Nam chưa rõ mệnh giá. Biết rằng nếu mệnh giá của tờ tiền đó nhân với 3 thì nhỏ hơn 160000 nhưng nếu nhân với 2 thì lớn hơn 90000. Hỏi bạn Dũng có tờ tiền mệnh giá bao nhiêu?

✓

Bài 1. [NB] Một người có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có thể có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

Bài 2. [TH] Một người đi bộ một quãng đường AC dài 18km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi đoạn đường AB với vận tốc 5km/h (B là điểm nằm giữa A và C), về sau đi đoạn đường BC với vận tốc 4km/h. Tìm điều kiện về độ dài của đoạn đường AB?

Bài 3. [VD] Trong một cuộc thi đố vui, ban tổ chức quy định mỗi người dự thi phải trả lời 10 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn 4 đáp án, nhưng trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Người dự thi chọn đáp án đúng sẽ được 5 điểm, chọn đáp án sai sẽ bị trừ 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển Ban tổ chức tặng cho mỗi người thi 10 điểm và quy định người nào có tổng số điểm từ 40 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người dự thi phải trả lời chính xác bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được dự thi ở vòng sau?

Bài 4 [VD] Trong hội khỏe Phù Đổng thành phố Hà Nội, cuộc thi bắn súng vòng chung kết diễn ra giữa 3 vận động viên A, B và C. Mỗi vận động viên bắn 3 lần. Vận động viên A bắn 3 lượt với điểm trung bình cho 3 lượt bắn là 8 điểm. Vận động viên B điểm trung bình của 3 lượt bắn là 9,1 điểm. Vận động viên C hiện tại bắn 2 lượt đầu lần lượt được 8,5 và 9,5 điểm. Hỏi lần bắn cuối cùng của lượt thứ ba, vận động viên C cần ít nhất bao nhiêu điểm để đạt huy chương vàng, biết rằng ban tổ chức chỉ có một huy chương vàng duy nhất và điểm bắn được ghi ở dạng số thập phân làm tròn tới phần mười.

Bài 5 [VD] Hai đội 8A và 8B tổ chức chạy thi, mỗi đội có 3 người. Người nào về đích thứ nhất thì được 1 điểm, về nhì được 2 điểm,...Đội nào có tổng số điểm ít hơn thì sẽ thắng. Giả sử không có hai người nào về đích cùng một lúc, hỏi đội thắng có thể ghi được tổng cộng bao nhiêu điểm khác nhau?



CHUYÊN ĐỀ 1: CĂN BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC HAI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Căn bậc hai.

Căn bậc hai của một số không âm a là số x sao cho $x^2 = a$.

Số dương a có đúng hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ (và gọi là căn bậc hai số học của a) và $-\sqrt{a}$.

Số 0 có đúng một căn bậc hai chính là số 0 và nó cũng là căn bậc hai số học của số 0.

Với hai số không âm a, b , ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

2. Căn thức bậc hai

Với A là một biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A .

$\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) khi A lấy giá trị không âm, tức là $A \geq 0$.

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Căn bậc hai số học của 9 là

- A. -3. B. ± 3 . C. 3. D. 81

Câu 2. [NB] Biểu thức $\sqrt{x-3}$ có nghĩa khi

- A. $x < 3$. B. $x < 0$. C. $x \geq 3$. D. $x \geq 3$.

Câu 3. [NB] Số x không âm thỏa mãn $\sqrt{x} = 6$ là

- A. 36. B. 6. C. 12. D. 3

Câu 4. [NB] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{144a^2} - 9a$ với $a > 0$

- A. $-9a$. B. $-3a$. C. $3a$. D. $9a$.

Câu 5. [TH] Giá trị của biểu thức $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ là

- A. $-1-\sqrt{2}$. B. $1-\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}-1$. D. $\sqrt{2}+1$.



Câu 6. [TH] Giá trị của biểu thức $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169}$ là:

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Câu 7. [TH] Biểu thức $\sqrt{\frac{-2}{3x-1}}$ có nghĩa khi

A. $x < \frac{1}{3}$.

B. $x \leq \frac{1}{3}$.

C. $x \geq \frac{1}{3}$.

D. $x > \frac{1}{3}$.

Câu 8. [TH] Biểu thức $2b^2\sqrt{\frac{a^4}{4b^2}}$ với $b > 0$ bằng:

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. a^2b .

C. $-a^2b$.

D. $\frac{a^2b^2}{b^2}$.

Câu 9. [VD] Giá trị của x để $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$ là

A. $x = 5$ hoặc $x = 1$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$ hoặc $x = -3$.

D. $x = 2$

Câu 10. [VD] So sánh hai số 2 và $1 + \sqrt{2}$

A. $2 \geq 1 + \sqrt{2}$.

B. $2 = 1 + \sqrt{2}$.

C. $2 < 1 + \sqrt{2}$.

D. $2 \leq 1 + \sqrt{2}$.

Câu 11. [VD] Kết quả của phép tính $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ là

A. $3 - 2\sqrt{5}$.

B. $2 - \sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5} - 2$.

D. Kết quả khác

Câu 12. [VDC] Kết quả của phép tính $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ là:

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. -2.

D. $2\sqrt{3}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $\sqrt{x}$ có nghĩa khi $x > 0$.

B. $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $x \leq \frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{\frac{-1}{x+1}}$ có nghĩa khi $x > -1$.

D. $\sqrt{(x-2)^2}$ có nghĩa với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $\sqrt{A^2} = A$ khi $A \geq 0$.

B. $\sqrt{A^2} = -A$ khi $A < 0$.

C. $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow 0 \leq A < B$.

D. $A > B \Leftrightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B}$.



Câu 3. Cho $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$; $B = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $A = 2$.

B. $B = 2\sqrt{2}$.

C. $AB = 16\sqrt{3}$.

D. $A + B = 2\sqrt{3} + 8$.

Câu 4. Cho biểu thức $Q = 3x - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$. Tìm giá trị của x để biểu thức $Q = 5$.

Chọn đáp án đúng

A. $x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

B. $x = \frac{9}{4}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x \in \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Rút gọn biểu thức sau $\sqrt{(5 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $A = \sqrt{4x - 4}$ với $x \geq 1$. Tìm giá trị của x để $A = 10$

Câu 3. [TH] Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{(2x - 1)^2} = 9$?

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}$

Câu 5. [VD] Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} + \sqrt{4a^2 - 12a + 9}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tính căn bậc hai của các số sau

a) 1

c) $\frac{16}{9}$

b) 9

d) 0,36

Ví dụ 2 [TH]: Tính căn bậc hai số học của các số sau

a) 0,01

b) 0,25

c) 0,04

d) $\frac{4}{9}$

Ví dụ 3 [TH]: Tính tổng $S = \sqrt{0,49} + \sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{25}{4}}$

Ví dụ 4 [NB]: So sánh các số sau:

a) $\sqrt{26}$ và 5.

c) $\sqrt{2} + \sqrt{11}$ và $\sqrt{3} + 5$

b) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$ và 7.

d) $-5\sqrt{35}$ và -30 .

Ví dụ 5 [TH]: Tìm x thỏa mãn:

a) $\sqrt{x} = -2018$.

b) $\sqrt{x+1} - 1 = 2$.



c) $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$.

d) $3 - \sqrt{x^2 + 5} = 4$.

Ví dụ 6 [NB]: Tìm x để các căn thức sau có nghĩa.

a) $\sqrt{5 - 2x}$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$

c) $\sqrt{25 - x^2}$

Ví dụ 7 [TH]: Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

b) $(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}}$

Ví dụ 8 [TH]: Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} - x^2$.

b) $\frac{\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}}{x + 1}$ với $x > 1$.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Dạng 1: Tìm và so sánh các căn bậc hai****Bài 1. [NB]** Tìm căn bậc hai số học và căn bậc hai của các số sau:

a) 0,25.

b) 169.

c) 81.

d) 2,25.

Bài 2: [TH] Rút gọn biểu thức:

a) $A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$.

c) $C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$.

b) $B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27}$.

d) $D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$.

Bài 3: [TH] So sánh các số sau:

1. 6 và $\sqrt{41}$.

3. $-3\sqrt{5}$ và $-5\sqrt{3}$.

2. $2\sqrt{27}$ và $\sqrt{147}$.

4. $2\sqrt{2} - 1$ và 2.

Bài 4: [VD] Cho $a > 0$. Chứng minh rằng

a) Nếu $a > 1$ thì $a > \sqrt{a}$.

b) Nếu $a < 1$ thì $a < \sqrt{a}$.

Dạng 2: Tìm x**Bài 5: [VD]** Tìm số thực x thỏa mãn:

a) $\sqrt{-2x^2 - 9} = 2$.

d) $\sqrt{-3x + 4} = 12$.

b) $\sqrt{x^2 + 1} + 2 = 0$.

e) $\sqrt{(x - 7)(x + 7)} = 2$.

c) $\sqrt{3x - 1} = 4$.

f) $\sqrt{9(x - 1)} - 19 = 2$.



Bài 6 [VD] a) Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ.

b) Chứng minh rằng $\sqrt{5}$ là một số vô tỉ.

Dạng 3: Tìm điều kiện để biểu thức xác định

Bài 7. [VD] Với giá trị nào của x thì các căn thức sau có nghĩa

- a) $\sqrt{-3x}$. b) $\sqrt{2x-4}$ c) $\sqrt{7-6x}$ d) $\sqrt{-3x+2}$
 e) $\frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2}$. f) $\frac{x}{x+2} + \sqrt{x-2}$. g) $\sqrt{\frac{1}{3-2x}}$ h) $\sqrt{\frac{-2}{x+1}}$.

Dạng 4: Rút gọn biểu thức

Bài 8. [TH] Rút gọn biểu thức:

- a) $A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$. c) $C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$.
 b) $B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27}$. d) $D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$.

Bài 9 [TH] Rút gọn các biểu thức sau:

1. $\sqrt{11-6\sqrt{2}} - \sqrt{11+6\sqrt{2}}$.
2. $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}$
3. $(2+\sqrt{7})\sqrt{11-4\sqrt{7}}$
4. $\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$
5. $\sqrt{9-3\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$
6. $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

Bài 10 [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $\sqrt{19-8\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$. b) $\sqrt{12+3\sqrt{3}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} - 2\sqrt{3}$.
 c) $\frac{1}{2}\sqrt{12-8\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}} - 4\sqrt{2}$. d) $\sqrt{10+4\sqrt{6}}$
 e) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$. f) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{4-\sqrt{15}}} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$.



CHUYÊN ĐỀ 2: CĂN BẬC HAI.

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

- Câu 1. [NB]** $a > 0$
A. $\sqrt{2a}$. **B.** $-\sqrt{a}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** $2\sqrt{a}$.
- Câu 2. [NB]** $a > 0$
A. $x = \sqrt{a}$. **B.** $a = \sqrt{x}$. **C.** $a^2 = x, x \geq 0$. **D.** $a^2 = x, x \geq 0$.
- Câu 3. [NB]** $a = 0,36$
A. $-0,6$. **B.** $0,9$. **C.** $-0,18$. **D.** $0,6$.
- Câu 4. [NB]**
A. $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow 0 \leq A \leq B$. **B.** $A > B \Leftrightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B}$. **C.** $\sqrt{A^2} = A, A > 0$. **D.** $\sqrt{A^2} = A, A < 0$.
- Câu 5. [TH]** $1 + \sqrt{2}$:
A. $2 \geq 1 + \sqrt{2}$. **B.** $2 = 1 + \sqrt{2}$. **C.** $2 < 1 + \sqrt{2}$. **D.** Không thể so sánh.
- Câu 6. [TH]** $\sqrt{x-3}$:

A. $x < 3$.	B. $x < 0$.	C. $x \geq 0$.	D. $x \geq 3$.
---------------------	---------------------	------------------------	------------------------
- Câu 7. [TH]** Rút gọn b $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169}$ ta được kết quả là:
A. 13. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 15.
- Câu 8. [TH]:** Tìm các số x không âm thỏa mãn $\sqrt{x} \geq 3$
A. $x < 9$. **B.** $x > 9$. **C.** $\sqrt{x} \geq 9$. **D.** $x \leq 9$.
- Câu 9. [VD]:** Với giá trị nào của x để $\sqrt{4 + \sqrt{x-1}} = 2$?
A. 22. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 17.
- Câu 10. [VD]** Tính giá trị biểu thức: $\sqrt{2 - \sqrt{3}}^2 + \sqrt{1 - \sqrt{3}}^2$
A. 3. **B.** 12. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{3}$.
- Câu 11. [VD]:** Cho $P = 6 + 4\sqrt{2}$. Khi đó $Q = \frac{\sqrt{P} - 4}{\sqrt{P} - 2} = a + b\sqrt{2}$ thì ab bằng



A. -2

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Câu 12. [VDC] :Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{1.199}} + \frac{1}{\sqrt{2.198}} + \frac{1}{\sqrt{3.197}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{199.1}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A = 1,99$.B. $A \geq 1,99$.C. $A > 1,99$.D. $A < 1,99$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong các nhận xét sau, câu nào đúng, câu nào sai ?

A. Căn bậc hai số học của 36 là 6 và -6.

B. 25 có hai căn bậc hai là 5 và -5.

C. Số 0 có đúng một căn bậc hai là chính nó.

D. Số -7 không có căn bậc hai.

Câu 2. Hãy chọn hệ thức đúng

A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt{1,44} = -1,2$ C. $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ D. $\sqrt{5^2 - 4^2} = 5 - 4$

Câu 3. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng, hệ thức nào sai với mọi số $a, b \geq 0$

A. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ B. $\sqrt{a+b} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$ C. $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

D. Cả 3 hệ thức đều sai

Câu 4. Cho số dương a. Khẳng định nào sau đây là đúng, khẳng định nào là sai:

A. Nếu $a > 1$ thì $\sqrt{a} > 1$ B. Nếu $a > 1$ thì $a < \sqrt{a}$

C. A) đúng; B) sai

D. A, B đều sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{4x-12}$ có nghĩa:

A. $x \geq \frac{1}{3}$ B. $x \geq \frac{-1}{3}$ C. $x \geq -3$ D. $x \geq 3$

Câu 2. [NB] Giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{8-4x} = 2$ là:

A. $x = -1$ B. $x = \frac{3}{2}$ C. $x = 1$ D. $x = -\frac{3}{2}$

Câu 3. [TH] Với giá trị nào của x để căn thức $\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$ có nghĩa?

A. $-1 \leq x \leq 1$ B. $x \leq -1$ C. $x \geq 1$ D. $0 < x < 1$

Câu 4. [TH] Khi $x = 49$, biểu thức $\frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$ có giá trị bằng:



A. -2

B. 2

C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$ **Câu 5. [VD]** Giá trị rút gọn biểu thức $P = 2\sqrt{27} + \sqrt{300} - 3\sqrt{75}$ bằngA. $31\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $8\sqrt{3}$ D. $-3\sqrt{3}$ **Câu 6. [VDC]** Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{11}-3)^2} + \sqrt{(3-\sqrt{11})^2}$ có giá trị bằng:A. $2\sqrt{11}-6$

B. 0

C. -6

D. $2\sqrt{11}$ **PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN****DẠNG 1: TÍNH TOÁN, THU GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI ĐƠN GIẢN****Phương pháp giải****☑Bước 1:** Vận dụng thích hợp các phép tính và các phép biến đổi đã biết làm xuất hiện căn thức cùng loại;+ Đưa thừa số $\sqrt{A^2}$ ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ với $B \geq 0$;+ Đưa thừa số vào tròn dấu căn: $A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B}; A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B}; A < 0 \end{cases}$ + Khử căn ở mẫu: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A}{AB^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} = \frac{1}{B}\sqrt{AB}; B \neq 0, AB \geq 0$ + Trục căn thức ở mẫu: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}; \frac{m}{(\sqrt{A}+\sqrt{B})} = \frac{m(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B}$.**☑Bước 2:** Cộng, trừ, các căn thức bậc hai cùng loại.**BÀI TẬP MẪU****Ví dụ 1 [NB]:** Tính

a) $2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$

b) $2\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$

c) $\sqrt{15-\sqrt{216}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}}$ d) $\sqrt{8\sqrt{3}} - 2\sqrt{25\sqrt{12}} + 4\sqrt{\sqrt{196}}$

Ví dụ 2 [TH]: Tính



$$\text{a) } \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$$

$$\text{c) } \frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}} \quad \text{d) } \frac{(\sqrt{5}+2)^2 - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$$

Ví dụ 3 [TH]: Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

Ví dụ 4 [VD]: Chứng minh rằng: $(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$

Ví dụ 5 [VD]: Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1: Biểu thức số trong căn có dạng hằng đẳng thức:

Phương pháp:

Chú ý các hằng đẳng thức:

$$a^2 \pm 2a\sqrt{b} + b = (a \pm \sqrt{b})^2 \quad \text{với } b > 0$$

$$a \pm 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 \quad \text{với } a > 0, b > 0$$

$$a^2 - b = (a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) \quad \text{với } b > 0$$

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \quad \text{với } a > 0, b > 0$$

Sau khi nhận dạng, tách số hạng và viết được dưới dạng hằng đẳng thức trên thì áp dụng:

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} \sqrt{A^2} = A & (A \geq 0) \\ \sqrt{A^2} = -A & (A < 0) \end{cases}$$

Bài 1. [NB] Tính giá trị các biểu thức:

$$\text{a) } \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$$

$$\text{b) } \sqrt{3 + \sqrt{8}}$$

$$\text{c) } \sqrt{11 + 4\sqrt{6}}$$

$$\text{d) } \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$$

$$\text{e) } \sqrt{22 - 8\sqrt{6}}$$

$$\text{f) } \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$$

$$\text{g) } \sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt{2}}$$

Bài 2. [TH] Tính giá trị các biểu thức:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{289 + 4\sqrt{72}}{16}}$$

$$\text{b) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{7 - 3\sqrt{5}}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{59}{25} + \frac{6}{5}\sqrt{2}}$$



d) $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})$

e) $(\sqrt{21} + 7) \cdot \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$

Dạng II: Biến đổi biểu thức bằng cách đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn:**Phương pháp**Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \cdot \sqrt{B}$ với $B \geq 0$

Nếu $A \geq 0$ thì $\sqrt{A^2 \cdot B} = A\sqrt{B}$

Nếu $A < 0$ thì $\sqrt{A^2 \cdot B} = -A\sqrt{B}$

Đưa thừa số vào trong dấu căn:

Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 \cdot B}$

Nếu $A < 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 \cdot B}$

Bài 3. [VD] Tính giá trị biểu thức:

$$A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}}$$

$$B = 3\sqrt{2} \cdot (4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$$

$$C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$$

$$D = \sqrt{147} + \sqrt{54} - 4\sqrt{27}$$

$$E = (\sqrt{15} - 2\sqrt{3})^2 + 12\sqrt{5}$$

$$F = 3\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{18}$$

$$G = 2\sqrt{80} - 2\sqrt{245} + 2\sqrt{180}$$

$$H = \sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 7\sqrt{112}$$

$$M = \sqrt{20} - 2\sqrt{10} + \sqrt{45}$$

$$N = 2\sqrt{12} - \sqrt{48} + 3\sqrt{27} - \sqrt{108}$$

Dạng III: Rút gọn biểu thức số dạng phân số.**Phương pháp:**

- Rút gọn thừa số chung của tử và mẫu nếu có.
- Sử dụng hằng đẳng thức để đưa biểu thức số ra khỏi dấu căn
- Nếu mẫu số chứa căn thì nhân cả tử và mẫu với biểu thức liên hợp mẫu để triệt tiêu căn ở mẫu
- Quy đồng mẫu nếu cần để rút gọn.

Chú ý: $\sqrt{a} + b$ liên hợp với $\sqrt{a} - b$ $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ liên hợp với $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ **Bài 4[VD]** Rút gọn biểu thức



$$A = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} - \frac{1}{5-2\sqrt{6}}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{1}{\sqrt{3}-2}$$

$$C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

$$D = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

$$E = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$F = \frac{5+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - (\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

$$G = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$H = \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}}$$

$$I = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-1} - \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

CHUYÊN ĐỀ 3: CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA, CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN

DẠNG 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và $a; b \geq 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 2. [NB] Tìm câu trả lời **sai**:

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ với mọi a, b .

B. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ với mọi $a, b \geq 0$.

C. $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$ với mọi $a, b \leq 0$.

D. $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$ với mọi $a, b \geq 0$.

Câu 3. [NB] Chọn câu trả lời **sai**:

A. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ với $a, b \geq 0$.

B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$ với $a, b < 0$.

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ với $a \geq 0; b > 0$.

D. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$ với $a < 0; b < 0$.



Câu 4. [NB] Cho a là số không âm, số b, c là số dương. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. B. $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$. C. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}}$. D. $\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$.

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{9a^4b^6}$ là:

A. $3a^2b^3$. B. $3a^2|b^3|$.
C. $9a^2b^3$. D. $9a^2|b^3|$.

Câu 6. [TH] Cho a là số không âm, số b là số dương. Kết quả rút gọn biểu thức $\frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}}$ là:

A. $\frac{a}{b}$. B. $\frac{a}{\sqrt{b}}$. C. $\sqrt{\frac{a}{b}}$. D. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

Câu 7. [TH] Kết quả rút gọn của biểu thức $\frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}$ với $a \geq 0, a \neq 1$ là:

A. $\sqrt{a}$. B. a . C. a . D. $-\sqrt{a}$.

Câu 8. [TH] Khi $x < 0$ thì $x\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ bằng:

A. $\frac{1}{x}$. B. x . C. 1 . D. -1 .

Câu 9. [TH] Rút gọn biểu thức $C = \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} - 2\sqrt{125a}$ với $a \geq 0$ ta được:

A. $4\sqrt{5a}$. B. $-4\sqrt{5a}$. C. $4\sqrt{5a}$. D. $-4\sqrt{5a}$.

Câu 10. [TH] Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a}}$ với $a > 0$, kết quả là:

A. $\pm a$. B. $-a$. C. a . D. a^2 .

Câu 11. [VD] Rút gọn biểu thức $\frac{y}{x}\sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$, với $x > 0; y < 0$ ta được:

A. $\frac{1}{y}$. B. $-\frac{1}{y}$. C. y . D. $-y$.

Câu 12. [VD] Cho các số thực a, b, x, y khác 0 và $A = \frac{2xy}{ab}\sqrt{\frac{a^3b^6}{8x^3y^3}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $A = a$.

B. $A = xy$.

C. $A = b$.

D. $A = ab$.

Câu 13. [VD] Rút gọn biểu thức $M = (b-3)^2 \sqrt{\frac{x^4}{b^2-6b+9}}$ với $b < 3$ ta được:

A. $(3-b)x$.

B. $(b-3)x^2$.

C. $(b-3)x$.

D. $(3-b)x^2$.

Câu 14. [VDC] Cho biểu thức $A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots}}}$ (có vô hạn số $\sqrt{4}$). Giá trị của biểu thức A là

A. $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$.

B. $-\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

C. $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai biểu thức: $A = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}}$; $B = \sqrt{18+8\sqrt{2}} + \sqrt{18-8\sqrt{2}}$.

a) Giá trị biểu thức A là 2.

b) Giá trị biểu thức B là 8.

c) $AB = 16\sqrt{3}$.

d) $A + 2B = 10$.

Câu 2. Cho các số: $2\sqrt{5}; 3\sqrt{6}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{3}$.

a) Số nhỏ nhất là $2\sqrt{5}$.

b) Số lớn nhất là $5\sqrt{2}$.

c) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $2\sqrt{5}; 3\sqrt{6}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{3}$.

d) Sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $4\sqrt{3}; 5\sqrt{2}; 3\sqrt{6}; 2\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho biểu thức $A = \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x}$.

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \leq 4$.

b) Giá trị lớn nhất của A là 4.

c) Giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{6}$.

d) Giá trị của biểu thức A khi $x = 3$ là $\sqrt{5} + 1$.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \sqrt{16-8x+x^2} - x - 4$.



- a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$.
- b) Kết quả rút gọn biểu thức A khi $x \geq 4$ là -8 .
- c) Kết quả rút gọn biểu thức A khi $x \leq 4$ là $-2x - 8$.
- d) Giá trị của biểu thức A khi $x = 2$ là -4 .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Giá trị biểu thức $E = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ bằng:

Câu 2. [NB] Giá trị của biểu thức $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$ có kết quả bằng:

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $P = \frac{45}{10-5\sqrt{3}}$, đưa P về biểu thức có dạng $a + b\sqrt{3}$. Khi đó $a.b$ bằng:

Câu 4. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{\sqrt{180} - \sqrt{80}}$. Khi đó, giá trị biểu thức $3A$ bằng:

Câu 5. [VD] Cho $\frac{7(2\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} = a - b\sqrt{2}$. Khi đó, giá trị của $a + b$ bằng:

Câu 6. [VDC] Gọi M là giá trị nhỏ nhất của $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+4}$ và N là giá trị lớn nhất của $\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$. Khi đó $2M + N$ bằng:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Rút gọn biểu thức sau:

- | | | | |
|-------------------------------|--------------------------------|---|---|
| 1) $\sqrt{0,09.64}$ | 2) $\sqrt{2^4 \cdot (-7)^2}$ | 3) $\sqrt{12,1.360}$ | 4) $\sqrt{45.80}$ |
| 5) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$ | 6) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ | 7) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{1,5}$ | 8) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{48}$ |

Ví dụ 2 [TH]: Rút gọn biểu thức sau:

- | | | |
|-------------------------|--|--|
| 1) $\sqrt{13^2 - 12^2}$ | 2) $\sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27.256}$ | 3) $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}$ |
|-------------------------|--|--|

Ví dụ 3 [VD]: Rút gọn các biểu thức sau:

- | | |
|---|--|
| 1) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$ | 2) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$ |
| 3) $\sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6}$ | 4) $M = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15}$ |
| 5) $A = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$ | 6) $B = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$ |



Ví dụ 4 [VD]: Tính giá trị các biểu thức sau:

$$1) A = \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

$$2) B = \sqrt{12-2\sqrt{32}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}}$$

$$3) C = \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{2}$$

$$4) D = \sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}}$$

Ví dụ 5 [VD]: Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} \text{ với } a > 0, b \neq 0$$

$$2) (a-2) \sqrt{\frac{2a}{a-2}} \text{ với } a > 2$$

$$3) (x-5) \sqrt{\frac{x}{x^2-25}} \text{ với } x > 5$$

$$4) (a-b) \sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}} \text{ với } 0 < a < b$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Rút gọn biểu thức sau:

$$1) \sqrt{0,04.225}$$

$$2) \sqrt{(-3)^6.5^2}$$

$$3) \sqrt{14,4.490}$$

$$4) \sqrt{32.162}$$

Bài 2. [TH] Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) \sqrt{200} - \sqrt{32} - \sqrt{72}$$

$$2) 2\sqrt{48} + 4\sqrt{300} - \sqrt{72} + 3\sqrt{8}$$

$$3) \sqrt{48} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$4) 2\sqrt{\frac{1}{5}} - 3\sqrt{125} + \sqrt{180} - 7\sqrt{245}$$

Bài 3. [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) \sqrt{4(a-3)^2} \text{ với } a \geq 3$$

$$2) \sqrt{9(b-2)^2} \text{ với } b < 2$$

$$3) \sqrt{a^2(a+1)^2} \text{ với } a > 0$$

$$4) \sqrt{b^2(b-1)^2} \text{ với } b < 0$$

$$5) \sqrt{\frac{2x}{3}} \sqrt{\frac{3x}{8}} \text{ với } x > 0$$

$$6) \sqrt{5x} \cdot \sqrt{45x} - 3x$$

với $x \geq 0$.

Bài 4. [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) \sqrt{25x} + \sqrt{36x} - \sqrt{4x} \text{ với } x \geq 0$$

$$2) 7\sqrt{5y} - \sqrt{20y} - \sqrt{500y} \text{ với } y \geq 0$$

$$3) \sqrt{\frac{x}{32}} + \frac{1}{2}\sqrt{32x} - \frac{1}{4x}\sqrt{8x^3} \text{ với } x \geq 0$$

DẠNG 2: BÀI TOÁN CHỨNG MINH

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



Câu 1. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4}$ là:

- A. 36. B. 6. C. 18. D. 9

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $-\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4}$ là:

- A. 0,2. B. -0,2. C. $-\frac{4}{100}$. D. $\frac{4}{100}$

Câu 3. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{16,9 \cdot 250}$ là:

- A. 0,45. B. 4,5. C. 65 D. 9.

Câu 4. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{75}$ là:

- A. 1,05. B. 10,5. C. 1050. D. 105.

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2\sqrt{5} + \sqrt{12}}$ là:

- A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6. [TH] Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$ ta có kết quả:

- A. $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{7} - \sqrt{3}$. C. $\sqrt{7} + \sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. [TH] Kết quả trục căn thức của biểu thức $\frac{a}{1 - \sqrt{-a}}$ với $a < 0; a \neq -1$ là:

- A. $\frac{a(1 - \sqrt{-a})}{1 + a}$. B. $\frac{a(1 + \sqrt{a})}{1 - a}$. C. $\frac{a(1 + \sqrt{a})}{1 + a}$. D. $\frac{a(1 + \sqrt{-a})}{1 + a}$.

Câu 8. [TH] Với $x > y > 0$ thì biểu thức $\frac{1}{y - x} \sqrt{2x^2 \cdot (x - y)^2}$ được rút gọn là:

- A. $-x\sqrt{2}$. B. $x\sqrt{2}$. C. $|x|\sqrt{2}$. D. $2x$.

Câu 9. [TH] Giá trị của biểu thức $\sqrt{9a^2(b^2 + 4 - 4b)}$ khi $a = 2$ và $b = -\sqrt{3}$

- A. $6(2 + \sqrt{3})$. B. $6(2 - \sqrt{3})$. C. $3(2 + \sqrt{3})$. D. $3(2 - \sqrt{3})$.

Câu 10. [VD] Kết quả rút gọn $\sqrt{\frac{75}{48(x - 5)^2}}$ với $x < 5$ là:



A. $\frac{5}{4(x-5)}$.

B. $\frac{5(x-5)}{4}$.

C. $\frac{5}{4(5-x)}$.

D. $\frac{75}{48(x-5)}$.

Câu 11. [VD] Rút gọn biểu thức: $\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$, kết quả là:

A. $\pm(\sqrt{x}+1)$.

B. $-(\sqrt{x}+1)$.

C. $\sqrt{x}-1$.

D. $\sqrt{x}+1$.

Câu 12. [VDC] Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n}-\sqrt{2n+1}}$ là:

A. $P = 1 - \sqrt{2n+1}$.

B. $P = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2}$.

C. $P = -(\sqrt{2} + \sqrt{2n+1})$.

D. $P = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2n+1}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình: $\sqrt{2x^2+x-6} = x+2$.

a) Điều kiện của phương trình là $x \geq 2$.

b) Bình phương 2 vế của phương trình ta được là $x^2 - 3x - 10 = 0$.

c) Phương trình có 2 nghiệm.

d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 20.

Câu 2. Cho phương trình: $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{x+2}$

a) Điều kiện của phương trình là $x \geq -2$.

b) Bình phương 2 vế của phương trình ta được là $x^2 + 3x + 1 = 0$.

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) Các nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Câu 3. Tốc độ của một chiếc thuyền và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức $V = 6\sqrt{x+4}$. Trong đó $x(m)$ là độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi thuyền, $V(m/s)$ là vận tốc thuyền.

a) Khi độ dài đường sóng nước là 12m thì vận tốc của thuyền là $24 m/s$.

b) Khi độ dài đường sóng nước là 21m thì vận tốc của thuyền là $28 m/s$.

c) Khi vận tốc của thuyền là $30 m/s$ thì độ dài đường sóng nước là 21m.

d) Khi vận tốc của thuyền càng lớn thì độ dài đường sóng nước càng dài.



Câu 4. Cho biểu thức $C = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$

- a) Kết quả rút gọn biểu thức P là $2\sqrt{2} - 1$.
- b) C có dạng $a + b\sqrt{2}$ thì tổng $a + b$ là 2.
- c) C có dạng $a + b\sqrt{2}$ thì hiệu $a^2 - b^2$ là 0.
- d) Kết quả so sánh biểu thức C với 3 là $C < 3$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Giá trị biểu thức $T = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ bằng:

Câu 2. [NB] Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{\sqrt{60}}{15}$ có kết quả bằng:

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $M = \frac{6 - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}} + \frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ Giá trị của $2A$ là:

Câu 4. [TH] Kết quả rút gọn biểu thức: $\sqrt{(2\sqrt{3} - 5)^2} + \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$ là:

Câu 5. [VD] Rút gọn biểu thức $|4 - x| + \frac{4 - x}{\sqrt{x^2 - 8x + 16}}$ với $x < 4$ là $a + bx$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

Câu 6. [VDC] Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{2n+1}}$ là $P = a\sqrt{2} + b\sqrt{2n+1}$. Khi đó $a - b$ bằng:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Chứng minh các đẳng thức sau:

- 1) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4$
- 2) $\sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = 8$
- 3) $2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2) + (1 + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

Ví dụ 2 [TH]: So sánh các số:

- 1) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ và 1
- 2) $\sqrt{8} + \sqrt{5}$ và $\sqrt{7} + \sqrt{6}$
- 3) $\sqrt{2023} + \sqrt{2025}$ và $2\sqrt{2024}$

Ví dụ 3 [VD]: Cho các số không âm a, b, c . Chứng minh:

- 1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- 2) $a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$



3) $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$

4) $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức: $S_n = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^n + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^n$ (với n nguyên dương).a) Chứng minh rằng: $S_{2n} = S_n^2 - 2$ b) Tính S_2, S_4 .**Ví dụ 5 [VD]:** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$

b) $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1. [NB]** Chứng minh các đẳng thức sau:

1) $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

2) $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$

3) $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$

4) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = 6$

Bài 2. [TH] So sánh (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi):

1) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{10}$

2) $\sqrt{5\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{5}}$

Bài 3. [TH] Chứng minh các đẳng thức sau:

1) $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ ($a, b > 0$)

2)

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b}{a-b} \quad (a, b \geq 0; a \neq b)$$

3) $\frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b$ ($a, b > 0$)

Bài 4. [VD] Cho biểu thức: $S_n = (\sqrt{2}+1)^n + (\sqrt{2}-1)^n$ (với n nguyên dương).a) Tính S_2, S_3 .b) Chứng minh rằng: Với mọi m, n nguyên dương và $m > n$, ta có: $S_{m+n} = S_m \cdot S_n - S_{m-n}$ c) Tính S_4 .**Bài 5. [VD]** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \sqrt{1-6x+9x^2} + \sqrt{9x^2-12x+4}$



CHUYÊN ĐỀ 4: CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ và ngược lại $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

Đặc biệt, khi $A \geq 0$, ta có: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

2. Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ và ngược lại $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} (B \geq 0)$.

4. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A \sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \text{ (với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$A \sqrt{B} = -\sqrt{A^2 \cdot B} \text{ (với } A < 0; B \geq 0)$$

5. Khử mẫu ở biểu thức chứa căn

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \text{ (với } AB \geq 0; B \neq 0)$$

6. Trục căn thức ở mẫu

$$\frac{M}{\sqrt{A}} = \frac{M \sqrt{A}}{A} (A > 0); \quad \frac{M}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{M(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

1.1. Phép nhân, phép chia và phép khai phương

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sqrt{2018 + 2019} = \sqrt{2018} + \sqrt{2019}$.

B. $\sqrt{2018 \cdot 2019} = \frac{\sqrt{2018}}{\sqrt{2019}}$.

C. $\sqrt{2018} \cdot \sqrt{2019} = \sqrt{2018 \cdot 2019}$.

D. $2018 \cdot 2019 = \frac{\sqrt{2019}}{\sqrt{2018}}$.

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{1,25} \cdot \sqrt{51,2}$ là?



A. 32.

B. 16.

C. 64.

D. 8.

Câu 3. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{\frac{81}{169}}$ là?

A. $\frac{9}{13}$.

B. $\frac{9}{169}$.

C. $\frac{3}{13}$.

D. $\frac{13}{9}$.

Câu 4. [NB] Phép tính $\sqrt{12^2 \cdot (-11)^2}$ có kết quả là?

A. -33.

B. -132.

C. 132.

D. 1584.

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{49a^2} + 3a$ với $a \geq 0$ là

A. $10a$.

B. $4a$.

C. $-4a$.

D. $52a$.

Câu 6. [TH] Kết quả thực hiện phép tính $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$ là:

A. $\sqrt{7}$.

B. 0.

C. $4\sqrt{7}$.

D. $5\sqrt{7}$.

Câu 7. [TH] Kết quả của phép tính $4a^4b^2\sqrt{\frac{9}{a^8b^4}}$ với $ab \neq 0$ là.

A. $\frac{a^2}{b}$.

B. 12.

C. 6.

D. 36.

Câu 8. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{a^2 \cdot (2a - 3)^2}$ với $0 \leq a < \frac{3}{2}$ là

A. $a(2a - 3)$.

B. $(3 - 2a)a^2$.

C. $(2a - 3)a^2$.

D. $(3 - 2a)a$.

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $\sqrt{x - 2} \cdot \sqrt{x + 2}$ khi $x = \sqrt{29}$ là

A. 29.

B. 5.

C. 10.

D. 25.

Câu 10. [VD] Giá trị của x để $\sqrt{4x - 20} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4$ là

A. $x = -9$.

B. $x = 5$.

C. $x = 8$.

D. $x = 9$.

Câu 11. [VD] Với $x \geq 0$ cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{2x^2 + 12x}}{\sqrt{x + 6}}$ và $B = 2x$. Có bao nhiêu giá trị của x để

$A = B$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots}}}$ (có vô hạn số $\sqrt{4}$). Giá trị của biểu thức A là



A. $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$.

B. $-\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

C. $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $A = \sqrt{\sqrt{17} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 1}$ và biểu thức $B = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 5)^2}$

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là 16.

b) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức B là 3.

c) So sánh biểu thức A và biểu thức B là $A > B$.

d) Kết quả phép tính $A - 2B$ là 2.

Câu 2. Cho biểu thức $A = \sqrt{25x^2} - 7x$

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là $5|x| - 7x$.

b) Với $x \geq 0$, kết quả rút gọn biểu thức A là $2x$.

c) Giá trị của biểu thức A tại $x = -3$ là 36.

d) Với $x < 0$. Giá trị của x để giá trị biểu thức $A = 24$ là 2

Câu 3. Cho phương trình $2\sqrt{x} - 6 = -2$

a) Phương trình luôn vô nghiệm.

b) Nghiệm của phương trình là $x = 4$.

c) Giá trị của biểu thức x^3 với x là nghiệm của phương trình bằng -64 .

d) Phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^2 - 16 = 0$.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{(2x - 3)^2}$ với $x \geq \frac{3}{2}$.

a) Kết quả phép tính $A = 4 - 2x$.

b) Giá trị của biểu thức tại $x = 2$ là $A = 2$.

c) Tất cả các giá trị của x để $A > 2$ là $x > 2$.

d) Giá trị của x để $A = 0$ là $x = \frac{4}{3}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$ là.....

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}}$ là

Câu 3. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} + \sqrt{12}$ là



Câu 4. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{75a^2b^4}}{\sqrt{5a^2}} - 5b^2$ với $a > 0$ là.....

Câu 5. [VD] Giá trị của x để kết quả phép tính $\sqrt{12x} - \sqrt{75x} + \sqrt{3x}$ bằng -6 là.....

Câu 6. [VD] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3$ là

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: 1. Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ và ngược lại $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

Đặc biệt, khi $A \geq 0$, ta có: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

2. Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ và ngược lại $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Tính:

a) $\sqrt{810.40}$

b) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{0,5}$

c) $\sqrt{\frac{12^5}{3^5 \cdot 4^3}}$

d) $\frac{\sqrt{180} : \sqrt{5}}{\sqrt{200} : \sqrt{8}}$

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned}\sqrt{810.40} &= \sqrt{81.100.4} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{4} \\ &= \sqrt{9^2} \cdot \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{2^2} = 9.10.2 = 180. \text{ Vậy biểu thức có giá trị là: } 180\end{aligned}$$

b) Ta có: $\sqrt{24} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{0,5} = \sqrt{24.12.0,5} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$.

c) Ta có: $\sqrt{\frac{12^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{\frac{(3.4)^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{\frac{3^5 \cdot 4^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{4^2} = 4$

Vậy biểu thức có giá trị là: 4

d) Ta có $\frac{\sqrt{180} : \sqrt{5}}{\sqrt{200} : \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{180:5}}{\sqrt{200:8}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1,2$

Vậy biểu thức có giá trị là: 1,2

Ví dụ 2 [TH]:

Thực hiện phép tính

a) $A = (\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$

b) $B = \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{162}$

Lời giải



a) Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng và phép nhân các căn thức bậc hai của các số không âm, ta có:

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{32} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{18 \cdot 2} + \sqrt{32 \cdot 2} - \sqrt{50 \cdot 2} \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{64} - \sqrt{100} \\ &= 6 + 8 - 10 \\ &= 4 \end{aligned}$$

b) Sử dụng phép khai phương một tích của các số không âm, ta có:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{162} \\ &= \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{100 \cdot 2} - \sqrt{81 \cdot 2} \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \cdot (\sqrt{25} - \sqrt{9} + \sqrt{100} - \sqrt{81}) \\ &= \sqrt{2} \cdot (5 - 3 + 10 - 9) \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Ví dụ 3 [TH]:

a) So sánh: $\sqrt{16+4}$ và $\sqrt{16} + \sqrt{4}$
 $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b) Với $a > 0$; $b > 0$. Chứng minh

Lời giải

a) Ta có:

$$\sqrt{16} + \sqrt{4} = 4 + 2 = 6 = \sqrt{36} \quad (1)$$

$$\sqrt{16+4} = \sqrt{20} < \sqrt{36} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\sqrt{16+4} < \sqrt{16} + \sqrt{4}$

b) Với $a > 0$; $b > 0$, giả sử $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$

Để so sánh $\sqrt{a+b}$ với $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

ta so sánh $(\sqrt{a+b})^2$ với $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (\sqrt{a+b})^2 &= a+b \\ (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a+b+2\sqrt{ab} \end{aligned}$$

Vì $2\sqrt{ab} > 0$ nên suy ra $(\sqrt{a+b})^2 < (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

Do đó $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Ví dụ 4 [VD]: Thực hiện phép tính:



a) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}}$

b) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{15}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}$

Lời giải

a) Biểu thức: $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$

Biểu thức rút gọn là: $\sqrt{\frac{3}{7}}$

b) Biểu thức: $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{15}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Biểu thức rút gọn là: $\frac{\sqrt{5}}{2}$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1. [NB]** Tính:

a) $\sqrt{49.36.100}$

b) $\sqrt{0,45.0,3.6}$

c) $\sqrt{147.75}$

d) $\sqrt{4,9.1200.0,3}$

e) $\sqrt{5}.\sqrt{45}$

f) $\sqrt{13}.\sqrt{52}$

g) $\sqrt{12,5}.\sqrt{0,2}.\sqrt{0,1}$

h) $\sqrt{48,4}.\sqrt{5}.\sqrt{0,5}$

i) $\sqrt{45}:\sqrt{80}$

k) $\sqrt{13}:\sqrt{468}$

m) $\sqrt{\frac{3}{15}}:\sqrt{\frac{36}{45}}$

n) $\sqrt{\frac{288}{169}}:\sqrt{\frac{8}{225}}$

Bài 2. [TH] Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{\frac{72}{9}}:\sqrt{8}$

b) $(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}):\sqrt{3}$

c) $(\sqrt{125}+\sqrt{245}-\sqrt{5}):\sqrt{5}$

d) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}-\sqrt{\frac{16}{7}}+\sqrt{7}\right):\sqrt{7}$

e) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{3}$

f) $(\sqrt{12}-2\sqrt{75})\sqrt{3}$

g) $\sqrt{252}-\sqrt{700}+\sqrt{1008}-\sqrt{448}$

h) $\sqrt{3}(\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{3})$

Bài 3. [VD] Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$

b) $(1+\sqrt{3}-\sqrt{2})(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})$

c) $(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}})^2$

d) $\sqrt{15-\sqrt{216}}+\sqrt{33-12\sqrt{6}}$

Bài 4 [VD] Thực hiện phép tính sau:

a) $5\sqrt{25a^2}-25a$ với $a < 0$

b) $\sqrt{49a^2}+3a$ với $a \geq 0$

c) $\sqrt{16a^4}+6a^2$ với a bất kì

d) $3\sqrt{9a^6}-6a^3$ với a bất kì.

Bài 5 [VD] So sánh:



a) $\sqrt{\sqrt{6+\sqrt{20}}}$ và $\sqrt{1+\sqrt{6}}$;

b) $\sqrt{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ và $\sqrt{2}+1$;

c) $\sqrt{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}$ và $\sqrt{3}-2$

Bài 6 [VD] Chứng minh rằng các số sau là số tự nhiên.

a) $A = \sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2})$;

b) $B = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}-\sqrt{3})$.

DẠNG 2: ĐƯA THỪA SỐ VÀO TRONG, RA NGOÀI DẤU CĂN. TRỰC CĂN THỨC Ở MẪU**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Với $a < 0$ biểu thức $A = a\sqrt{7}$ bằng

A. $\sqrt{7a}$.

B. $-\sqrt{7a^2}$.

C. $\sqrt{49a^2}$.

D. $\sqrt{7a^2}$.

Câu 2. [NB] Trong các khẳng định sau khẳng định **SAI** là

A. $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\sqrt{\frac{50}{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{\frac{4a}{3b}} = \frac{2\sqrt{3ab}}{3b} \quad (a > b > 0)$

D. $\sqrt{\frac{4a}{-3}} = \frac{-2\sqrt{3a}}{3} \quad (a < 0)$.

Câu 3. [NB] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{6}$ được kết quả bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $2\sqrt{6}$

C. $-\sqrt{6}$

D. 0

Câu 4. [NB] Rút gọn biểu thức $\frac{-8}{2\sqrt{2}}$ được kết quả bằng

A. $\sqrt{8}$

B. $-\sqrt{2}$

C. $-2\sqrt{2}$

D. -2

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ bằng

A. 4

B. -4

C. $2\sqrt{5}$

D. $-2\sqrt{5}$

Câu 6. [TH] Kết quả thực hiện phép tính $\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$ là:

A. 1

B. -1

C. ± 1

D. $1-2\sqrt{5}$

Câu 7. [TH] Kết quả của phép tính $2\sqrt{8y} - \sqrt{18y} + \sqrt{2y}$ với $y \geq 0$ là.



A. $2\sqrt{2y}$.

B. $\sqrt{2y}$.

C. $2\sqrt{y}$.

D. 0.

Câu 8. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{6}{\sqrt{7}-1} - \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}$ là

A. $2\sqrt{7}-3$.

B. 3.

C. $1-2\sqrt{7}$.

D. -1.

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ khi $x=144$ là

A. 14.

B. 140.

C. 10.

D. 146.

Câu 10. [VD] Kết quả phép tính $\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$ là

A. $2\sqrt{2}$

B. $-2\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{5}$

D. $-2\sqrt{5}$

Câu 11. [VD] Sau khi rút gọn biểu thức $\frac{2}{7+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7-3\sqrt{5}}$ là phân số tối giản

$\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó $a+b$ có giá trị là:

A. 28.

B. 7.

C. 8.

D. 14.

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{11}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng về giá trị của biểu thức A

A. $A > \frac{9}{4}$.

B. $A < \frac{9}{4}$.

C. $A = \frac{9}{4}$.

D. $A > \frac{9}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} + \sqrt{175} - 2\sqrt{2}$

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là $4\sqrt{7}$.

b) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A có dạng $a-b\sqrt{7}$, giá trị của biểu thức $a-b$ bằng -4.

c) Giá trị của biểu thức $A\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{6}}$ là $\frac{84-\sqrt{6}}{3}$.

d) Giá trị của x để $Ax - 6\sqrt{7} = 0$ là $\frac{3}{2}$.

Câu 2. Cho biểu thức $P = \frac{45}{10-5\sqrt{3}}$

a) Kết quả trục căn thức ở mẫu của biểu thức P là $18+9\sqrt{3}$.



- b) P có dạng $a + b\sqrt{3}$. Tích $a.b$ là 2
- c) Nghiệm của phương trình $x^2 - (P - 9\sqrt{3})x = 0$ là 18.
- d) Kết quả so sánh biểu thức P với 34 là $P < 34$.

Câu 3. Với $a > 0; b > 0$, cho biểu thức $M = \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}}$

- a) Kết quả rút gọn biểu thức là $\sqrt{\frac{2a}{b}}$.
- b) Giá trị của biểu thức với $a=1; b=2$ là $\sqrt{2}$.
- c) Biết $b.M=1$, khi đó tích $a.b = \frac{1}{2}$.
- d) Nếu $a=b$ thì giá trị biểu thức $M=2$.

Câu 4. Cho biểu thức $N = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ và biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.

- a) Kết quả phép tính N là một số nguyên.
- b) Kết quả của phép tính biểu thức $P = 2\sqrt{2}$.
- c) Giá trị của biểu thức $N; P$ liên hệ với nhau bởi biểu thức $N = 5P$.
- d) Giá trị của biểu thức $N; P$ là nghiệm của phương trình $2x^2 - 20\sqrt{2}x = 0$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Kết quả của phép đưa thừa số ra ngoài dấu căn $\sqrt{45.15}$ là.....

Câu 2. [NB] Kết quả trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{14}{\sqrt{7}}$ là

Câu 3. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{63a^2} + \sqrt{28a^2} - 5a\sqrt{7}$ với $a > 0$ là

Câu 4. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ là.....

Câu 5. [VD] Kết quả của phép tính $B = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17-12\sqrt{2}}} - \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}$ là.....

Câu 6. [VD] Kết quả thực hiện phép tính $A = \left(\frac{3}{\sqrt{2}+1} + \frac{14}{2\sqrt{2}-1} - \frac{4}{2-\sqrt{2}} \right) (\sqrt{8}+2)$ là....

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Bước 1. Dùng các phép biến đổi đơn giản để đưa các căn thức bậc hai phức tạp thành căn thức bậc hai đơn giản.



Bước 2. Thực hiện phép tính theo thứ tự đã biết.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{48}$. b) $\sqrt{1000}$. c) $\sqrt{243}$. d) $\sqrt{0,4}$.

Lời giải

a) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$.

b) $\sqrt{1000} = \sqrt{100 \cdot 10} = 10\sqrt{10}$.

c) $\sqrt{243} = \sqrt{81 \cdot 3} = 9\sqrt{3}$.

d) $\sqrt{0,4} = \sqrt{4 \cdot 0,1} = 2\sqrt{\frac{1}{10}}$.

Ví dụ 2 [TH]:

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{36x}$ với $x \geq 0$

b) $\sqrt{3x^4y^2}$.

c) $\sqrt{8(x-3)^2}$.

d) $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}$ với $x \geq -1$.

Lời giải

a) $\sqrt{36x} = 6\sqrt{x}$.

b) $\sqrt{3x^4y^2} = x^2|y|\sqrt{3}$.

c) $\sqrt{8(x-3)^2} = 2|x-3|\sqrt{2}$.

d) $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1} = \sqrt{(x+1)^3} = (x+1)\sqrt{x+1}$.

Ví dụ 3 [TH]: Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

b) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(3+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}+3}{3} = \sqrt{3}+1$.

b) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}+5}{5}$.

Ví dụ 4 [VD]: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{6}{\sqrt{7}-1}$

b) $\frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{3}}$

Lời giải



a) Biểu thức: $\frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{6}{\sqrt{7}-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} - \frac{6(\sqrt{7}+1)}{6} = \sqrt{5}+1-\sqrt{7}-1 = \sqrt{5}-\sqrt{7}$

b) Biểu thức: $\frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{(\sqrt{2}-1)(3+\sqrt{2})}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}$
 $= 2+3+\sqrt{2}-\sqrt{2}=5$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{27.15}$. b) $\sqrt{21.7}$. c) $\sqrt{32.45}$. d) $\sqrt{125.15}$.

e) $3\sqrt{-27x^2y}$ với $x > 0; y < 0$ f) $\frac{x-y}{7}\sqrt{\frac{98}{(x-y)^2}}$ với $x < y$.

Bài 2. [TH] Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $x^2 \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}$. b) $-x\sqrt{\frac{3}{x^3}}$. c) $x^2\sqrt{\frac{1}{x^3}}$. d) $\frac{x}{3}\sqrt{\frac{-9}{x}}$.

Bài 3. [TH] Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$. b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$. c) $\frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$. d) $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-3}$.

Bài 4 [TH] Thực hiện phép tính sau:

a) $\sqrt{112} - 3\sqrt{175} + \sqrt{252}$ b) $\sqrt{99} - \frac{1}{4}\sqrt{176} + \frac{1}{5}\sqrt{275}$

c) $6\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ d) $3\sqrt{\frac{5}{9}} + 5\sqrt{\frac{1}{125}} - 9\sqrt{\frac{5}{81}}$

Bài 5 [VD] Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}}$;

b) $C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$;

c) $Q = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})$

d) $U = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}}$





CHUYÊN ĐỀ 5: RÚT GỌN VÀ CÁC CÂU HỎI SAU BÀI TOÁN RÚT GỌN

DẠNG 1: RÚT GỌN VÀ TÌM CÁC GIÁ TRỊ CỦA BIẾN (NGUYÊN HOẶC THỰC) ĐỂ BIỂU THỨC CÓ GIÁ TRỊ NGUYÊN

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB]: Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $A = \frac{1}{x+2}$ nhận giá trị nguyên

- A.** $x \in \{-3; 1\}$ **B.** $x \in \{3; -1\}$ **C.** $x \in \{3; 1\}$ **D.** $x \in \{-3; -1\}$

Câu 2. [NB] Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $P = \frac{4}{\sqrt{x}+3}$ nhận giá trị nguyên

- A.** -1 **B.** 1 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

Câu 3. [NB] Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $A = \frac{4}{25-x}$ nhận giá trị nguyên lớn nhất

- A.** $x = 23$ **B.** $x = 24$ **C.** $x = 21$ **D.** $x = 26$

Câu 4. [NB] Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $P = \frac{2}{x-1}$ nhận giá trị nguyên

- A.** $x \in \{-1; 0; 2; 3\}$ **B.** $x \in \{1; 0; 2; 3\}$ **C.** $x \in \{1; 2; 3\}$ **D.** $x \in \{-1; 2; 3\}$

Câu 5. [TH] Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ có giá trị nguyên.

- A.** $x \in \{1; 16\}$ **B.** $x \in \{15; 25\}$ **C.** $x \in \{1; 16; 25; 49\}$ **D.** $x \in \{1; 25\}$

Câu 6. [TH] Tìm các giá trị nguyên của a để $T = \frac{2(a-1)}{a+1}$ nhận giá trị nguyên

- A.** -1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** $-\frac{1}{2}$

Câu 7. [TH] Tìm giá trị x nguyên để $P = \frac{x-7}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0, x \neq 4$ nhận giá trị nguyên

- A.** $x \in \{1; -7\}$. **B.** $x \in \{1; 7\}$. **C.** $x \in \{-1; 7\}$. **D.** $x \in \{-1; -7\}$.

Câu 8. [TH] Tìm giá trị x nguyên để $P = 2 \cdot \frac{a-2}{a+2}$ với $a \neq -2$ nhận giá trị nguyên

- A.** $a \in \{-6; -4; -3; -1; 2\}$ **B.** $a \in \{-6; -4; -3; -1; 0\}$



C. $a \in -10; -6; -4; -3; -1; 0; 2; 6$ **D.** $a \in -4; -3; -1; 0; 2$

Câu 9. [VD] Tìm giá trị x để biểu thức $P = \frac{3}{x + \sqrt{x} + 1}$ có giá trị nguyên.

A. $x = \left\{ \frac{2 - \sqrt{3}}{2}; 1 \right\}$ **B.** $x = \left\{ \frac{\sqrt{3} - 2}{2}; 1 \right\}$ **C.** $x = \left\{ \frac{-2 - \sqrt{3}}{2} \right\}$ **D.** $x = \left\{ \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right\}$

Câu 10. [VD] Tìm x nguyên dương để biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{x} + 2}$, $x \geq 0, x \neq 4$ có giá trị nguyên.

A. $x \in \{0\}$ **B.** $x \in \emptyset$ **C.** $x \in \{0; -4\}$ **D.** $x \in \{4; -4\}$

Câu 11. [VD] Tìm số nguyên x lớn nhất để biểu thức $P = \frac{x - 3}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0; x \neq 4$ nhận giá trị nguyên.

A. $x \in \emptyset$ **B.** $x = 9$ **C.** $x \in \{0; -9\}$ **D.** $x \in \{9; -9\}$

Câu 12. [VDC] Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} - 2}$ và $B = 1 - \frac{2}{1 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Với $P = A : B$. Tìm x để $4 - \frac{3}{2}P$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

A. $x = \frac{5}{2}$ **B.** $x = 0$ **C.** $x = 4$ **D.** $x = 2$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $A = \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1}$. Các câu sau Đúng hay Sai?

- a) A nhận giá trị nguyên khi $x = 4$
- b) A nhận giá trị nguyên khi $x = 1$
- a) A nhận giá trị nguyên khi $x = 9$
- a) A nhận giá trị nguyên khi $x = 16$

Câu 2. Cho $A = \frac{10}{\sqrt{x} + 3}$. Các câu sau Đúng hay Sai?

- a) Với $x \in \mathbb{Z}$, biểu thức A nhận giá trị nguyên khi $x \in \{4; 49\}$
- b) Với số hữu tỉ x , biểu thức A nhận giá trị nguyên khi $x \in \left\{ \frac{1}{9}; 4; 49 \right\}$
- c) Với $x \in \mathbb{Z}$, biểu thức A nhận giá trị nguyên lớn nhất khi $x \in \{49\}$
- d) Với $x \in \mathbb{Z}$, biểu thức A nhận giá trị nguyên nhỏ nhất khi $x \in \{4\}$



Câu 3. Cho $A = \frac{a-4}{a+2\sqrt{a}}$ và $B = \frac{a+7\sqrt{a}}{a-4}$ ($a > 0, a \neq 4$), Cho $P = A \cdot B$

- a) Với $a=1$, biểu thức P nhận giá trị nguyên.
- b) Với $a \in \left\{\frac{1}{4}; 9\right\}$, biểu thức P nhận giá trị nguyên.
- c) Với $a=9$, biểu thức P nhận giá trị nguyên nhỏ hơn 3.
- d) Với $a \in \left\{\frac{1}{9}; 4\right\}$, biểu thức P nhận giá trị nguyên lớn hơn 1.

Câu 4. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x}+3} + \frac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- a) Khi $x=4$ thì $A=7$
- b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{B}{A}$ ta được $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$.
- c) Khi $x=4$, biểu thức P nhận giá trị nguyên.
- d) $x=1$ là giá trị nguyên nhỏ nhất của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $A = \frac{3}{2\sqrt{x}+1}$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu 2. [NB] Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ ($x \geq 0; x \neq 9$) nhận giá trị nguyên

Câu 3. [TH] Cho $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$; $B = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá giá trị nguyên lớn nhất

Câu 4. [TH] Tìm $x \in \mathbb{R}$ để các biểu thức $A = \frac{10}{\sqrt{x}+3}$ nhận giá trị là số nguyên :

Câu 5. [VD] Tìm x để biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1}$ sau có giá trị là số nguyên.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ Dạng 1: Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $P = a + \frac{b}{c\sqrt{x}+d} \in \mathbb{Z} (a, b, c, d \in \mathbb{Z})$

Bước 1 Đặt điều kiện, khử x ở trên tử, đưa P về dạng như trên.

Bước 2 $P \in \mathbb{Z}$ khi $\Rightarrow \frac{b}{c\sqrt{x}+d} \in \mathbb{Z} \Rightarrow c\sqrt{x}+d \in U(b)$



☑ Dạng 2: Tìm $x \in \mathbb{R}$ để $P = \frac{a}{b\sqrt{x}+c} \in \mathbb{Z} (a, b, c \in \mathbb{N}^*)$

Bước 1 Đặt điều kiện và chặn hai đầu của P :

- $a > 0, b\sqrt{x} + c > 0 \Rightarrow P > 0$.
- $b\sqrt{x} + c \geq c \Rightarrow \frac{a}{b\sqrt{x}+c} \leq \frac{a}{c} \Rightarrow P \leq \frac{a}{c}$.

Như vậy ta chặn hai đầu của P là $0 < P \leq \frac{a}{c}$.

Bước 2 Chọn $P \in \mathbb{Z}, 0 < P \leq \frac{a}{c}$. Từ đó suy ra x .

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0; x \neq 4$)

1. Chứng minh rằng $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$.
2. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hai biểu thức: $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$

với $x \geq 0; x \neq 25$.

1. Rút gọn biểu thức B ;
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Ví dụ 3 [TH]:

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$.

- 1) Rút gọn P .
- 2) Tìm tất cả các giá trị thực của x để $Q = \frac{9}{2}P$ có giá trị nguyên.

Ví dụ 4 [VD]:

Cho biểu thức $A = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$ (Với $x > 0, x \neq 1$)

- a) Rút gọn biểu thức A .



b) Tìm x để biểu thức A nhận giá trị là số nguyên.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3} - \frac{3}{\sqrt{a}+3} - \frac{a-2}{a-9}$ với $a \geq 0; a \neq 9$

a) Rút gọn B .

b) Tìm các số nguyên a để B nhận giá trị nguyên

Bài 2. [TH] Bài 6: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}} - \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để $P = \frac{7}{12}$

c) Tìm x để $P > \frac{1}{2}$

d) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $\frac{1}{P}$ nhận giá trị nguyên.

e) Tìm tất cả các giá trị hữu tỷ của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 3. [VD] Cho biểu thức $B = \frac{2x+4}{x-3\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$

a) Rút gọn B .

b) Tìm giá trị của x để $B = 1$

c) Tính giá trị của x sao cho B không vượt quá $\frac{3}{2}$

d) Tìm giá trị của B khi x thỏa mãn đẳng thức $\sqrt{2x-1} = x$

e) Tìm x để giá trị của B là một số nguyên.

Bài 4. [VD] Cho biểu thức: $A = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với

$x \geq 0; x \neq 5$

a) Rút gọn biểu thức

b) Tìm x để biểu thức $M = B - A$ nhận giá trị nguyên.



Bài 5 [VD] Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$; $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Đặt $M = AB$, hãy tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức M có giá trị nguyên.

DẠNG 2: RÚT GỌN VÀ TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT HOẶC GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $A = \sqrt{x} - 2^2 + 3$ ($x \geq 0$) GTNN của A là:

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 7.

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $A = \sqrt{x} - 4^2 - 2$ ($x \geq 0$). Biểu thức A đạt GTNN khi:

- A. $x = 0$. B. $x = 4$. C. $x = 8$ D. $x = 16$.

Câu 3. [NB] Cho biểu thức $B = 15 - \sqrt{x}$ ($x \geq 0$). Biểu thức đạt GTLN khi

- A. $x \geq 0$. B. $x \leq 0$ C. $x = 0$. D. $x \neq 0$.

Câu 4. [NB] GTLN của biểu thức $M = -x + 2^2 + 25$ là:

- A. 25. B. 2. C. 4. D. 27.

Câu 5. [TH] GTLN của biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x} - 3^2 + 4}$ ($x \geq 0$) là:

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 6. [TH] Biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x} - 3^2 + 4}$ ($x \geq 0$) đạt GTLN khi :

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = 9$ D. $x = 1$.

Câu 7. [TH] GTNN của biểu thức $M = 1 + \frac{12}{\sqrt{x} - 2^2 + 3}$ ($x \geq 0$) là:

- A. 4. B. 5. C. -3. D. 3.

Câu 8. [TH] Biểu thức $N = \sqrt{x} + 5 + \frac{49}{\sqrt{x} + 5}$ ($x \geq 0$) đạt GTLN khi :

- A. $x = 14$. B. $x = 4$. C. $x = 7$ D. $x = -5$.



Câu 9. [VD] Cho $H = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0$. Biểu thức H đạt giá trị nhỏ nhất khi

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. B. $x = 0$. D. $x = \frac{-2}{3}$.

Câu 10. [VD] Cho biểu thức $C = \frac{x+12}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0; x \neq 1$. Giá trị nhỏ nhất của C .

- A. $C = 6$. B. $C = 8$. C. $C = -4$ D. $C = 4$.

Câu 11. [VD] Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{1-x^2}{2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của B .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 12. [VDC] Cho hai số không âm a và b thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 + b^2$ là:

- A. $1; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{8}; 1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $Q = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$. Các câu sau đúng hay sai?

- a) GTLN của Q là 2 tại $x = 0$
 b) GTNN của Q là 2 tại $x = 0$
 c) GTLN của Q là $\frac{1}{2}$ tại $x = 0$
 d) GTNN của Q là $\frac{1}{2}$ tại $x = 0$

Câu 2. Cho $P = x - 2\sqrt{x} + 5$. Các câu sau đúng hay sai?

- a) GTNN của P là 5 tại $x = 0$
 b) GTNN của P là 4 tại $x = 1$
 c) GTNN của $\frac{1}{P}$ là $\frac{1}{4}$ tại $x = 1$



d) GTLN của $\frac{1}{P}$ là $\frac{1}{4}$ tại $x = 1$

Câu 3. Cho $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$. Các câu sau đúng hay sai?

- a) GTNN của A là 2 tại $x = 0$
- b) GTNN của A là 2 tại $x = 1$
- c) GTNN của $A + 3$ là 5 tại $x = 1$
- d) GTLN của $2A$ là 4 tại $x = 2$

Câu 4. Cho $A = \frac{30}{x - 4\sqrt{x} + 10}$. Các câu sau đúng hay sai?

- a) GTLN của A là 3 tại $x = 0$
- b) GTNN của A là 3 tại $x = 0$
- c) GTLN của A là 5 tại $x = 4$
- d) GTNN của A là 5 tại $x = 4$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $A = \sqrt{x} - 1^2 - 32$ với $x \geq 0$. GTNN của A là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $B = 10 - \sqrt{x} - 2^2$ với $x \geq 0$. GTLN của A là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$. Giá trị lớn nhất của B là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Cho biểu thức $P = a - 2\sqrt{a}$ với $a \geq 0$. Biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = a_0$. Giá trị của $E = a_0^2 + 1$ là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0; x \neq 1$. Giá trị nhỏ nhất của C là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho hai số không âm a và b thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 + b^2$ là bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ Rút gọn biểu thức
- ☒ Nhận dạng bài toán



+) $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + a \geq a$ với $a > 0$, khi đó $-\frac{1}{\sqrt{x}+a} \leq \frac{1}{a}$; $-x + \sqrt{x} \geq 0$

+) $[f(x)]^2 \geq 0 \Rightarrow [f(x)]^2 + a \geq a$. Với $a > 0$ thì $\frac{1}{[f(x)]^2 + a} \leq \frac{1}{a}$

+) $-[f(x)]^2 \leq 0 \Rightarrow -[f(x)]^2 + a \leq a$

+) Bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương x và y : $x + y \geq 2\sqrt{xy}$; dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y$

☒ Sử dụng bất đẳng thức phù hợp để tìm GTLN, GTNN cần tìm.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức B

b) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = \frac{2A}{B} - 6\sqrt{x} + 5$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với

$x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn B

b) Với $x \in \mathbb{N}, x \neq 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$.

Ví dụ 3 [TH]:

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn biểu thức B

b) Với $x \in \mathbb{N}$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Ví dụ 4 [VD]:

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-6\sqrt{x}+2}{2x+5\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x+8}$ với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm giá trị lớn nhất của $P = A.B$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. [NB]: Cho biểu thức $P = 1 : \left\{ \frac{x + 2\sqrt{x} - 2}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right\}$ với $x > 0$

- a) Rút gọn P
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 2. [TH] Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{2}$

- a) Rút gọn biểu thức A ;
- b) Tìm x để $A \geq 0$;
- b) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Bài 3. [VD] Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} - 3}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3}{x - 2\sqrt{x} - 3}$.

- a) Rút gọn P ;
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 4. [VD] . Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{2x + 5}$ và $B = \left(\frac{x + 4}{x - 4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) - 1$

- a) Rút gọn biểu thức B ;
- b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = AB$

Bài 5. [VD] . Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{x}{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ với

$$x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

- a) Rút gọn biểu thức B
- b) Với $x \in \mathbb{Z}$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A \cdot B - 1$

Bài 6 [VD]

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1/ Rút gọn B

2/ Với $x \in \mathbb{N}$ và $x \neq 1$ hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = AB$



Bài 7. [VD] . Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 3}{x - 9}$ $x \geq 0, x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức $P = B : A$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

DẠNG 3: RÚT GỌN VÀ TÌM GIÁ TRỊ CỦA THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH HOẶC BẤT PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $P = \sqrt{x} - 1$ với $x \geq 0$. Các giá trị của m để $P = m$ có nghiệm là:

- A.** $m \geq 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -1$.

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x} + 1}{2}$ với $x \geq 0$. Các giá trị của m để $P = m$ có nghiệm là:

- A.** $m \geq 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq \frac{-1}{2}$. **D.** $m \leq \frac{-1}{2}$.

Câu 3. [NB] Cho biểu thức $M = \sqrt{x}$ với $x \geq 0$. Các giá trị của m để có các giá trị của x thỏa mãn: $P > m$ là:

- A.** $m \geq 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 0$.

Câu 4. [NB] Cho biểu thức $M = \sqrt{x}$ với $x \geq 0$. Các giá trị của m để có các giá trị của x thỏa mãn: $M > m - 1$ là:

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m \leq 1$. **C.** $m > 1$. **D.** $m < 1$.

Câu 5. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. Các giá trị của m để có các giá trị của x thỏa mãn: $mA = \sqrt{x} + 1$ là:

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m \geq -\frac{1}{2}; m \neq 0$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}; m \neq 0$.

Câu 6. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{3}{\sqrt{x} - 4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$. Các giá trị của m để có các giá trị của x thỏa mãn: $mA = \frac{-1}{4}$ là:

- A.** $m \geq 0$. **B.** $m \leq \frac{1}{3}; m \neq 0$. **C.** $m \geq \frac{1}{3}; m \neq 0$. **D.** $m \geq \frac{1}{3}; m > 0$

Câu 7. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{3}{\sqrt{x} + 4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$. Các giá trị của m để $mA < \frac{-1}{4}$ là:



- A. $m \geq 0$. B. $m \neq 0$. C. $m > \frac{1}{3}$; D. $m < \frac{1}{3}$.

Câu 8. [TH] Cho biểu thức $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. Với $x > 1$, các giá trị của m để $\frac{1}{P} > m + \sqrt{x}$ là:

- A. $m \geq 0$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq \frac{1}{2}$; D. $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 9. [VD] Cho biểu thức $A = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$. Các giá trị của m để $A - B = m$ có nghiệm là:

- A. $-1 < m \leq 0$. B. $m \leq 0$. C. $-1 \leq m \leq 0$.
D. $-1 < m < 0$

Câu 10. [VD] Cho biểu thức $S = \frac{-3}{\sqrt{x} + 3}$, giá trị của m để phương trình $\sqrt{x} \cdot S = m$ có nghiệm duy nhất:

- A. $-3 < m \leq 0$. B. $-3 < m \leq 0$ và $m \neq \frac{-3}{2}$
C. $-3 < m < 0$ và $m \neq \frac{-3}{2}$. D. $-3 \leq m \leq 0$ và $m \neq \frac{-3}{2}$

Câu 11. [VD] Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$. Các giá trị của m để có giá trị của x thỏa mãn $2A + mB = 0$ là:

- A. $m > 0$. B. $m \neq -2$. C. $m > 0$ hoặc $m < -2$; D. $-2 < m < 0$.

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ ($x \geq 0$). Giá trị của m để phương trình

$(\sqrt{x} + 1) \cdot P = m - x$ có nghiệm x là:

- A. $m = \frac{-5}{4}$. B. $m > \frac{-5}{4}$. C. $m > -1$. D. $m \geq -1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $P = x^2 - 2x + 4$. Các câu sau đúng hay sai?

- a) Phương trình $P = m$ có nghiệm khi: $m = 0$
b) Phương trình $P = m$ có nghiệm khi: $m = 2$
c) Phương trình $P = m$ có nghiệm khi: $m = 3$



d) Phương trình $P = m$ có nghiệm khi: $m \geq 3$

Câu 2. Cho $P = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$). Các câu sau đúng hay sai?

- a) $P = m$ có nghiệm khi $m = -2$
- b) $P = m+1$ có nghiệm khi $m = -4$
- c) $P = m-1$ có nghiệm khi $m \geq 1$
- d) $P = m+3$ có nghiệm khi $m+3 \geq 0$

Câu 3. Cho $P = 2\sqrt{x} + 1$ ($x \geq 0$). Các câu sau đúng hay sai?

- a) $P = m$ có nghiệm khi $m < 1$
- b) $P = m$ có nghiệm khi $m = 0$
- c) $P = m$ có nghiệm khi $m \geq 1$
- d) $P = m+1$ có nghiệm khi $m \geq 0$

Câu 4. Cho $P = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$ ($x \geq 0$). Các câu sau đúng hay sai?

- a) $P \cdot (\sqrt{x} + 2) = m + \sqrt{x}$ có nghiệm khi $m > 3$
- b) $P \cdot (\sqrt{x} + 2) = m + \sqrt{x}$ có nghiệm khi $m \leq 3$
- c) $P = m$ có nghiệm khi $0 < m \leq \frac{3}{2}$
- d) $P = m$ có nghiệm khi $m < 0$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hai biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}-2}{3}$ và $A = \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

Cho $P = B : A$, tìm giá trị của m để $P > m + \sqrt{x}$ có nghiệm đúng với mọi giá trị của $x > 4$.

Câu 2. [NB]

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$ ($x \geq 0; x \neq 16$). Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m+1$ có nghiệm.

Câu 3. [TH] Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{x-4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)



Tìm $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình $\frac{A}{B} = \frac{m}{2}$ có nghiệm

Câu 4. [TH] Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ ($x > 0; x \neq 1$)

Cho $C = \frac{A}{B}$, tìm các giá trị m để nghiệm x thỏa mãn bất phương trình $-\sqrt{x} \cdot C > \sqrt{x} + m - 3$

Câu 5. [VD] Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

Đặt $P = A+B$. Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x}+3) = m$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ Rút gọn biểu thức đã cho
- ☒ Biến đổi về phương trình hoặc bất phương trình chứa tham số
- ☒ Phân tích điều kiện tồn tại phân thức $\frac{A}{B}$; căn thức bậc hai $\sqrt{A}$ hoặc điều kiện có nghiệm của phương trình, bất phương trình để tìm tham số.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho $P = \left[\frac{x+3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{1}{\sqrt{x}+5} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ ($x \geq 0, x \neq 25$)

1. Rút gọn P ;
2. Tìm m để phương trình $P \cdot (\sqrt{x}+2) = m$ có nghiệm.

Ví dụ 2 [TH]: Cho $P = \frac{6}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{\sqrt{x}-1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

1. Rút gọn P
2. Tìm m để phương trình $\frac{1}{P} \cdot (\sqrt{x}-3) = m-3$ có nghiệm.

Ví dụ 3 [TH]: Cho $C = \left(\frac{x+2\sqrt{x}}{x+4\sqrt{x}+4} + \frac{2x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}} \right)$ ($x > 0; x \neq 4; x \neq 9$)

1. Rút gọn biểu thức C



2. Tìm m để phương trình $C = m$ có nghiệm

Ví dụ 4 [VD]: Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tìm m để phương trình $mA = \sqrt{x} - 2$ có hai nghiệm phân biệt

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$ (với $x \geq 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P .

c) Tìm m để có x thỏa mãn $(\sqrt{x}+1)P = m - x$.

Bài 2. [TH]

Cho các biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \text{ và } B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} \text{ (với } x \geq 0; x \neq 1)$$

1) Rút gọn biểu thức B .

2) Cho $P = A.B$ Tìm m để $(\sqrt{x}-1)P > m+1$.

Bài 3. [VD] Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x}+3} + \frac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Đặt $P = \frac{B}{A}$. Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn $m\sqrt{x}+1 = (\sqrt{x}+3).P$.

Bài 4 [VD] Cho các biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$.

a) Rút gọn B

b) Cho $P = A.B$ Tìm m để có các giá trị của x thỏa mãn: $mP = \frac{1}{2}$.

$$P = 1 : \left(\frac{x+2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \text{ với } x > 0$$

Bài 5 [VD] Cho biểu thức

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết $x = 7 - 4\sqrt{3}$

c) Tìm x để $P = 2\sqrt{x} - 1$



- d) Tìm m để có giá trị x thoả mãn $P = m$
e) Tìm giá trị nhỏ nhất của P



CHUYÊN ĐỀ 6: RÚT GỌN VÀ CÁC CÂU HỎI SAU BÀI TOÁN RÚT GỌN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa căn bậc hai:

Cho số thực a không âm. Số thực x thỏa mãn $x^2 = a$ được gọi là một căn bậc hai của a .

Định nghĩa căn thức bậc hai:

Với A là biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A , còn A được gọi là biểu thức lấy căn hoặc biểu thức dưới dấu căn.

2. Các công thức về căn bậc hai:

1) Với biểu thức A bất kì, ta có $\sqrt{A^2} = |A|$, nghĩa là:

$$\sqrt{A^2} = A \text{ khi } A \geq 0 \text{ (tức là } A \text{ nhận giá trị không âm);}$$

$$\sqrt{A^2} = -A \text{ khi } A < 0 \text{ (tức là khi } A \text{ nhận giá trị âm)}$$

2) Với hai biểu thức $A; B$ nhận giá trị không âm, ta có: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$.

3) Với hai biểu thức $A; B$ mà $B \geq 0$, ta có: $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \sqrt{B}$.

4) Với hai biểu thức $A; B$ nhận giá trị không âm và $B \neq 0$, ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

5) Với hai biểu thức $A; B$ thỏa mãn $AB \geq 0, B \neq 0$, ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{B^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$.

6) Với hai biểu thức $A; B$ mà $B > 0$, ta có: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$.

7) Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$ và $A \neq B^2$, ta có:

$$\frac{C}{\sqrt{A+B}} = \frac{C(\sqrt{A}-B)}{A-B^2}; \frac{C}{\sqrt{A-B}} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2}.$$

8) Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có:

$$\frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B}; \frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B}.$$

3. Định nghĩa căn bậc ba:



+ Cho số thức a . Số thực x thỏa mãn $x^3 = a$ được gọi là căn bậc ba của a .

+ Với A là một biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt[3]{A}$ là căn thức bậc ba của A .

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: RÚT GỌN VÀ TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC KHI BIẾT GIÁ TRỊ CỦA BIẾN.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

$x > 0$.

Rút gọn biểu thức A .

A. $\sqrt{x}$

B. $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$

C. $\frac{1}{(\sqrt{x}+2)}$

D. $\frac{1}{\sqrt{x}}$

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $B = \left(\sqrt{a^2 \cdot \frac{3}{a}} + \sqrt{9 \cdot \frac{a}{3}} + \sqrt{12a^3} \right) : \sqrt{3a}$ với $a > 0$;

A. $1+2a$

B. $2-2a$

C. $2+2a$

D. $\frac{1-2a}{3}$

Câu 3. [NB] Cho biểu thức: $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

Tính giá trị biểu thức A khi $x = 6$.

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{-3}{2}$

C. $\frac{9\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{9}{2}$

Câu 4. [NB] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{a^4} + a\sqrt[3]{a^3} + 1$

A. $2a+1$

B. a^2+a+1

C. $2a^2+1$

D. a^2+a^4+1

Câu 5. [TH] Cho hai biểu thức $B = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$

Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

A. $\frac{2\sqrt{5}-1}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{5}-5}{5}$

C. $\frac{2-\sqrt{5}}{5}$

D. $2\sqrt{5}-5$

Câu 6. [TH] Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$) biết $|2x-5| = 7$.

A. $P = \sqrt{6}$.

B. $P = 1$.

C. $\begin{cases} P = -\sqrt{6} \\ P = -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} P = \sqrt{6} \\ P = 1 \end{cases}$.

Câu 7. [TH] Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}-2-1}$ ($x \geq 2; x \neq 11$) tại $x = 5 - 2\sqrt{2}$



A. $A = \sqrt{2}$

B. $A = 1 - \sqrt{2}$

C. $A = -\sqrt{2}$

D. $A = 2 + 2$

Câu 8. [TH] Tính giá trị biểu thức $D = \frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+3}$ ($x \geq 1$) biết $x = 5$

A. $D = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

B. $D = 3\sqrt{2}$

C. $D = \frac{8}{15}$

D. $D = \sqrt{3} + 1$

Câu 9. [VD] Tính giá trị biểu thức $P = \frac{9\sqrt{x}-4x}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$) tại $x = 5$.

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$

B. $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}$

C. $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$

D. $\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$

Câu 10. [VD] Tính giá trị biểu thức $P = \left(\frac{2\sqrt{xy}}{x-y} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ (với $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$)

biết $\frac{x}{y} = \frac{4}{25}$.

A. $\frac{7}{5}$

B. $-\frac{10}{7}$

C. $-\frac{20}{7}$

D. $-\frac{7}{10}$

Câu 11. [VD] Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right) : \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right)$ ($x \neq 1$)

Tính giá trị của A khi $x = \sqrt{3+\sqrt{8}}$.

A. $A = -2\sqrt{3}$

B. $A = -2\sqrt{2}$

C. $A = -2$

D. $A = 3$

Ta có $x = \sqrt{3+\sqrt{8}}$. (thỏa mãn ĐKXD)

$$x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1, \text{ thay vào biểu thức ta có: } A = \frac{-4}{\sqrt{2}+1-1} = \frac{-4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{xy}+y} + \frac{y}{\sqrt{xy}-x} - \frac{x+y}{\sqrt{xy}}$ ($xy > 0; x \neq \pm y$) với $x+y=7$ và $x,y=10$. Khi đó giá trị của biểu thức P là :

A. $P = \pm \frac{7}{3}$

B. $P = \frac{7}{5}$

C. $P = \pm \frac{5}{3}$

D. $P = \frac{1}{5}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt{\left(6\sqrt{\frac{4}{25}} - \sqrt{\frac{9}{25}} \right)} \cdot 15$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị của biểu thức P là số nguyên.

B. Giá trị của biểu thức P là số hữu tỉ.

C. Giá trị của biểu thức P là số vô tỉ.



D. Giá trị của biểu thức P là số nguyên dương.

Câu 2. Cho biểu thức $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$). Các câu sau Đúng hay Sai?

a) Với $x \geq 0, x \neq 4$ A có giá trị là một số âm.

b) Giá trị của A khi $x = 4$ là 1.

c) Giá trị của A khi $x = 5$ là một số vô tỉ.

d) Khi $x = 0$ thì A có giá trị là số tự nhiên.

Câu 3. Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{x+4\sqrt{x}}$ (với $x > 0; x \neq 16$). Các câu sau Đúng hay Sai?

a) Kết quả rút gọn của B là $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$.

b) Giá trị của B khi $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ là $\frac{2\sqrt{3}-1}{11}$.

c) Khi x là một số chính phương thì B có giá trị là một số hữu tỉ.

d) Khi $x > 16$ thì B có giá trị là một số dương.

Câu 4. Cho biểu thức $D = 1 : \left(\frac{x+2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$ (với $x > 0$)

a) Với $x > 0$ thì $D > 0$.

b) Với $|x-3|=1$ thì $D \in \left\{ \frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{2}-2}{2} \right\}$.

c) Với $x^2+3x+2=0$ thì $D \in \left\{ -1; \frac{3\sqrt{2}-2}{2} \right\}$.

d) Với $x \neq 1$ thì $D \geq 1$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Kết quả rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$ là:

Câu 2. [NB] Kết quả rút gọn biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$ là:

Câu 3. [TH] Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.



Giá trị của biểu thức A khi $x = 6 + 4\sqrt{2}$ là:

Câu 4. [TH] Cho biểu thức $E = \frac{1-a^2}{48} \sqrt{\frac{36}{(a-1)^2}}$; ($a < 1$).

Sau khi rút gọn biểu thức, ta được kết quả là:

Câu 5. [VD] Cho biểu thức: $A = \frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{x+4}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$

Giá trị của biểu thức $C = A.B$ tại $x = 9$ là:

Câu 6. [VD] Cho biểu thức: $P = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+5}{1-x} \right)$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 4$)

Giá trị của biểu thức P tại $x = \frac{8}{3-\sqrt{5}}$ là:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ **Bước 1:** Thực hiện phép tính theo thứ tự.

☒ **Bước 2:** Rút gọn biểu thức.

☒ **Bước 3:** Đối chiếu giá trị của biến với ĐKXD rồi thay vào biểu thức tính giá trị của biểu thức.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$; $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0 \leq x, x \neq 9$.

1. Tính giá trị B tại $x = 36$.

2. Rút gọn A.

Ví dụ 2 [TH]: Cho biểu thức: $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Ví dụ 3 [TH]:

$$A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{12}{4-x} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 4.$$



a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{1}{36}$

b) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+5}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x}+3} + \frac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

a) Chứng minh $B = \frac{x-25}{x-9}$.

b) Tính giá trị của biểu thức $P = B.A$ khi x thỏa mãn phương trình $x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của A khi $x = 36$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$).

Bài 2. [TH] Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-7}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$; với $x \geq 0; x \neq 4$ và $x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 3. [VD] Cho biểu thức $P = \left(2 - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-3} \right) : \left(\frac{6\sqrt{x}+1}{2x-\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$ ($x \geq 0; x \neq \frac{9}{4}$).

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$.

Bài 4 [VDC] Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{a-2}+2}{3} \right) : \left(\frac{\sqrt{a-2}}{3+\sqrt{a-2}} + \frac{a+7}{11-a} \right) : \left(\frac{3\sqrt{a-2}+1}{a-3\sqrt{a-2}-2} - \frac{1}{\sqrt{a-2}} \right) (a > 2; a \neq 11).$$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $a = \frac{5-2\sqrt{2}}{4}$

DẠNG 2: RÚT GỌN VÀ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA BIỂU THỨC RÚT GỌN.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN**

Câu 1. [NB] Tìm x để biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$, với $x > 0$ có giá trị bằng -1 .

- A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{3}$ C. $x = \frac{1}{4}$ D. $x = 3$

Câu 2. [NB] Tìm x để biểu thức $E = \sqrt{\frac{2x-3}{x-1}}$ (với $x \geq \frac{3}{2}$) có giá trị bằng 2 .

- A. $x = -2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{3}$. D. $x = 1$.

Câu 3. [NB] Tìm x để biểu thức $B = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$; với $x > 0$ có giá trị bằng $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

- A. $x = 3 + 2\sqrt{2}$ B. $x = \sqrt{2} - 1$ C. $x = 3 - 2\sqrt{2}$ D. $x = 3$

Câu 4. [NB] Rút gọn $N = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2}$ ta được kết quả $N = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

Với giá trị nào của x thì $N = \frac{3}{4}$?

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 9$. D. Không tồn tại x .

Câu 5. [TH] Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)$.

Số các giá trị của x sao cho $A = 1 - \sqrt{x}$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. [TH] Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x-y}$; $x > 0, y > 0, x \neq y$.

Tìm giá trị của x để $Q = 1$.

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = -3$ D. $x = 3$

Câu 7. [TH] Cho $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ ($x \geq 0; x \neq 25$). Số các giá trị của x sao cho

$|M| = \frac{1}{4}$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. [TH] Cho $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). Giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$ là:

- A. $\begin{cases} 0 < x \leq 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 0 < x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0 \leq x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$



Câu 9. [VD] Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2x-\sqrt{x}-3}{9-x}$

Tìm x để biểu thức $P = \frac{1}{B} + A$ có giá trị bằng 6.

A. $x=1; x=16$

B. $x=1; x=4$

C. $x=-1; x=16$

D. $x=-1; -4$

Câu 10. [VD] Cho biểu thức $B = \left(\frac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1 \right)$ (với $0 \leq x < 1$). Tìm giá trị của x để biểu thức $B = \sqrt{3} - 1$.

A. $x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

B. $x = 2 + \sqrt{3}$

C. $x = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

D. $x = 2\sqrt{3} - 3$

Câu 11. [VD] Cho biểu thức $Q = 3x - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$. Tìm giá trị của x để biểu thức $Q = 5$.

A. $x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

B. $x = \frac{9}{4}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x \in \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}+x+2}$. Tìm giá trị của x để biểu thức $A = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

A. $x = \frac{24\sqrt{3}+10}{11}$.

B. $x = 3\sqrt{2} + 2$.

C. $x = 2\sqrt{3} - 1$.

D. $x = \frac{24\sqrt{3}-10}{11}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-4}{x-3\sqrt{x}+2} + 1 \right) : \frac{1}{2x-3\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}; x \neq 1; x \neq 4$). Tìm x để $P = 2019$. Mệnh đề sau đây đúng hay sai.

a) $x \in \{1; 4\}$.

b) $x = 501$

c) $x = 505$

d) $x \in \{2019; 2020\}$.

Câu 2. Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x-y}$; $x > 0, y > 0, x \neq y$. Mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Giá trị của x khi $Q=1$ là 1.

b) Khi $Q \geq 1$ thì $0 < y < 1$.

c) Khi $Q = 2$ thì $x = 2; y = 1$.

d) Khi $Q \geq 2$ thì $0 < x \leq \frac{1}{4}$.



Câu 3. Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$). Mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Giá trị của x để $M < 0$ là $0 < x < 1$.

b) Giá trị của x để $M > 0$ là $0 < x < 1; x \neq \frac{1}{2}$.

c) Giá trị của x để $M = 0$ là $x = \frac{1}{2}$.

d) Giá trị của x để $M = 8$ là $x = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 1$). Cho $P = \frac{A}{B}$, tìm x để $\sqrt{P^2-1} = \sqrt{3P-1}$.

a) $x \in \{1; 9\}$

b) x có giá trị là một số tự nhiên.

c) x có giá trị là một số nguyên âm.

d) $x = 9$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho $P = \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1} \left(0 \leq x \neq \frac{1}{9} \right)$. Tìm x để $P = \frac{6}{5}$.

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}+x-2}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{x\sqrt{x}-x}$ ($x > 0, x \neq 1$). Tìm x để $P = 2$.

Câu 3. [TH] Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$ ($x > 0; x \neq 1$). Với giá trị nào của x thì $P > 2\sqrt{x}$?

Câu 4. [TH] Cho $A = \frac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}}$ ($a > 0$). Tìm a sao cho $A \geq \frac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}} - \sqrt{a} + 1$?

Câu 5. [VD] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$). Tìm các giá trị nguyên của x để $AB < 1$.



Câu 6. [VD] Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{\sqrt{x}+1}{5-\sqrt{x}} - \frac{5-9\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 1$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☑ **Bước 1: Rút gọn biểu thức.**

☑ **Bước 2: Giải phương trình hoặc bất phương trình.**

☑ **Bước 3: Đối chiếu giá trị của biến với ĐKXD rồi kết luận.**

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho biểu thức: $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ ($x \geq 0$). Tìm x để $A < 0$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{9}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

a) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$.

b) Tìm giá trị của x thỏa mãn $A + B = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 3 [TH]: Cho biểu thức $M = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức M

b) Tìm x để $M = 2$

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{3x+\sqrt{x}-4}{16-x} \right) : \frac{x-16}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 16$.

1) Rút gọn biểu thức A .

3) Tìm x để $|A-1| > A-1$.

Ví dụ 5 [VD]: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$ (Với $x > 0; x \neq 4$)

1. Rút gọn biểu thức P

2. Tìm các số a để có x thỏa mãn $(\sqrt{x}+1).P = \sqrt{x}+a$



Bài 1. [NB] Cho biểu thức: $B = \frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}$ Với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$. Tìm x để $B < 0$

Bài 2. [TH] Cho $P = \left(\frac{2-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{(1-x)^2}$ (với $x > 0; x \neq 1$)

1. Rút gọn P .

2. Tìm các giá trị của x để $P = -6$.

Bài 3. [VD] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4} : \left(\frac{x}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x}+2} \right)$, với $x > 0$.

1. Rút gọn biểu thức A .

2. Tính giá trị của A tại $x = 5$

3. Tìm tất cả các giá trị của x để $A \geq \frac{1}{3\sqrt{x}}$.

Bài 4. [VDC] Cho $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ (với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$)

a) Tìm x khi $A = \frac{1}{2}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm số nguyên x để $\left| \frac{A}{B} \right| = -\frac{A}{B}$

DẠNG 3: RÚT GỌN VÀ SO SÁNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC VỚI MỘT SỐ HOẶC VỚI MỘT BIỂU THỨC KHÁC.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ ($x \geq 0$). So sánh P với 2?

A. $P > 2$.

B. $P < 2$.

C. $P \leq 2$.

D. $P \geq 2$.

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ ($x \geq 0$). So sánh M với 0?

A. $M > 0$.

B. $M < 0$.

C. $M \leq 0$.

D.

$M \geq 0$.

Câu 3. [NB] Cho biểu thức $Q = \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ ($x \geq 0$). So sánh Q với $\frac{2}{3}$?



A. $Q > \frac{2}{3}$.

B. $Q < \frac{2}{3}$.

C. $Q \leq \frac{2}{3}$.

D. $Q \geq \frac{2}{3}$.

Câu 4. [NB] Cho $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). So sánh A với $\frac{1}{3}$?

A. $A > \frac{1}{3}$.

B. $A < \frac{1}{3}$.

C. $A \leq \frac{1}{3}$.

D. $A \geq \frac{1}{3}$.

Câu 5. [TH] Cho biểu thức: $H = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$). So sánh H với $\frac{2}{3}$?

A. $H > \frac{2}{3}$.

B. $H < \frac{2}{3}$.

C. $H \leq \frac{2}{3}$.

D.

$H \geq \frac{2}{3}$.

Câu 6. [TH] Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+6}{x-4}$ ($x > 0, x \neq 4$). So sánh $\frac{A}{B}$ với 3.

A. $\frac{A}{B} > 3$.

B. $\frac{A}{B} < 3$.

C. $\frac{A}{B} \leq 3$.

D. $\frac{A}{B} \geq 3$.

Câu 7. [TH] Cho biểu thức: $B = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$, với $x > 0; x \neq 1$.

A. $0 < B < 2$

B. $0 < B \leq 2$.

C. $0 \leq B \leq 2$.

D. $1 \leq B < 2$

Câu 8. [TH] Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}} \right)$ ($x > 0; x \neq 1$). So sánh A với 0?

A. $A > 0$.

B. $A < 0$.

C. $A \leq 0$.

D. $A \geq 0$.

Câu 9. [VD] Cho $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$). So sánh M và M^2 .

A. $M = M^2$

B. $M > M^2$.

C. $M < M^2$.

D. $M \geq M^2$.

Câu 10. [VD] Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left[\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right]$ ($x > 0; x \neq 1$).

Đặt $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$. So sánh B với 1.

A. $B = 1$.

B. $B > 1$.

C. $B < 1$.

D. $B \geq 1$.



Câu 11. [VD] Cho biểu thức: $P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$. Biết $a > 1$ Hãy so sánh P với $|P|$

- A. $P = |P|$ B. $P \leq |P|$ C. $P \geq |P|$ D. $P < |P|$

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $B = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} \cdot \left(\frac{x-y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x-y} \right)$ ($x, y > 0, x \neq y$). So sánh B và $\sqrt{B}$.

- A. $B = \sqrt{B}$. B. $B > \sqrt{B}$. C. $B < \sqrt{B}$. D. $B \leq \sqrt{B}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ ($x > 0; x \neq 1$), mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. $M < 1$ B. $M > 0$ C. $M > 2$ D. $M > -1$

Câu 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$; $B = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$

a) Biểu thức $M = A - B$ thì $0 \leq M < 1$.

b) Biểu thức $B < 0$.

c) Biểu thức $A \leq -1$.

d) $A + \sqrt{x} \cdot B > 0$.

Câu 3. Cho biểu thức: $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a) Biểu thức $0 < P < \frac{1}{3}$.

b) Biểu thức $P \leq -1$.

c) Biểu thức $P < \frac{1}{3}$.

d) Biểu thức $P < 0$.

Câu 4. Cho biểu thức: $B = \frac{2(x+4)}{x-3\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \geq 0, x \neq 16$.

a) B có giá trị là một số không âm.

b) B có giá trị là một số dương.

c) B có giá trị nhỏ hơn 3.

d) B có giá trị lớn hơn 3.

**3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN**

Câu 1. [NB] Cho biểu thức $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1}$ ($x \geq 0$). So sánh P với 2.

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $Q = \sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x} + 2}$ ($x \geq 0; x \neq 1$). So sánh Q với 4.

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{3(x+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{6}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$. So sánh A với 4.

Câu 4. [TH] Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{5}$, với $x \geq 0, x \neq 1$. So sánh A với 5.

Câu 5. [VD] Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 4$), với $P = AB$. So sánh P với 2.

Câu 6. [VD] Cho $P = \left(\frac{2-\sqrt{x}}{1-x} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{(1-x)^2}$ (với $x > 0; x \neq 1$). So sánh P với $\frac{1}{4}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ Rút gọn biểu thức.

☒ Xét hiệu của biểu thức rút gọn và biểu thức cần so sánh.

☒ So sánh hiệu trên với số 0 rồi kết luận.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho biểu thức: $P = \left(2 - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-3} \right) : \left(\frac{6\sqrt{x}+1}{2x-\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$, với $x \geq 0, x \neq \frac{9}{4}$.

a) Rút gọn P .

b) So sánh P với $\frac{3}{2}$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho $A = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \left[\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right]$, với $x > 0, x \neq 1$.



a) Rút gọn A .

b) Đặt $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$. Chứng minh rằng $B > 1$.

Ví dụ 3 [TH]: Cho biểu thức: $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Chứng minh: $P < \frac{1}{3}$

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn P .

b) Chứng minh: $P > 1$.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho biểu thức $P = \frac{5\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0$). So sánh P với 5.

Bài 2. [TH] (Đề thi vào 10 tỉnh Thái Bình năm 2021 - 2022)

Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Chứng minh: $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P .

Bài 3. [VD] (Đề thi vào 10 tỉnh Thái Bình năm 2018 - 2019)

$P = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} - \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - y$ với $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$

a) Rút gọn các biểu thức P .

b) Chứng minh rằng $P \leq 1$

Bài 4 [VD] Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ với $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$

a/ Rút gọn P



b) Chứng minh $P \geq 0$

Bài 5 [VD] Cho biểu thức: $P = 1 + \left(\frac{2a + \sqrt{a} - 1}{1 - a} - \frac{2a\sqrt{a} - \sqrt{a} + a}{1 - a\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a - \sqrt{a}}{2\sqrt{a} - 1}$ với $a \geq 0; a \neq \frac{1}{4}; a \neq 1$

a/ Rút gọn P .

b) So sánh P và $\frac{2}{3}$.



CHUYÊN ĐỀ 7: CĂN BẬC BA VÀ CĂN THỨC BẬC BA

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Căn bậc ba của -64 là

- A. 4. B. -4 . C. 8. D. -8 .

Câu 2. [NB] Kết quả của $\sqrt[3]{-125}$ là

- A. 5. B. -5 . C. 15. D. -15 .

Câu 3. [NB] Kết quả của $\sqrt[3]{x^3}$ với $x < 0$ là

- A. x . B. $-x$. C. $\pm x$. D. Không có giá trị của x .

Câu 4. [NB] Căn bậc ba của 216 là

- A. 6. B. 72. C. ± 6 . D. ± 72 .

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $2\sqrt[3]{-27}$ là

- A. 6. B. -6 . C. -18 . D. 18.

Câu 6. [TH] Thu gọn $\sqrt[3]{-\frac{1}{27a^3}}$ với $a \neq 0$ là

- A. $\frac{1}{3a}$. B. $\frac{1}{4a}$. C. $-\frac{1}{3a}$. D. $-\frac{1}{8a}$.

Câu 7. [TH] Thu gọn $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-125}}$ là

- A. $-\frac{7ab^2}{5}$. B. $\frac{7ab^2}{5}$. C. $-\frac{ab^2}{5}$. D. $\frac{ab^2}{5}$.

Câu 8. [TH] Kết quả của phép tính $-2\sqrt[3]{-8} - 10$ là

- A. -6 . B. -2 . C. -18 . D. -14 .

Câu 9. [VD] Rút gọn biểu thức $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}a^3} + \sqrt[3]{64a^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{1000a^3}$ ta được

- A. $\frac{7a}{24}$. B. $\frac{5a}{24}$. C. $\frac{7a}{8}$. D. $\frac{5a}{8}$.

Câu 10. [VD] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9 - 4\sqrt{5}}$ ta được

- A. $A = 3$. B. $A = \sqrt{3}$. C. $A = 6$. D. $A = 27$.

Câu 11. [VD] Số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{2x+1} = 3$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.



Câu 12. [VDC] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{12-2x} + \sqrt[3]{23+2x} = 5$ là

A. $\frac{19}{2}$. B. $-\frac{11}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Với a là một số nguyên khác 0.

- a) $\sqrt[3]{a} = x$ khi và chỉ khi $a^3 = x$.
- b) $\sqrt[3]{a} = x$ khi và chỉ khi $a = x^3$.
- c) $\sqrt[3]{a} = -x$ khi và chỉ khi $a^3 = -x$.
- d) $\sqrt[3]{a} = -x$ khi và chỉ khi $a = -x^3$.

Câu 2. Với a, b là các số nguyên khác 0.

- a) $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ khi và chỉ khi $a > b$.
- b) $\sqrt[3]{a} \geq \sqrt[3]{b}$ khi và chỉ khi $a = b$.
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$.
- d) $\sqrt[3]{ab}^3 = ab$.

Câu 3. Với a, x là các số nguyên tùy ý.

- a) $\sqrt[3]{a} = 2x$ khi và chỉ khi $a = 8x^3$.
- b) $\sqrt[3]{\frac{a}{2x}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{2x}}$.
- c) $\sqrt[3]{-\frac{64a^3}{27x^3}} = \frac{-4a}{3x}$.
- d) $\sqrt[3]{2a - x^3} = |2a - x|$.

Câu 4. Với x, y là các số nguyên và $0 < x < y$.

- a) $\sqrt[3]{x - y^3} = y - x$.
- b) $\frac{\sqrt[3]{-81x^3}}{\sqrt[3]{3y^3}} = \frac{-x}{3y}$.
- c) $\sqrt[3]{\frac{27x^3y^3}{512}} + \sqrt[3]{-\frac{x^3y^3}{8}} = \frac{-xy}{8}$.



d) $2\sqrt[3]{-125x^3y^6} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{-729x^3y^6} = -7xy^2$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho $A = \sqrt[3]{9}$ và $B = \sqrt[3]{8}$. So sánh A và B?

Câu 2. [NB] Thu gọn biểu thức $\sqrt[3]{\frac{-343a^6b^9}{-216}}$ ta được kết quả là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho $A = 2\sqrt[3]{3}$ và $B = \sqrt[3]{25}$. So sánh A và B?

Câu 4. [TH] Kết quả thu gọn biểu thức $\sqrt[3]{-5x^2y^6} \cdot \sqrt[3]{-25x^4y^3}$ là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Tìm x biết $\sqrt[3]{2x-1} = 3$.

Câu 6. [VDC] Tìm số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\sqrt[3]{3-2x} \leq 4^3$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☑ Sử dụng định nghĩa căn bậc ba để giải bài tập.
- ☑ Để tính giá trị của $\sqrt[3]{A}$ tại những giá trị cho trước của biến, ta thay các giá trị cho trước của biến vào căn thức rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.
- ☑ Sử dụng hằng đẳng thức và các phép biến đổi để rút gọn biểu thức.
- ☑ Sử dụng căn thức bậc ba để giải các bài toán liên quan đến hình học.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tính $\sqrt[3]{-729}$ và $\sqrt[3]{0,008}$.

Lời giải

+) Với $(-9)^3 = -729$ nên $\sqrt[3]{-729} = -9$.

+) Với $(0,2)^3 = 0,08$ nên $\sqrt[3]{0,008} = 0,2$.

Ví dụ 2 [TH]: Tính giá trị căn thức $\sqrt[3]{3x+43}$ tại $x = 100$.

Lời giải

Với $x = 100$ ta có $\sqrt[3]{3 \cdot 100 + 43} = \sqrt[3]{343} = 7$.

Ví dụ 3 [TH]: Rút gọn biểu thức $x - 3 + \sqrt[3]{8 - 6x^2 + 24x - x^3}$.

Lời giải



Ta có $8 - 12x + 6x^2 - x^3 = (2 - x)^3$.

Do đó $x - 3 + \sqrt[3]{8 - 6x^2 + 24x - x^3} = x - 3 + \sqrt[3]{(2 - x)^3} = x - 3 + 2 - x = -1$

Ví dụ 4 [VD]: Một người thợ muốn làm một thùng gỗ hình lập phương có thể tích bằng 1728 cm^3 . Em hãy tính độ dài cạnh của thùng là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi $x \text{ (cm, } x > 0)$ là độ dài cạnh của thùng hình lập phương cần làm.

Ta có: $x^3 = 1728$, suy ra $x = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ (cm)}$.

Vậy độ dài cạnh thùng gỗ hình lập phương là 12 (cm) .

Bài 1. [NB] Tính

- a) $\sqrt[3]{8}$. b) $\sqrt[3]{-0,0027}$. c) $\sqrt[3]{-\frac{1000}{343}}$.
d) $\sqrt[3]{64}$.

Bài 2. [NB] Tính

- a) $\sqrt[3]{-\frac{192}{3}}$. b) $\sqrt[3]{-\frac{250}{16}}$. c) $\sqrt[3]{\frac{1}{729}}$. d) $\sqrt[3]{\frac{2^7 \cdot 3^5}{3^2 \cdot 2^4}}$.

Bài 3. [TH] Tính giá trị căn thức $\sqrt[3]{-4x - 29}$ tại $x = 175$.

Bài 4. [TH] Tính giá trị các căn thức sau:

- a) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}x - 12}$ tại $x = 12$.
b) $\sqrt[3]{-\frac{3}{4}x + \frac{15}{32}}$ tại $\frac{1}{16}$.
c) $\sqrt[3]{1,4x + 57}$ tại $x = 5$.

Bài 5. [TH] Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $\sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} - (5 - 2x)$.
b) $\sqrt[3]{27x^3 - 27x^2 + 18x - 8} + 2 - 4x$.



c) $\sqrt[3]{-64x^3 - 48x^2 - 12x - 1 - 5 + 4x}$.

Bài 6[VD] Một người thợ muốn làm một thùng gỗ hình lập phương có thể tích bằng 512 cm^3 .

Em hãy tính diện tích xung quanh của thùng gỗ hình lập phương?

Bài 7[VD] Một người thợ muốn sơn toàn bộ mặt trong của một thùng gỗ hình lập phương không có nắp có thể tích bằng 1331 dm^3 . Em hãy tính diện tích cần sơn của hộp?

Bài 8[VD] Một bể cá hình lập phương có thể tích 2744 dm^3 . Mức nước hiện tại trong bể cao 10 dm . Hỏi nước trong bể còn cách miệng bể bao nhiêu dm ?

CHUYÊN ĐỀ 8: CĂN BẬC BA VÀ CĂN THỨC BẬC BA

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] $\sqrt[3]{-216}$ có kết quả là

A. 4.

B. -6.

C. 6.

D. 9.

Câu 2. [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sqrt[3]{a} = x$ khi $a^3 = x$

B. $\sqrt[3]{a} = -x$ khi $a^3 = -x$

C. $\sqrt[3]{a} = x$ khi $a = x^3$

D. $\sqrt[3]{a} = -x$ khi $a = x^3$

Câu 3. [NB] Chọn khẳng định đúng:

A. $\sqrt[3]{27} = 3$.

B. $\sqrt[3]{27} = 9$.

C. $\sqrt[3]{27} = -3$.

D. $\sqrt[3]{27} = 27$.

Câu 4. [NB] Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{ab}$

B. $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ với $b \neq 0$

C. $\sqrt[3]{a^3} = a$

D. $\sqrt[3]{a^3} = |a|$

Câu 5. [TH] Rút gọn biểu thức sau: $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{-64}$

A. -5.

B. 5.

C. -2.

D. 4.

Câu 6. [TH] Kết quả của phép tính: $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{13,5} - \sqrt[3]{120} : \sqrt[3]{15}$ là:

A. -5.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Câu 7. [TH] Rút gọn biểu thức sau: $2\sqrt[3]{27a^3} - 3\sqrt[3]{8a^3} + 4\sqrt[3]{125a^3}$

A. $14a$

B. $20a$.

C. $9a$.

D. $-8a$.

Câu 8. [TH] Rút gọn biểu thức $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-125}}$



A. $\frac{-7ab^2}{5}$.

B. $\frac{7ab^2}{5}$.

C. $\frac{-ab^2}{5}$.

D. $\frac{ab^2}{5}$.

Câu 9. [VD] Thực hiện phép tính: $A = \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$

A. 2

B. -2.

C. 1.

D. 5.

Câu 10. [VD] Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1} = 3$

A. 26

B. 14.

C. 13.

D. -12.

Câu 11. [VD] Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm của phương trình: $\sqrt[3]{3x-2} = -2$

A. Là số nguyên âm

B. Là phân số

C. Là số vô tỉ

D. Là số nguyên dương

Câu 12. [VDC] Tính $A = \sqrt[3]{2+10\sqrt{\frac{1}{27}}} + \sqrt[3]{2-10\sqrt{\frac{1}{27}}}$

A. $A = 2$.

B. $A = 1$.

C. $A = 5$.

D. $A = 8$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý A, B, C, D ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1.

A. Mọi số thực a đều có duy nhất một căn bậc hai

B. Căn bậc ba của số a là số x sao cho $x^3 = a$

C. Mọi số thực a đều có duy nhất một căn bậc ba

D. Căn bậc ba của số a là số x sao cho $a^3 = x$

Câu 2.

A. $(\sqrt[3]{A})^3 = \sqrt[3]{A^3} = A$

B. $(\sqrt{A})^3 = \sqrt{A^3} = A$

C. $(\sqrt[3]{A}) = \sqrt[3]{A^2} = A$

D. $\sqrt[3]{A^3} = (\sqrt[3]{A})^3 = A$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Rút gọn biểu thức: $\sqrt[3]{x^3+1+3x(x+1)}$

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính: $\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{22\frac{1}{2}} : \sqrt[3]{53\frac{1}{3}}$



Câu 3. [TH] Rút gọn biểu thức: $B = \sqrt[3]{17\sqrt{5} + 38} - \sqrt[3]{17\sqrt{5} + 38}$

Câu 4. [TH] Tính $A = \frac{\sqrt[3]{-64a^5b^5}}{\sqrt[3]{a^2b^2}}$

Câu 5. [VD] Tìm nghiệm của phương trình: $\sqrt[3]{x^3 - 9x^2} = x - 3$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Rút gọn biểu thức: $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}a^3} + \sqrt[3]{64a^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{1000a^3}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình: $\sqrt[3]{5+x} - x = 5$

Ví dụ 3 [TH]: Thực hiện phép tính: a) $(12\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2}) \left(5\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \right)$
b)

$$\sqrt[3]{3} \cdot (5\sqrt[3]{18} - 3\sqrt[3]{144}) + \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{50}$$

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức: $P = \frac{8-x}{2+\sqrt[3]{x}} : \left(2 + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2+\sqrt[3]{x}} \right) + \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}-4}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}} \right)$

với $x > 0; x \neq 8$. Rút gọn biểu thức P

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{-16} + \sqrt[3]{128}$

b) $(\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)$

c) $(\sqrt[3]{5} + 1)^3 - 3\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{5} + 1)$

d) $(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2})^3 + 6\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} - 1)$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt[3]{x^3 + 6x^2} = x + 2$

b) $2\sqrt[3]{27x} + \frac{1}{7}\sqrt[3]{-343x} + \sqrt[3]{-729x} = 2$

c) $3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[3]{9x-27}} = -20$

Bài 3. [TH] Cho $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{-54} + \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2} \cdot a$. Tính a

Bài 4. [VD] Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:



$$A = \left[\frac{1}{2} \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6-4\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{(a+3)\sqrt{a}-3a-1} \right] : \left[\frac{a-1}{2(\sqrt{a}+1)} + 1 \right]$$

Bài 5. [VD] Chứng minh rằng:
$$\frac{\sqrt{\left(\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)} \cdot \sqrt{3}}{3+\sqrt[6]{108}} = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$$

Bài 6. [VD] Tính giá trị biểu thức $A = (3x^3 + 8x^2 + 2)^{2024} - 3^{2024}$ biết $x = \frac{(\sqrt{5}+2) \cdot \sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$

Bài 7. [VD] Cho $0 < a \neq 1$. Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \sqrt{6-4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{(a+3)\sqrt{a}-3a-1} : \frac{a-1}{2(\sqrt{a}-1)} - 1$$

Bài 8. [VD] Tính giá trị biểu thức:

1) $A = \frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}(3x+1)+x^2(3+x)}}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}$ với $x = 2018$

2) $M = \sqrt[4]{x} - 2\sqrt[8]{x} + 1 + 1$ với $x = 256$

CHUYÊN ĐỀ 9: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-10} = 3$ là:

- A. $x-10 < 0$. B. $x-10 \leq 0$. C. $x \geq 10$. D. $x \leq 10$.

Câu 2. [NB] Điều kiện có nghiệm của phương trình $\sqrt{x} = x-2$ là:

- A. $x-2 < 0$. B. $x \leq 2$. C. $x \geq 0$. D. $x \geq 2$.

Câu 3. [NB] Tìm m để phương trình $\sqrt{x} = m+1$ có nghiệm là $x=1$?

- A. $m=1$. B. $m=0$. C. $m=-1$. D. $m=2$.

Câu 4. [NB] Phương trình $2\sqrt{x} = \sqrt{4}$ có nghiệm là:

- A. $x=1$. B. $x=2$. C. $x=-1$. D. $x=4$.

Câu 5. [TH] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{x-3}$.



A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = -\sqrt{3}$.

D. Vô nghiệm.

Câu 6. [TH] $x = \pm\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

A. $\sqrt{2x^2 - 3} = \sqrt{4x - 3}$.

B. $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{x - 1}$.

C. $\sqrt{2x + 5} = \sqrt{1 - x}$.

D. $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3 - x}$.

Câu 7. [TH] Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\sqrt{x - 2}\sqrt{x - 1} = \sqrt{x - 1} - 1$.

B. $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3x - 5}$.

C. $\sqrt{2x^2 - 3} = \sqrt{4x - 3}$.

D. $\sqrt{1 - x^2} = x - 1$.

Câu 8. [TH] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$.

A. $x = 1; x = \sqrt{2}$.

B. $x = \pm 1$.

C. $x = \pm 1; x = \pm\sqrt{2}$.

D. $x = 1; x = \pm 2$.

Câu 9. [VD] Tập nghiệm của phương trình $4x^2 - 12x - 3\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 13 = 0$ là:

A. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2} \right\}$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

D. $S = \emptyset$.

Câu 10. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$.

A. $x = 1; x = -\sqrt{2}$.

B. $x = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}; x = \frac{\sqrt{2} - 4}{3}$.

C. $x = \sqrt{2}; x = -3$.

D. $x = 1; x = -2$.

Câu 11. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{\frac{2x - 3}{x - 1}} = 2$.

A. $x = -2$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = -\frac{1}{3}$.

D. $x = 1$.

Câu 12. [VDC] Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 3} = x - 1$ là:

A. 106.

B. 107.

C. 108.

D. 109.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

*Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai***Câu 1.** Cho phương trình $\sqrt{4x^2 - 9} = 2\sqrt{2x + 3}$.a) Phương trình có điều kiện xác định là $2x + 3 \geq 0$.b) Phương trình có điều kiện xác định là $4x^2 - 9 \geq 0; 2x + 3 \geq 0$.



c) Phương trình có điều kiện xác định là $4x^2 - 9 \geq 0$.

d) Phương trình có điều kiện xác định là $x \geq \frac{3}{2}$.

Câu 2. Số $x = -2$ là nghiệm của phương trình nào?

a) $\sqrt{x^4} = 4$.

b) $\sqrt{3-2x} = \sqrt{-4x-3}$.

c) $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 0$.

d) $\sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{x^2}$.

Câu 3. Cho phương trình $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = 2m-3$.

a) Phương trình có nghiệm với $m \geq 3$.

b) Phương trình có nhiều nhất 1 nghiệm với mọi m .

c) Phương trình có nghiệm với $m \leq \frac{3}{2}$.

d) Phương trình có nghiệm với $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt[3]{8x^2+16} - \sqrt[3]{x^2+2} - \sqrt[3]{27x^2+54} = \sqrt{m-1}$.

a) Với $m=0$ phương trình vô nghiệm.

b) Với $m=1$ phương trình có 1 nghiệm là $x = -\frac{9}{8}$.

c) Với $m \geq 1$ phương trình luôn có nghiệm.

d) Với mọi m phương trình vô nghiệm.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-3} - \sqrt{x-2} = 4$.

Câu 2. [NB] Tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$.

Câu 3. [TH] Các giá trị của m để phương trình $\sqrt{x-2} = m^2$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Giải phương trình: $\sqrt{x} - x = 0$.



Câu 5. [VD] Các giá trị của m để phương trình $\sqrt{8x - x^2} = m^2$ có 1 nghiệm là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Các giá trị của m để tổng 2 nghiệm của phương trình $\sqrt{2mx - x^2} = 3$ bằng 10 là bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình $\sqrt{9(x-2)^2} = 6$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 1} = x - 1$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 28$.

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{5+x} + \sqrt{31-x} = 6$.

Ví dụ 5 [VD]: Giải phương trình $2x + 5 - 5\sqrt{2x+1} = 0$.

Ví dụ 6 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{(2x-8)(4+x)} + 2\sqrt{2x-8} = 0$.

Ví dụ 7 [VD]: Giải phương trình $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$.

Ví dụ 8 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^3+8}{2x+1}} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x^2-2x+4} + \sqrt{2x+1}$.

Ví dụ 9 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 2\sqrt{x} + \sqrt{2x+2}$.

Ví dụ 10 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + 2x = \sqrt{x-4} - 5$.

Ví dụ 11 [VDC]: Giải phương trình $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$.

Ví dụ 12 [VDC]: Giải phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 9} = 3$.

Bài 2. [NB] Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 4} = \sqrt{4-x}$.

Bài 3. [TH] Giải phương trình $3\sqrt{3x} + \sqrt{12x} - 3\sqrt{27x} = -16$.

Bài 4. [VD] Giải phương trình $\sqrt{3+x} - \sqrt{2-x} = 1$.



Bài 5. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + \sqrt{(x+1)(4-x)} = 5$.

Bài 6. [VD] Giải phương trình $\sqrt{(3x-6)(4+x)} - 3\sqrt{3x-6} = 0$.

Bài 7. [VD] Giải phương trình $\sqrt[3]{x+11} + \sqrt[3]{16-x} = 3$.

Bài 8. [VD] Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^3+1}{x+3}} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x^2-x+1} + \sqrt{x+1}$.

Bài 9. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x+7} + \sqrt{4x+1} = \sqrt{5x-6} + 2\sqrt{2x-3}$.

Bài 10. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x^2+5x+5} + x^2 = \sqrt{x+2} - 3x - 2$.

Bài 11. [VDC] Giải phương trình $2(x^2+2) = 5\sqrt{x^3+1}$.

Bài 12. [VDC] Giải phương trình $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} = 3 + \sqrt[3]{(2-x)(7+x)}$.



CHUYÊN ĐỀ 10: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-10} = 3$ là:

- A. $x-10 < 0$. B. $x-10 \leq 0$. C. $x \geq 10$. D. $x \leq 10$.

Câu 2. [NB] Điều kiện có nghiệm của phương trình $\sqrt{x} = x-2$ là:

- A. $x-2 < 0$. B. $x \leq 2$. C. $x \geq 0$. D. $x \geq 2$.

Câu 3. [NB] Tìm m để phương trình $\sqrt{x} = m+1$ có nghiệm là $x=1$?

- A. $m=1$. B. $m=0$. C. $m=-1$. D. $m=2$.

Câu 4. [NB] Phương trình $2\sqrt{x} = \sqrt{4}$ có nghiệm là:

- A. $x=1$. B. $x=2$. C. $x=-1$. D. $x=4$.

Câu 5. [TH] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{x-3}$.

- A. $x=3$. B. $x=-3$. C. $x=-\sqrt{3}$. D. Vô nghiệm.

Câu 6. [TH] $x = \pm\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

- A. $\sqrt{2x^2-3} = \sqrt{4x-3}$. B. $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x-1}$.

- C. $\sqrt{2x+5} = \sqrt{1-x}$. D. $\sqrt{x^2-x} = \sqrt{3-x}$.

Câu 7. [TH] Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $\sqrt{x-2}\sqrt{x-1} = \sqrt{x-1}-1$. B. $\sqrt{x^2-x} = \sqrt{3x-5}$.

- C. $\sqrt{2x^2-3} = \sqrt{4x-3}$. D. $\sqrt{1-x^2} = x-1$.

Câu 8. [TH] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-1}-x^2+1=0$.

- A. $x=1$; $x=\sqrt{2}$. B. $x=\pm 1$. C. $x=\pm 1$; $x=\pm\sqrt{2}$. D. $x=1$; $x=\pm 2$.

Câu 9. [VD] Tập nghiệm của phương trình $4x^2-12x-3\sqrt{4x^2-12x+11}+13=0$ là:

- A. $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2} \right\}$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 10. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{9x^2+6x+1} = \sqrt{11-6\sqrt{2}}$.



A. $x = 1; x = -\sqrt{2}$.

B. $x = \frac{2-\sqrt{2}}{3}; x = \frac{\sqrt{2}-4}{3}$.

C. $x = \sqrt{2}; x = -3$.

D. $x = 1; x = -2$.

Câu 11. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$.

A. $x = -2$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = -\frac{1}{3}$.

D. $x = 1$.

Câu 12. [VDC] Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3} = x-1$ là:

A. 106.

B. 107.

C. 108.

D. 109.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3}$.

a) Phương trình có điều kiện xác định là $2x+3 \geq 0$.

b) Phương trình có điều kiện xác định là $4x^2-9 \geq 0; 2x+3 \geq 0$.

c) Phương trình có điều kiện xác định là $4x^2-9 \geq 0$.

d) Phương trình có điều kiện xác định là $x \geq \frac{3}{2}$.

Câu 2. Số $x = -2$ là nghiệm của phương trình nào?

a) $\sqrt{x^4} = 4$.

b) $\sqrt{3-2x} = \sqrt{-4x-3}$.

c) $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 0$.

d) $\sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{x^2}$.

Câu 3. Cho phương trình $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = 2m-3$.

a) Phương trình có nghiệm với $m \geq 3$.

b) Phương trình có nhiều nhất 1 nghiệm với mọi m .

c) Phương trình có nghiệm với $m \leq \frac{3}{2}$.



d) Phương trình có nghiệm với $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt[3]{8x^2 + 16} - \sqrt[3]{x^2 + 2} - \sqrt[3]{27x^2 + 54} = \sqrt{m-1}$.

a) Với $m=0$ phương trình vô nghiệm.

b) Với $m=1$ phương trình có 1 nghiệm là $x = -\frac{9}{8}$.

c) Với $m \geq 1$ phương trình luôn có nghiệm.

d) Với mọi m phương trình vô nghiệm.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-3} - \sqrt{x-2} = 4$.

Câu 2. [NB] Tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$.

Câu 3. [TH] Các giá trị của m để phương trình $\sqrt{x-2} = m^2$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Giải phương trình: $\sqrt{x} - x = 0$.

Câu 5. [VD] Các giá trị của m để phương trình $\sqrt{8x-x^2} = m^2$ có 1 nghiệm là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Các giá trị của m để tổng 2 nghiệm của phương trình $\sqrt{2mx-x^2} = 3$ bằng 10 là bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình $\sqrt{9(x-2)^2} = 6$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{2x^2+1} = x-1$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 28$.

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{5+x} + \sqrt{31-x} = 6$.

Ví dụ 5 [VD]: Giải phương trình $2x+5-5\sqrt{2x+1} = 0$.

Ví dụ 6 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{(2x-8)(4+x)} + 2\sqrt{2x-8} = 0$.

Ví dụ 7 [VD]: Giải phương trình $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$.



Ví dụ 8 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^3+8}{2x+1}} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x^2-2x+4} + \sqrt{2x+1}$.

Ví dụ 9 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 2\sqrt{x} + \sqrt{2x+2}$.

Ví dụ 10 [VD]: Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + 2x = \sqrt{x-4} - 5$.

Ví dụ 11 [VDC]: Giải phương trình $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$.

Ví dụ 12 [VDC]: Giải phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+9} = 3$.

Bài 2. [NB] Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+4} = \sqrt{4-x}$.

Bài 3. [TH] Giải phương trình $3\sqrt{3x} + \sqrt{12x} - 3\sqrt{27x} = -16$.

Bài 4. [VD] Giải phương trình $\sqrt{3+x} - \sqrt{2-x} = 1$.

Bài 5. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + \sqrt{(x+1)(4-x)} = 5$.

Bài 6. [VD] Giải phương trình $\sqrt{(3x-6)(4+x)} - 3\sqrt{3x-6} = 0$.

Bài 7. [VD] Giải phương trình $\sqrt[3]{x+11} + \sqrt[3]{16-x} = 3$.

Bài 8. [VD] Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^3+1}{x+3}} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x^2-x+1} + \sqrt{x+1}$.

Bài 9. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x+7} + \sqrt{4x+1} = \sqrt{5x-6} + 2\sqrt{2x-3}$.

Bài 10. [VD] Giải phương trình $\sqrt{x^2+5x+5} + x^2 = \sqrt{x+2} - 3x - 2$.

Bài 11. [VDC] Giải phương trình $2(x^2+2) = 5\sqrt{x^3+1}$.

Bài 12. [VDC] Giải phương trình $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} = 3 + \sqrt[3]{(2-x)(7+x)}$.



CHUYÊN ĐỀ 11: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN

DẠNG 1: PHƯƠNG PHÁP 1: NÂNG LŨY THỪA

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{x-2}+1=4$ có nghiệm x bằng:

- A. 5. B. 11. C. 121. D. 25

Câu 2. [NB] Phương trình $\sqrt{x^2+9}=5$ có nghiệm x bằng:

- A. 4. B. -4. C. ± 4 . D. 5.

Câu 3. [NB] Phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=2$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \{1; -4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \emptyset$. D. $S = \{-4\}$.

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $x-\sqrt{2x-5}=4$ là:

- A. Một nghiệm. B. Hai nghiệm.
C. Ba nghiệm. D. Bốn nghiệm.

Câu 5. [TH] Phương trình $x+\sqrt{x+1}=2+\sqrt{x+1}$ có nghiệm là:

- A. $x=2$. B. $x \geq -1$. C. $x=-2$. D. $x=-1$.

Câu 6. [TH] Phương trình $2x-\sqrt{x-8}=\sqrt{8-x}+16$ có nghiệm là:

- A. $x=16$. B. $x=0$. C. $x=8$. D. $x=32$.

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}+\sqrt{5-x}=4$ là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 8. [TH] Số nghiệm của phương trình $x-\sqrt{3x+4}=2$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$ là:

- A. -1. B. 1. C. 3. D. -3.

Câu 10. [VD] Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ là:

- A. 1. B. 0. C. 5. D. 2.

Câu 11. [VD] Số nghiệm của phương trình $x^2-5x+4\sqrt{x-2}=0$ là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.



Câu 12. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1} + \sqrt[3]{4x+2} = 0$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{x^2-1} = 2$

a) Phương trình xác định với mọi giá trị của x

b) ĐKXD: $-1 \leq x \leq 1$

c) ĐKXD: $x \leq -1; x \geq 1$

d) ĐKXD: $x = 1$

Câu 2. Biết phương trình $\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$ có nghiệm duy nhất là $x = x_0$.

a) $x_0 = 5$.

b) $x_0 = -4$.

c) $x_0 = 6$.

d) $x_0 = -5$.

Câu 3: Phương trình $\sqrt[3]{7x+1} = x+1$ có nghiệm là:

a) $x = -4$.

b) $x = 1$.

c) $x = 0$.

d) $x = 4$.

Câu 4. Phương trình $\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

a) Vô nghiệm.

b) 1 nghiệm.

c) Vô số nghiệm.

d) 2 nghiệm.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{3x+1} = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 2. [NB] Tổng các giá trị của x để $\sqrt{x^2-6x+9} = 2$ là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3$ là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $\sqrt{2+\sqrt{x}} = 2$

Câu 5. [VD]: Cho $x \geq 1$ thỏa mãn $\sqrt{x-1} = 2$. Giá trị của biểu thức $x^2 - 3x$ là:



Câu 6. [VD] Tìm x để $A = x + 1 - 2\sqrt{x-2}$, $x \geq 2$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x+1} = x-1$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình: $x - \sqrt{2x+3} = 0$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{x-2} = 3\sqrt{x^2-4}$

VD4 [VD]: Giải các phương trình

a) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

b) $2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$

2) $(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} = 0$

3) $\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$

4) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$

5) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{18x} - 6\sqrt{\frac{2x}{9}} = 3 - \sqrt{\frac{x}{2}}$

b) $\sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} = 1$

c) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + \frac{1}{3}\sqrt{27x} = -4$

d) $\sqrt{4(1-3x)} + \sqrt{9(1-3x)} = 10$

e) $3\sqrt{2x} + 5\sqrt{8x} - 20 - \sqrt{18x} = 0$

f) $\frac{2}{3}\sqrt{x-3} + \frac{1}{6}\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} = \frac{-2}{3}$

Bài 3. [TH] Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} = 4 + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}}$

b. $\sqrt{x-3} = 3-x$

c. $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

d. $\sqrt{x^2-1} - x^2 + 1 = 0$

e. $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{25x-25} + 2 = 0$

h. $\sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3}$

i. $\frac{1}{3}\sqrt{x-2} - \frac{2}{3}\sqrt{9x-18} + 6\sqrt{\frac{x-2}{81}} = -4$

j. $3\sqrt{x^2-1} + 2\sqrt{x+1} = 0$

k. $\sqrt{9x+27} + 4\sqrt{x+3} - \frac{3}{4}\sqrt{16x+48} = 0$

l. $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 0$



f. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1$

g. $\sqrt{4x - 20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

m. $\sqrt{1-x} + \sqrt{4-4x} = \frac{1}{3}\sqrt{16-16x} + 5$

n. $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 4x^2 = 25$

Bài 4. [TH] Giải các phương trình sau:

1. $x^2 - 5 + 5\sqrt{x^2 + 1} = 0$

2. $\sqrt{9x-9} + \sqrt{25x-25} = \sqrt{\frac{x-1}{9}} + 1$

3. $3\sqrt{4x+4} - \sqrt{9x+9} - 8\sqrt{\frac{x+1}{16}} = 5$

4. $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$

5. $\sqrt{9x-45} - \sqrt{x-5} - 4 - \frac{1}{2}\sqrt{4x-20} = 0$

6. $\frac{1}{3}\sqrt{9x+9} - 2\sqrt{x+1} + 8\sqrt{\frac{4x+4}{25}} = 11$

7. $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$

8. $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = -17$

9. $\sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 45 - \sqrt{x-2}$

10. $(x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

11. $\frac{2}{3}\sqrt{9x-9} + \frac{1}{3}\sqrt{4x-4} - \sqrt{16x-16} = \frac{10}{3}$

12. $4x^2 - 12x - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 15 = 0$

13. $\frac{3}{2}\sqrt{4+8x} - \frac{5}{3}\sqrt{9+18x} - \frac{1}{4}\sqrt{16+32x} = 1$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$

b. $\sqrt{9x^2 + 18} + 2\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{25x^2 + 50} + 3 = 0$

c. $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 1$

d. $\sqrt{4-8x} + \frac{6}{5}\sqrt{25-50x} - 49\sqrt{\frac{9-18x}{49}} + 39 = 0$

e. $\sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{x}$

f. $5\sqrt{2x+1} + \frac{7}{3}\sqrt{8x+9} - \sqrt{8x+4} - \sqrt{2x+1} = 18$

g. $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = 2$

h. $2\sqrt{9x+9} - \frac{1}{4}\sqrt{16x+16} - 5\sqrt{x+1} = -6 - \sqrt{4x+4}$

Bài 6. Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{4-\sqrt{1-x}} = \sqrt{2-x}$

2) $x^2 + \sqrt{x+1} = 1$

3) $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = \frac{4}{\sqrt{x+2}}$



4) $\sqrt{x^3 - 1} = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$

5) $\sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 1$

Bài 7. [TH] Giải các phương trình sau:

1) $x + \sqrt{x - 1} = 13$

2) $3\sqrt{x + 34} - 3\sqrt{x - 3} = 1$

3) $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{3x - 5} = 2$

4) $\sqrt{1 + x\sqrt{x^2 + 4}} = x + 1$

5) $\sqrt{x + 3} = 5 - \sqrt{x - 2}$

6) $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 7} = \sqrt{12 - x}$

7) $\sqrt{x} - \sqrt{x - 1} - \sqrt{x - 4} + \sqrt{x + 9} = 0$

8) $\sqrt{x - 2} - 5 = 0$

9) $3 = \sqrt{6x - x^2}$

10) $\sqrt{5x - 1} + 2\frac{1}{2} = 0$

11) $\sqrt{3 - 2x} + 3 = \frac{19}{6}$

12) $\sqrt{8 - \frac{2}{3}x} - 5\sqrt{2} = 0$

13) $\sqrt{16x + 17} = 8x - 23$

14) $\sqrt{3x + 1} + \sqrt{2 - x} = 3$

15) $20 - \sqrt{3 - 2x} = |2x - 3|$

Bài 8. [TH] Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{x^2 - 1} = x - 1$

2) $x - \sqrt{2x + 3} = 0$

3) $x^2 + \sqrt{x + 1} = 1$

4) $\sqrt{3 + x} + \sqrt{6 - x} = 3$

5) $\sqrt{3x - 2} + \sqrt{x - 1} = 3$

6) $\sqrt{3 + x} - \sqrt{2 - x} = 1$



7) $\sqrt{x+9} = 5 - \sqrt{2x+4}$

8) $\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+1} = \sqrt{x+3}$

9) $x - \sqrt{4x-3} = 2$

Bài 9 [VD] Giải các phương trình sau:

1) $x - 7\sqrt{x-3} - 9 = 0$

2) $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{9}{2}\sqrt{x-1} + 3\sqrt{x-1} = -17$

3) $\sqrt{x-3} - \frac{5}{3}\sqrt{9x-27} + \frac{3}{2}\sqrt{4x-12} = -1$

4) $x + 5 - 5\sqrt{x-1} = 0$

5) $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

6) $3x - 7\sqrt{x} + 4 = 0$

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP 2: DÙNG HẸNG ĐẲNG THỨC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{x^2} = 2$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \{\pm 2\}$ B. $S = \{4\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = -2$.

Câu 2. [NB] Trong các số dưới đây, số nào là nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$?

- A. 4. B. -4. C. ± 4 . D. 5.

Câu 3. [NB] Phương trình $x - 6\sqrt{x} + 9 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 0$. B. $x = 9$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1}^2 = 3 - \sqrt{x}^2$ là:

- A. Một nghiệm. B. Hai nghiệm.
C. Ba nghiệm. D. Bốn nghiệm.

Câu 5. [TH] Phương trình $\sqrt{x-1} - 1^2 + \sqrt{x+2} - 2^2 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 6. [TH] Phương trình $x - 8 - 2\sqrt{x-8} = -1$ có nghiệm là:

- A. $x = 16$. B. $x = 0$. C. $x = 9$. D. $x = 32$.

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$ là:



- A. Một nghiệm. C. Ba nghiệm
B. Hai nghiệm D. Bốn nghiệm

Câu 8. [TH] Số nghiệm của phương trình $3x - 2\sqrt{3x} + 1 = 0$ là:

- A. Một nghiệm. C. Ba nghiệm
B. Hai nghiệm D. Bốn nghiệm

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2$ là:

- A. -2. B. 1. C. 3. D. -3.

Câu 10. [VD] Số nghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{(x-2)(x-1)}$ là:

- A. Một nghiệm. C. Ba nghiệm.
B. Hai nghiệm. D. Bốn nghiệm.

Câu 11. [VD] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2} - 1 = x$ là:

- A. Một nghiệm. C. Ba nghiệm.
B. Hai nghiệm. D. Vô nghiệm.

Câu 12. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} = x$ là:

- C. Một nghiệm. C. Ba nghiệm.
D. Hai nghiệm. D. Vô nghiệm.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{x+4} - 2\sqrt{x+3} = 2$

- a) Phương trình xác định với mọi giá trị của x
b) ĐKXD: $x \leq -3$
c) ĐKXD: $x \geq -3$
d) ĐKXD: $x \geq -4$

Câu 2. Phương trình $\sqrt{7x+1}^2 = m$ có nghiệm khi

- a) $m = 0$.
b) $m > 0$.
c) $m < 0$.
d) $m \geq 0$.

Câu 3: Phương trình $\sqrt[3]{7x+1}^2 = 1$ có nghiệm là:

- a) $x = 0$.



b) $x = \frac{-2}{7}$.

c) $x = 1$.

d) $x = 4$.

Câu 4. Điều kiện của x để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$ có nghiệm là?

a) $x = 1$

b) $x < 1$

c) $x \geq 1$

d) $x = -1$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{5-x}^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 2. [NB] Tổng các giá trị của x để $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$ là:

Câu 3. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{9x^2 + 36x + 9} = 1$ là:

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $4\sqrt{x} = x + 4$

Câu 5. [VD]: Cho $x \geq 1$ thỏa mãn $\sqrt{x^2} = 2$. Giá trị của biểu thức $x^2 - x$ là:

Câu 6. [VD] Nghiệm của phương trình $x - 3 = 2\sqrt{x-2}$ là:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8$

b) $4\sqrt{x+3} = 1 + 4x + \frac{3}{x}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$

b) $4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-4\sqrt{x}+4} = 3$

b) $12\sqrt{x} + 2\sqrt{x-1} = 3x + 9$

VD4 [VD]: Giải phương trình

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các phương trình sau:



1) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$

2) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x - 1$

3) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4$

4) $\sqrt{x + 4\sqrt{x} + 4} = 5x + 2$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{2x^2 + 8x + 8} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

2) $\sqrt{x + 6 - 2\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$

3) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + 2x = 10$

4) $x^2 + 2x - \sqrt{x^2 + 2x + 1} - 5 = 0$

5) $\sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1} - \sqrt{x - 4\sqrt{x} + 4} = 10$

6) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$

Bài 3. [VD] Giải các phương trình sau:

1) $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$

2) $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = \frac{x + 3}{2}$

3) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2 + x + 1} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 0$

4) $\sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x - 1}} = 4$

DẠNG 3: PHƯƠNG PHÁP 3: ĐẶT ẨN PHỤ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Nêu điều kiện của $t = \sqrt{x - 2}$?

A. $t \geq 0$.

B. $t = 0$.

C. $t > 0$.

D. $t \leq 0$.

Câu 2. [NB] Nêu điều kiện của $t = \sqrt{x^2 + 4}$

A. $t \geq 4$.

B. $t \geq 0$.

C. $t > 0$.

D. $t \geq 2$.

Câu 3. [NB] Phương trình $\sqrt{x - 1} = x - 3$ có tập nghiệm là:

A. $S = \{1; 3\}$.

B. $S = \{-5\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{5\}$.

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $2x - \sqrt{2x - 5} = 4$ là?



A. Một nghiệm.

B. Hai nghiệm.

C. Ba nghiệm.

D. vô nghiệm.

Câu 5. [TH] Phương trình $x + \sqrt{x+1} = 2 - \sqrt{x+1}$ có nghiệm là:

A. $x = 0$.

B. $x \geq -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Câu 6. [TH] Phương trình $2x - \sqrt{x-8} = \sqrt{x-8} + 16$ có tập nghiệm là:

A. $8; 9$.

B. $-8; -9$.

C. $-8; 9$.

D. $8; -9$.

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $2\sqrt{x-4} = x-4$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 8. [TH] Tích các nghiệm của phương trình $3\sqrt{x+3} = 4x+11$ là

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-2x+9} + \sqrt{3x^2-2x+2} = 7$ là:

A. -3.

B. 3.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 10. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $x^2 + \sqrt{x^2+11} = 31$?

A. -1.

B. 1.

C. 10.

D. 0.

Câu 11. [VD]

Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x+12} = x^2+3x$ là?

A. 1.

B. -1.

C. -3.

D. 3.

Câu 12. [VDC] Biết phương trình $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính tổng $T = x_1 + 2x_2$

A. -1.

B. -2.

C. 1.

D. 2.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Câu 1. Biết phương trình $\sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

a) $x_1 + 2x_2 = 0$.

b) $2x_1 = x_2$.

c) $x_1 = 2x_2$.

d) $2x_1 + x_2 = 0$.

Câu 2. Biết phương trình $\sqrt{\sqrt{x}-1} + 2\sqrt{x}-1 = x$. Nghiệm của phương trình là?

a) $x = 4$.

b) $x = 1$.

c) $x = -1$.



d) $x=1; x=4$.

Câu 3: Chọn khẳng định đúng. Phương trình $\sqrt[3]{7x+1} = 7x+1$ có bao nhiêu nghiệm:

a) 3 nghiệm.

b) vô nghiệm.

c) vô số nghiệm.

d) 2 nghiệm.

Câu 4. Biết phương trình $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Hệ thức biểu thị mối quan hệ giữa 2 nghiệm là?

a) $x_1 = \frac{1}{4}x_2$.

b) $4x_1 + x_2 = 0$.

c) $x_1 + 4x_2 = 0$.

d) $x_1 = 4x_2$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x+12} = x^2+3x$ là?

Câu 2. [NB] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Biết phương trình $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính tổng $T = x_1 + 2x_2$

Câu 4. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x-1} - 6x + 2 = 0$ là bao nhiêu:

Câu 5. [VD] Tổng bình phương các nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{5-x} + \sqrt{(x+2)(5-x)} = 4 \text{ là:}$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

I. Đặt một ẩn phụ

1. Đặt một ẩn phụ hoàn toàn

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau $x^2 - 4x + 2 = 2\sqrt{x^2 - 4x + 5}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $(x+1)(x+4) = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$

VD4 [VD]: Giải phương trình



$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x(x+5) &= 2\sqrt{x^2+5x-2} - 2 & \text{c)} \quad (x-1)(x+3) + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} &= 8 \\ \text{b)} \quad \sqrt{x} + \sqrt{9-x} &= \sqrt{-x^2+9x+9} \end{aligned}$$

2. Đặt một ẩn phụ không hoàn toàn

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x+3}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $6x^2 - 10x + 5 = (4x-1)\sqrt{6x^2 - 6x + 5}$

3. Đặt một ẩn phụ, chuyển về giải hệ phương trình

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $x^2 = \sqrt{2-x} + 2$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $x.\sqrt[3]{35-x^3} \left(x + \sqrt[3]{35-x^3} \right) = 30$

II. Đặt hai ẩn phụ

1. Đặt hai ẩn phụ, chuyển về giải hệ phương trình

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{10-x^2} = 5$

2. Đặt hai ẩn phụ, chuyển về giải một phương trình hai ẩn

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $2x+1+x\sqrt{x^2+2} + (x+1)\sqrt{x^2+2x+3} = 0$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{4x^2-1} - \sqrt{2x+1} = 1+x-2x^2$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a.} \quad (x+5)(2-x) &= 3\sqrt{x^2+3x} \\ \text{b.} \quad \sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} &= 3 \\ \text{c.} \quad (x-1)^2 + 2(x+1)\sqrt{\frac{x-3}{x+1}} &= 12 \\ \text{d.} \quad 4\sqrt{x+1} &= x^2 - 5x + 14 \\ \text{e.} \quad 2(x^2+2) &= 5\sqrt{x^3+1} \\ \text{f.} \quad 1 + \frac{2}{3}\sqrt{x-x^2} &= \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \end{aligned}$$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a.} \quad 2x^2 - 3x + 2 &= x\sqrt{3x-2} \\ \text{b.} \quad x^2 + 3x + 4 &= (x+3)\sqrt{x^2+x+2} \\ \text{c.} \quad x^2 - 2x &= 2\sqrt{2x-1} \end{aligned}$$



d. $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x - 1}$

e. $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$

f. $x^2 + \sqrt{x^2 + 1} = x + \sqrt{x + 1}$

g. $21x - 25 + 2\sqrt{x - 2} = 19\sqrt{x^2 - x + 2} + \sqrt{x + 1}$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a. $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3x$

b. $3\sqrt{x^2 + 3x} = (x + 5)(2 - x)$

c. $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

DẠNG 4: PHƯƠNG PHÁP 4: NHÂN LIÊN HỢP

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{4x + 1} - \sqrt{3x - 2} = \frac{x + 3}{5}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{2x - 3} = \sqrt{x + 3} + \sqrt{x - 1}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{6 - x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\frac{2x^2}{3 - \sqrt{9 + 2x}} = x + 9$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải các phương trình sau

1) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 3} = 2$

2) $\sqrt[3]{x - 2} - \sqrt[3]{2x - 2} = -1$

3) $\sqrt{3x^2 - 5x + 1} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3(x^2 - x - 1)} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

DẠNG 5: PHƯƠNG PHÁP 5: ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 10x + 21} = 3\sqrt{x + 3} + 2\sqrt{x + 7} - 6$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $2\sqrt{x^2 - 9} = (x + 5)\sqrt{\frac{x + 3}{x - 3}}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt[3]{x + 1} + \sqrt[3]{x + 2} = 1 + \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x + 3} + 2x\sqrt{x + 1} = 2x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Giải các phương trình sau

$$1) \sqrt{x+3} + \frac{4x}{\sqrt{x+3}} = 4\sqrt{x}$$

$$2) \sqrt{\sqrt{3}-x} = x\sqrt{\sqrt{3}+x}$$

$$3) 2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$$

DẠNG 6: PHƯƠNG PHÁP 6: ĐÁNH GIÁ

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} = 5 - (x+1)^2$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $x^2 - 3x + \frac{7}{2} = \sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x} = x^2 - 10x + 27$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} = \sqrt{x+9}$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải các phương trình sau:

$$1) \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38$$

$$2) \sqrt{-x^2 + 3x - 2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2}$$

$$3) \sqrt{x-1} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2}$$

$$4) \sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$$



CHUYÊN ĐỀ: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

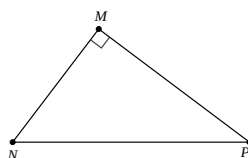
CHỦ ĐỀ 1: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

DẠNG 1: TÍNH TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

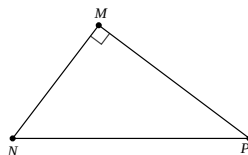
1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\sin MNP$ bằng



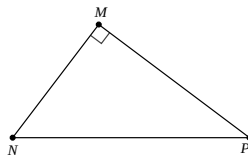
- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 2: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cos MNP$ bằng



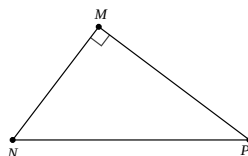
- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 3: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan MNP$ bằng:



- A. $\frac{MN}{NP}$. B. $\frac{MP}{NP}$. C. $\frac{MN}{MP}$. D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 4: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cot MNP$ bằng:





A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 5: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2cm$, $AC = 0,9cm$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B$; $\cos B$.

A. $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,8$.

B. $\sin B = 0,8$; $\cos B = 0,6$.

C. $\sin B = 0,4$; $\cos B = 0,8$.

D. $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,4$.

Câu 6: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8cm$, $AC = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\tan C \approx 0,87$.

B. $\tan C \approx 0,86$.

C. $\tan C \approx 0,88$.

D. $\tan C \approx 0,89$.

Câu 7: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 13cm$, $BH = 0,5dm$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $\sin C \approx 0,35$.

B. $\sin C \approx 0,37$.

C. $\sin C \approx 0,39$.

D. $\sin C \approx 0,38$.

Câu 8: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 4cm$, $BH = 3cm$. Tính tỉ số lượng giác $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\cos C \approx 0,76$.

B. $\cos C \approx 0,77$.

C. $\cos C \approx 0,75$.

D. $\cos C \approx 0,78$.

Câu 9: [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\tan B = 4$.

A. $\tan C = \frac{1}{4}$.

B. $\tan C = 4$.

C. $\tan C = 2$.

D. $\tan C = \frac{1}{2}$.

Câu 10: [VD] Tính $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

A. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{7}}$; $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 11: [VD] Cho α là góc nhọn bất kỳ. Tính $\cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{5}{13}$.

A. $\cot \alpha = \frac{12}{5}$.

B. $\cot \alpha = \frac{11}{5}$.

C. $\cot \alpha = \frac{5}{12}$.

D. $\cot \alpha = \frac{13}{5}$.

Câu 12: [VDC] Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 3 : 2$. Khi đó $\tan ABC \cdot \tan ACB$ bằng:

A. 3.

B. 5.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{5}{3}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào là đúng, sai ?



A. $\sin B = \cos C$. B. $\cot B = \cot C$. C. $\tan B = \cot C$. D. $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$.

Câu 2. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$ và $BC = 5\text{cm}$. Khẳng định nào đúng, sai?

A. $\cos B = \frac{3}{4}$ B. $\sin C = \frac{3}{5}$ C. $\sin B = \frac{4}{5}$
D. $\cot C = \frac{4}{5}$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = \frac{5}{13}AB$. Khẳng định nào là đúng, sai ?

A. $\cos A = \frac{5}{13}$ B. $\tan B = \frac{12}{5}$ C. $\sin A + \sin B = \frac{17}{13}$ D. $\cot A + \cot B = \frac{37}{60}$

Câu 4. Khẳng định nào đúng, sai?

A. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. B. $\cot 40^\circ < \cot 50^\circ$.
C. $\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = 2$. D. $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = \frac{1}{2}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó $\cos C$ bằng tỉ số....

Câu 2. [NB] Cho α và β là hai góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khi đó $\tan \alpha = \dots$

Câu 3. [TH] Cho α là góc nhọn bất kỳ. Giá trị của $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ bằng....

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có $AC = 15\text{cm}$, $CH = 6\text{cm}$. Tỉ số lượng giác $\cos B$ là.....

Câu 5. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có $CH = 11\text{cm}$, $BH = 12\text{cm}$. Tỉ số lượng giác $\sin B$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) là.....

Câu 6. [VDC]

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Tam giác ABC vuông tại A, $AB = 1,5$; $BC = 3,5$. Tính tỉ số lượng giác của góc C rồi suy ra các tỉ số lượng giác của góc B.

Ví dụ 2 [TH]: Cho ΔABC vuông tại A, Chứng minh rằng: $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

Ví dụ 3 [TH]: ΔABC vuông tại A có $BC = 2AB$. Tính các tỉ số lượng giác của góc C.

Ví dụ 4 [VD]: Tam giác ABC cân tại A, có $BC = 6$, đường cao $AH = 4$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc A.

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Biết $AB = 7,5\text{cm}$; $AH = 6\text{cm}$.

a) Tính AC, BC;



b) Tính $\cos B$, $\cos C$.

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC , đường cao AH , trung tuyến AM . Biết $AH = 12\text{ cm}$, $BH = 9\text{ cm}$, $CH = 16\text{ cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc HAM .

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A . Chứng minh rằng: $\cot B + \cot C \geq 2$.

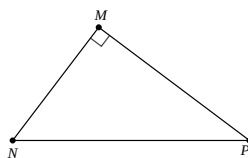
Bài 5 [VD] Cho tam giác ABC nhọn, gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh đối diện với các đỉnh A, B, C . Chứng minh rằng: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

DẠNG 2: TÍNH CẠNH VÀ GÓC NHỌN CHƯA BIẾT TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

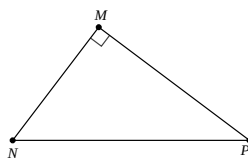
1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $MN = 12\text{ cm}$ và $\cos MNP = \frac{1}{2}$. Khi đó NP bằng



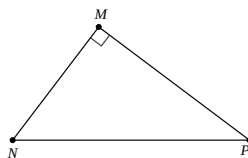
- A. 6 cm . B. 12 cm . C. 9 cm . D. 15 cm .

Câu 2: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $NP = 14\text{ cm}$ và $\sin MPN = \frac{1}{4}$. Khi đó MN bằng:



- A. $3,5\text{ cm}$. B. 7 cm . C. 10 cm . D. 28 cm .

Câu 3: [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M , $NP = 9\text{ cm}$ và $\angle MNP = 30^\circ$. Khi đó MN bằng:



- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}\text{ cm}$. B. $6\sqrt{3}\text{ cm}$. C. $9\sqrt{3}\text{ cm}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$.

Câu 4: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{ cm}$, $\cot C = \frac{7}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



- A. $AC \approx 4,39(cm); BC \approx 6,66(cm)$. B. $AC \approx 4,38(cm); BC \approx 6,65(cm)$.
C. $AC \approx 4,38(cm); BC \approx 6,64(cm)$. D. $AC \approx 4,37(cm); BC \approx 6,67(cm)$.

Câu 5: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9cm, \tan C = \frac{5}{4}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC . (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

- A. $AC = 11,53; BC = 7,2$. B. $AC = 7; BC \approx 11,53$.
C. $AC = 5,2; BC \approx 11$. D. $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

Câu 6: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10cm, C = 30^\circ$. Tính $AB; BC$.

- A. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$. B. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.
C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$. D. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 7: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20cm, C = 60^\circ$. Tính $AB; BC$.

- A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$. B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.
C. $AB = 20; BC = 40$. D. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

Câu 8: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12cm; B = 40^\circ$. Tính $AC; C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. $AC \approx 7,71; C = 40^\circ$. B. $AC \approx 7,72; C = 50^\circ$.
C. $AC \approx 7,71; C = 50^\circ$. D. $AC \approx 7,73; C = 50^\circ$.

Câu 9: [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15cm, B = 55^\circ$. Tính $AC; C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

- A. $AC \approx 12,29; C = 45^\circ$. B. $AC \approx 12,29; C = 35^\circ$.
C. $AC \approx 12,2; C = 35^\circ$. D. $AC \approx 12,92; C = 40^\circ$.

Câu 10: [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15cm, AB = 12cm$. Tính $AC; B$.

- A. $AC = 8(cm); B \approx 36^\circ 52'$. B. $AC = 9(cm); B \approx 36^\circ 52'$.
C. $AC = 9(cm); B \approx 37^\circ 52'$. D. $AC = 9(cm); B \approx 36^\circ 55'$.

Câu 11: [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 7cm, AB = 5cm$. Tính $BC; C$.

- A. $BC = \sqrt{74}(cm); C \approx 35^\circ 32'$. B. $BC = \sqrt{74}(cm); C \approx 36^\circ 32'$.
C. $BC = \sqrt{74}(cm); C \approx 35^\circ 33'$. D. $BC = \sqrt{75}(cm); C \approx 35^\circ 32'$.



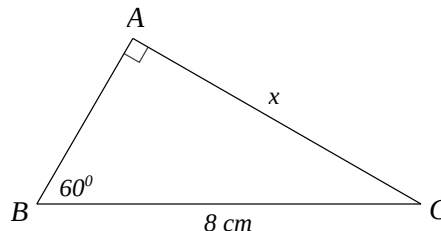
Câu 12: [VDC] Cho tam giác ABC có $AB = 16, AC = 14$ và $B = 60^\circ$. Tính BC .

- A. $BC \approx 17\text{cm}$. B. $BC \approx 19\text{cm}$. C. $BC \approx 15\text{cm}$. D. $BC \approx 12\text{cm}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho Hình 3.

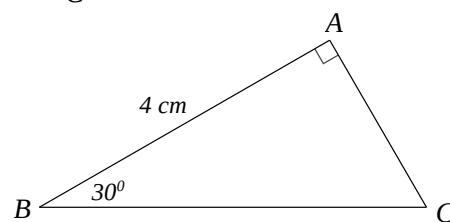
- a) Tìm x .
b) Tính cạnh AB .



Hình 3

Ví dụ 2 [TH]: Cho Hình 4.

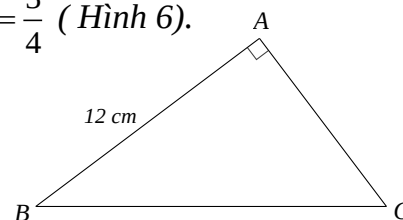
- a) Tính cạnh AC và BC
b) Chứng minh rằng $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$.



Hình 4

Ví dụ 3 [TH]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 12\text{ cm}$ và $\tan B = \frac{3}{4}$ (Hình 6).

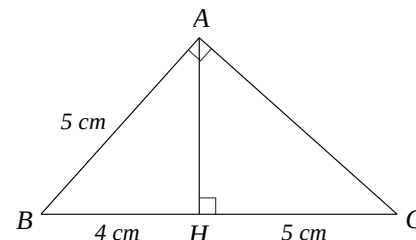
- a) Tính AC và BC .
b) Tính số đo góc B .



Hình 6

Ví dụ 4 [VD]: Cho Hình 17.

- a) Tính các góc của $\triangle ABC$
b) Tính chu vi và diện tích của $\triangle ABC$



Hình 17

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 15\text{ cm}$. Biết $\cot B = \frac{5}{13}$ (Hình 8). Tính AC

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A biết $B = 50^\circ$, $AC = 5\text{ cm}$. Tính AB .

Bài 3. [VD] : Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AC = 16\text{ cm}$ và $\sin CAH = \frac{4}{5}$.

Tính độ dài các cạnh BC , AB .

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AB = 5\text{ cm}$ và $BC = 13\text{ cm}$. Từ H kẻ HK vuông góc với AB ($K \in AB$). Tính AC , BH và $\cos HBK$.

Bài 5 [VD] Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 50^\circ, CA = 3,5\text{ cm}$. Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?





DẠNG 3: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA HAI GÓC PHỤ NHAU – SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các đẳng thức sau. Đẳng thức nào đúng

- A. $\sin 60^\circ = \cos 60^\circ$. B. $\sin 60^\circ = \tan 60^\circ$ C. $\sin 60^\circ = \tan 30^\circ$ D. $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$.

Câu 2. [NB] Biết $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Đẳng thức nào sau đây đúng

- A. $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$. B. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. C. $\tan 60^\circ = \frac{1}{2}$. D. $\tan 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Câu 3. [NB] Trong các đẳng thức sau. Đẳng thức nào đúng

- A. $\tan 60^\circ = \cot 60^\circ$. B. $\cos 60^\circ = \tan 60^\circ$ C. $\cot 60^\circ = \tan 30^\circ$ D. $\cot 60^\circ = \cos 30^\circ$.

Câu 4. [NB] Cho $\alpha = 35^\circ, \beta = 55^\circ$. Khoanh tròn trước câu trả lời **sai**

- A. $\sin \alpha = \sin \beta$. B. $\sin \alpha = \cos \beta$ C. $\tan \alpha = \cot \beta$ D. $\cos \alpha = \sin \beta$.

Câu 5. [TH] Giá trị biểu thức $A = 2025 \cdot \sin^2 25^\circ + 2025 \cdot \sin^2 65^\circ$

- A. 2023 B. 2024 C. 2025 D. 2026.

Câu 6. [TH] Giá trị biểu thức $P = 2024 \cdot \cos^2 10^\circ + 2024 \cdot \cos^2 80^\circ$

- A. 2023 B. 2024 C. 2025 D. 2026.

Câu 7. [TH] Giá trị biểu thức $P = \cos 10^\circ + \sin 15^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A. 1,24. B. 1,23. C. 1,25. D. 1,26.

Câu 8. [TH] Giá trị biểu thức $A = \sin 18^\circ + \tan 28^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A. 0,83. B. 0,84. C. 0,85. D. 0,86.

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $A = \tan 28^\circ + \cot 48^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) có kết quả bằng

- A. 1,42. B. 1,43. C. 1,45. D. 1,46.

Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\cot B = 2$.

- A. $\tan C = \frac{1}{4}$. B. $\tan C = 4$. C. $\tan C = 2$. D. $\tan C = \frac{1}{2}$.

Câu 11. [VD] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

- A. 0. B. 8. C. 5. D. 4.

Câu 12. [VDC] Tính giá trị biểu thức



$$A = \sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \dots + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \tan 15^\circ \tan 25^\circ \dots \tan 65^\circ \tan 75^\circ$$

A. 0.

B. 5.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 4.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. b) $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. c) $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$. d) $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. b) $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. c) $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. d) $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Câu 3. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

a) $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 38^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

b) $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.

c) $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.

d) $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}$, $AC = 0,9\text{cm}$. khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,8$.

b) $\sin B = 0,8$; $\cos B = 0,6$.

c) $\tan B = 0,75$; $\cot B = 1,25$.

d) $\tan B = 0,75$; $\cot B = \frac{4}{3}$.

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. b) $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. c) $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$. d) $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. b) $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. c) $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. d) $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Câu 3. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

a) $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 38^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

b) $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.

c) $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.

d) $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.



Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}$, $AC = 0,9\text{cm}$. khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,8$.

b) $\sin B = 0,8$; $\cos B = 0,6$.

c) $\tan B = 0,75$; $\cot B = 1,25$.

d) $\tan B = 0,75$; $\cot B = \frac{4}{3}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Biết $\sin x = 0,235$. Số đo góc nhọn x (làm tròn đến độ) bằng

Câu 2. [NB] Giá trị biểu thức $A = \sin^2 12^\circ + \sin^2 78^\circ$ bằng

Câu 3. [TH] Giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$ bằng

Câu 4. [TH] Giá trị của biểu thức $A = \tan 18^\circ + \cot 58^\circ$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) bằng

Câu 5. [VD] Cho $\cot \alpha = 2$. Tính góc nhọn α (làm tròn đến độ)

Câu 6. [VD] Giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ bằng

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Đổi tỉ số lượng giác của các góc nhọn sau đây thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn 45° .

$$\sin 82^\circ; \cos 47^\circ; \tan 48^\circ; \cot 55^\circ$$

Ví dụ 2 [TH]: Cho tam giác ABC . Biết $AB = 21\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$, $BC = 35\text{cm}$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông;

b) Tính $\sin B$, $\cos C$.

Ví dụ 3 [TH]: Tính kết quả của biểu thức

a) $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 80^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 60^\circ$.

b) $B = \cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$

Ví dụ 4 [VD]: Cho kết luận đúng về giá trị biểu thức $B = \frac{\cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha}{3 - \sin^2 \alpha}$ biết $\tan \alpha = 3$.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Đổi tỉ số lượng giác của các góc nhọn sau đây thành tỉ số lượng giác của góc nhỏ hơn $\cos 65^\circ$; $\sin 47^\circ 30'$; $\tan 68^\circ$; $\cot 79^\circ 45'$

Bài 2. [TH] Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ$, $\cos 67^\circ$, $\sin 35^\circ$, $\cos 44^\circ 35'$, $\sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.



Bài 3. [VD] Tính giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$

Bài 4 [VD] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

A. 0.

B. 8.

C. 5.

D. 4.



CANH GOC TRONG TAM GIAC VUONG VA UNG DUNG



Câu 9. [VD] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 4$; $C = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

- A. 2. B. 4. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 10. [VD] Một cột cờ in bóng xuống sân trường có chiều dài 4,3m tia nắng mặt trời chiếu

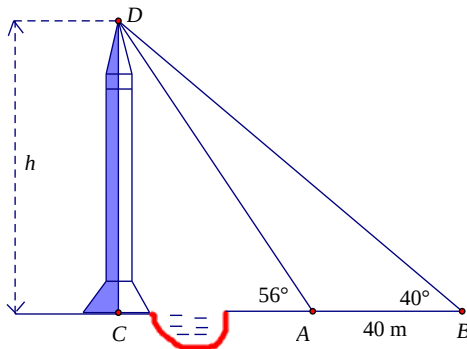
từ đỉnh cột cờ và tạo với bóng của nó một góc 52° . Chiều cao của cột cờ là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 2,7m. B. 5,5m. C. 3,6m. D. 6,1m.

Câu 11. [VD] Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 600km/h. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau 2 phút máy bay lên cao được bao nhiêu ki-lô-mét theo phương thẳng đứng?

- A. 11,5km. B. 10km. C. 20km. D. 17,3km.

Câu 12. [VDC] Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A , B trên mặt đất sao cho ba điểm A , B , C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 40$ m; $CBD = 40^\circ$; $CAD = 56^\circ$. Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?



- A. 21m. B. 21,4m. C. 77m. D. 78m.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6$ cm; $AC = 8$ cm. Khi đó các khẳng định sau đúng hay sai?

TT	Khẳng định	Đ	S
a)	độ dài cạnh $BC = 10$ cm.		
b)	số đo của góc B làm tròn đến độ là 53° .		
c)	độ dài cạnh $AB = BC \cdot \sin B$.		
d)	độ dài cạnh $AC = BC \cdot \cos C$.		

Câu 2. Cho $\triangle MNP$ vuông tại N có $MN = 3,8$ cm và $P = 30^\circ$. Khi đó các phát biểu sau đúng hay sai?

TT	Phát biểu	Đ	S
a)	số đo của góc $M = 60^\circ$.		



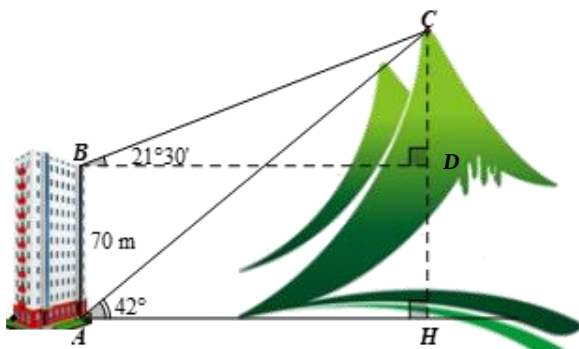
b)	độ dài cạnh NP là 3,8 cm.		
c)	độ dài cạnh $MP = 7,6$ cm.		
d)	$M = 180^\circ - P$		

Câu 3. Một cây bị sét đánh trúng giữa thân cây làm thân cây ngã xuống đất tạo với mặt đất một góc 52° , khúc thân cây còn đứng cao 3m (hình vẽ minh họa). Khi đó các khẳng định sau đây đúng hay sai?



TT	Khẳng định	Đ	S
a)	chiều cao lúc đầu của cây vào khoảng 6,8 m.		
b)	ngọn cây cách gốc một khoảng 6,8 m.		
c)	đoạn cây bị gãy dài khoảng 3,8 m.		
d)	chiều cao lúc đầu của cây vào khoảng 8,6 m.		

C của ngọn núi (hình vẽ). Biết rằng chiều cao AB của tòa nhà là 70m, phương nhìn AC tạo với phương ngang góc 42° , phương nhìn BC tạo với phương ngang góc $21^\circ 30'$. Dựa trên hình vẽ minh họa. Khi đó các khẳng định sau đây đúng hay sai?



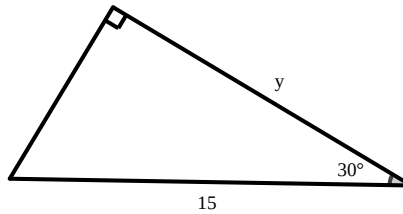
TT	Khẳng định	Đ	S
a)	$CH = AH \cdot \tan 42^\circ$		
b)	$CD = 70 \cdot \tan 42^\circ$		
c)	$CD = AH \cdot \tan 21^\circ 30'$		
d)	Ngọn núi có chiều cao so với Mặt đất vào khoảng 124m.		

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho ΔABC vuông tại A có $B = 60^\circ$; $AC = 8$ cm. Khi đó, nếu làm tròn độ dài đến hàng phần trăm thì độ dài cạnh AB là ...



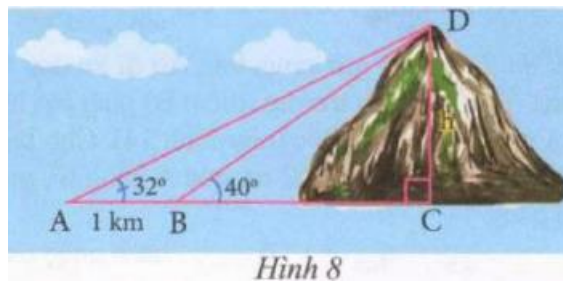
Câu 2. [NB] Giá trị của y (làm tròn đến hàng phần trăm) trong hình vẽ dưới đây là ...



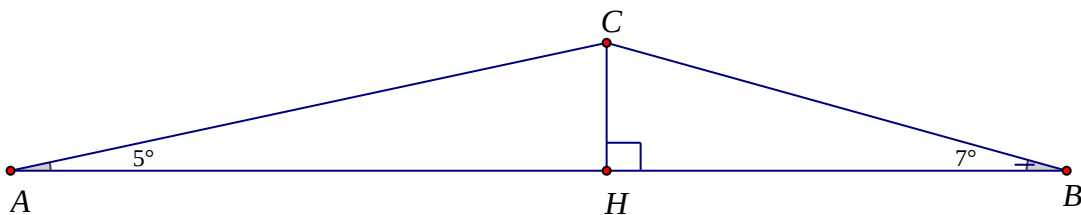
Câu 3. [TH] Một cột cờ cao $15m$ có bóng trên mặt đất là $6m$. Khi đó nếu làm tròn đến độ thì tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc có số đo là...

Câu 4. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 74mm$, $B = 40^\circ$. Độ dài cạnh AB (làm tròn đến hàng phần mười) là...

Câu 5. [VD] Cho biết tại hai điểm cách nhau $1km$ trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° (h.8). Chiều cao của một ngọn núi (tính theo mét) là....

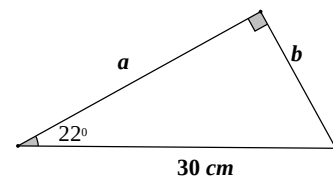


Câu 6. [VDC] Hằng ngày bạn Lan đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải đi qua một con dốc như hình vẽ. Cho biết khoảng cách từ nhà đến trường là $AB = 626m$, $A = 5^\circ$, $B = 7^\circ$. Chiều cao HC của con dốc (làm tròn đến mét) là



PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Tính hai cạnh a, b của tam giác vuông có cạnh huyền dài $30cm$ và một góc nhọn bằng 22° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) ?



Ví dụ 2 [TH]: Giải tam giác ABC vuông tại A (làm tròn số đo góc đến độ và độ dài cạnh đến chữ số thập phân thứ hai) biết

a) $AB = 7cm$; $C = 50^\circ$.

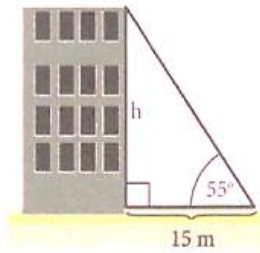
b) $BC = 74mm$; $B = 40^\circ$.

c) $AB = 5cm$; $BC = 8cm$.

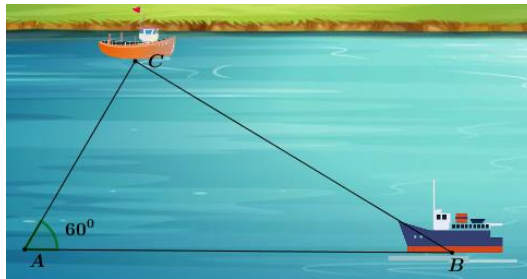
d) $AB = 4cm$; $AC = 7cm$.



Ví dụ 3 [TH]: Một tòa nhà có chiều cao $h(m)$. Khi tia nắng tạo với mặt đất một góc là 55° thì bóng của tòa nhà trên mặt đất có chiều dài $15(m)$. Tỉ số $\frac{h}{15}$ bằng tỉ số lượng giác nào của góc 55° ?



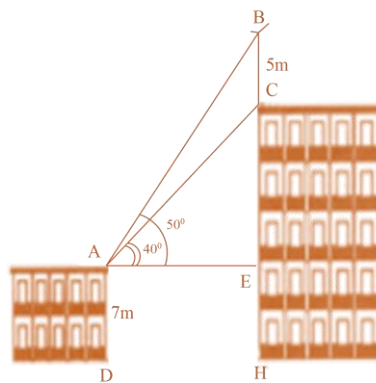
Ví dụ 4 [VD]: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° (như hình vẽ). Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau 2 giờ hai tàu cách nhau (1 hải lí $\approx 1,852\text{km}$) một khoảng bao nhiêu km?



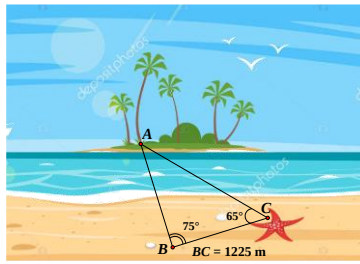
Ví dụ 5 [VD]: Cho $\triangle ABC$ có $BC = 10\text{cm}$; $B = 30^\circ$; $C = 70^\circ$. Tính:

- Đường cao AH và cạnh AC (độ dài cạnh đến chữ số thập phân thứ hai)
- Tính S_{ABC}

Ví dụ 6 [VDC]: Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5m . Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà.

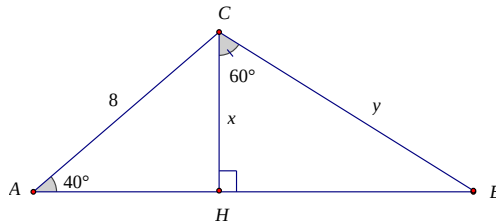


Ví dụ 7 [VDC]: Để xác định khoảng cách từ một gốc cây A trên một hòn đảo nhỏ giữa biển đến vị trí con sao biển C trên bãi cát (như hình bên dưới), người ta chọn một điểm B trên bãi biển cách điểm C một khoảng 1225m và dùng giác kế ngắm xác định được $ABC = 75^\circ$; $ACB = 65^\circ$. Tính khoảng cách AC (kết quả làm tròn đến đơn vị mét).



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [TH] Tính độ dài x, y trong hình vẽ dưới đây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy giải tam giác vuông ABC , biết:

a) $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$.

b) $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$.

c) $B = 54^\circ$, $BC = 20 \text{ cm}$.

d) $C = 60^\circ$, $AB = 20 \text{ cm}$.

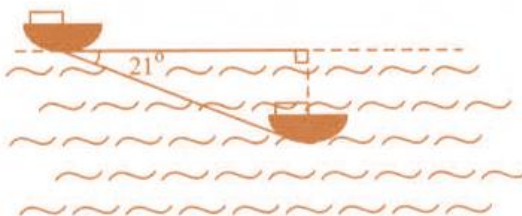
(kết quả của bài tập ta làm tròn đến phút (với số đo góc) và đến số thập phân thứ hai (với số đo độ dài)).

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Gọi S là diện tích tam giác đó.

a) Chứng minh rằng $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$.

b) Đặt $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$. Chứng minh rằng $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Bài 4. [VD] Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc 21° .



a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250 m thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn đến đơn vị mét).

b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu là 9 km/h thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu 200 mét (cách mặt nước biển 200 m) làm tròn đến phút.



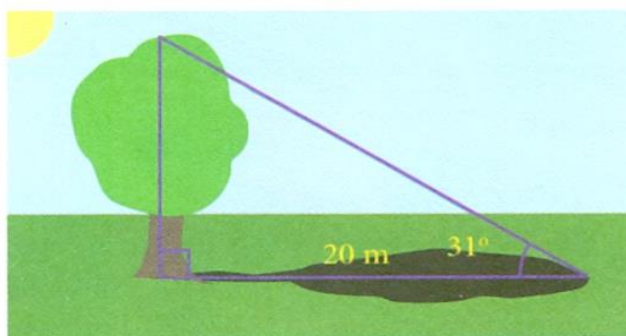
Bài 5. [VD] Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gấp xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây tre là $8,5\text{ m}$. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 6. [VDC] Cho mOn nhọn. Trên hai cạnh $Om; On$ lấy hai điểm A, B thứ tự thay đổi sao cho $OA + OB = 2a$. Tính diện tích lớn nhất của tam giác ABO

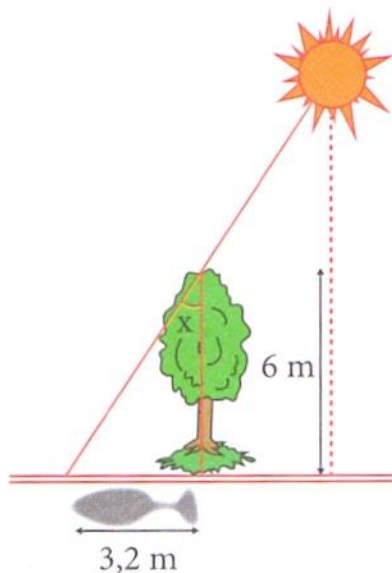
BT THAM KHẢO THÊM VỀ

ỨNG DỤNG HỆ THỨC CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

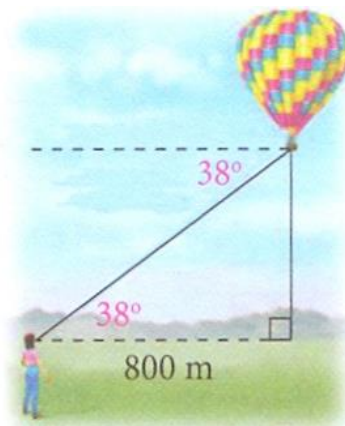
1. Một cái cây có bóng trên mặt đất dài 20 m . Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.



2. Một cái cây cao 6 m đang có bóng dài $3,2\text{ m}$. Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây.



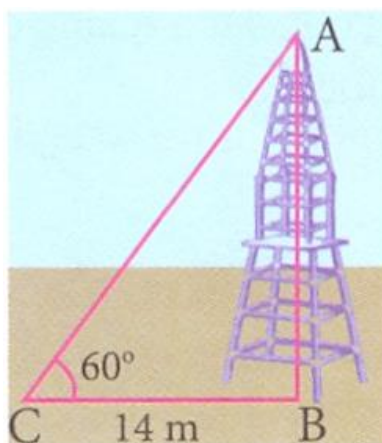
3. Một người đứng cách nơi thả khinh khí cầu 800 m nhìn thấy nó với góc nghiêng 38° . Tính độ cao của khinh khí cầu. Cho biết khoảng cách từ mặt đất đến mắt người đó là $1,5\text{ m}$.



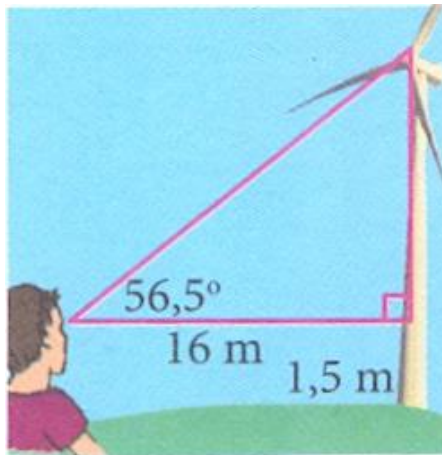
4. Một du khách đếm được 645 bước chân khi đi từ ngay dưới chân toà nhà BITECO (thành phố Hồ Chí Minh) thẳng ra phía ngoài cho đến vị trí có góc nhìn lên đỉnh là 45° . Tính chiều cao của tháp, biết rằng khoảng cách trung bình của mỗi bước chân là $0,4m$



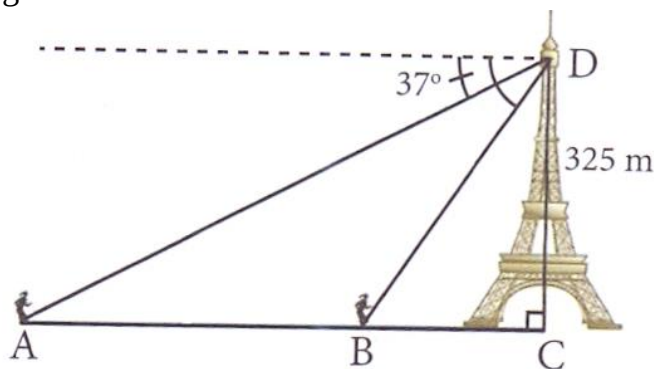
5. Một người đứng cách chân tháp $14m$ nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.



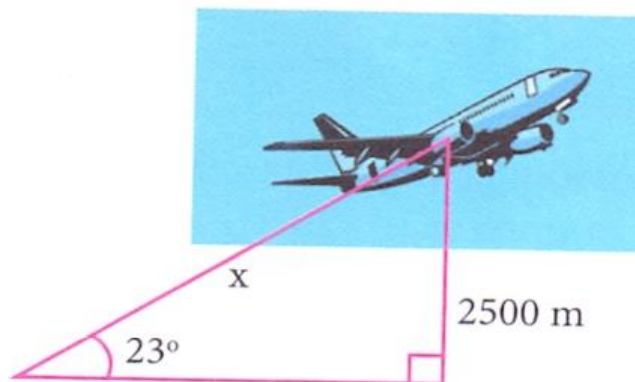
6. Một người có mắt cách mặt đất $1,5m$, đứng cách thân một cái quạt gió $16m$ nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$. Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất.



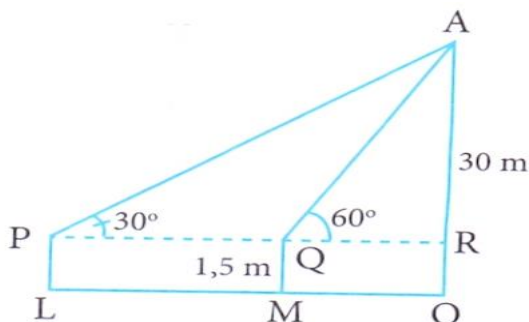
7. Một người đứng trên đỉnh tháp cao $325m$ nhìn thấy hai điểm A và B với hai góc hạ lần lượt là 37° và 72° . Tính khoảng cách AB .



8. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng 23° . Hỏi muốn đạt độ cao $2500m$, máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét?

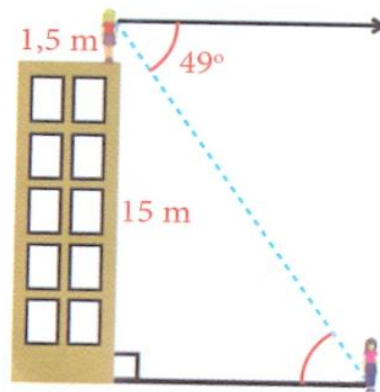


9. Bạn Hùng có tầm mắt cao $1,5m$ đang đứng gần một cao ốc cao $30m$ thì nhìn thấy nóc toà nhà với góc nâng 30° . Hùng đi về phía toà nhà cho đến khi nhìn thấy nóc toà nhà với góc nâng bằng 60° . Tính quãng đường mà bạn Hùng.





10. Một học sinh có tầm mắt cao $1,5m$ đứng trên sân thượng của một căn nhà cao $15m$ nhìn thấy bạn mình với góc nghiêng xuống 49° . Hỏi cô bạn đang ở cách căn nhà bao nhiêu mét?



CHỦ ĐỀ 2: MỘT SỐ HỆ THỨC GIỮA CẠNH, GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG VÀ ỨNG DỤNG.

HỆ THỨC GIỮA HAI CẠNH GÓC VUÔNG. GIẢI TAM GIÁC VUÔNG.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.** $MN = MP \cdot \sin P$. **B.** $MN = MP \cdot \cos P$. **C.** $MN = MP \cdot \tan P$. **D.** $MN = MP \cdot \cot P$.

Câu 2. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A.** $NP = MP \cdot \cos P$. **B.** $NP = MN \cdot \cos P$. **C.** $NP = MN \cdot \tan P$. **D.** $NP = MP \cdot \cot P$.

Câu 3. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định **sai**?

- A.** $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$. **B.** $a = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$.
C. $a^2 = b^2 + c^2$. **D.** $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

Câu 4. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định đúng?

- A.** $b = c \cdot \sin 50^\circ$. **B.** $b = a \cdot \tan 50^\circ$. **C.** $b = c \cdot \cot 50^\circ$. **D.** $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

Câu 5. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại A. Cho biết $AB = 14cm, C = 30^\circ$

- A.** $AC = 15cm, BC = 26cm, B = 60^\circ$. **B.** $AC = 12\sqrt{3}cm, BC = 14\sqrt{3}cm, B = 60^\circ$.
C. $AC = 14\sqrt{3}cm, BC = 28cm, B = 60^\circ$. **D.** $AC = \frac{14\sqrt{3}}{3}cm, BC = 14cm, B = 60^\circ$.

Câu 6. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại B. Cho biết $AC = 15cm, A = 52^\circ$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A.** $C = 38^\circ, AB = 8,4cm, BC = 10,5cm$. **B.** $C = 38^\circ, AB = 9,2cm, BC = 11,8cm$.
C. $C = 38^\circ, AB = 9,8cm, BC = 12,4cm$. **D.** $C = 38^\circ, AB = 9,2cm, BC = 12,4cm$.

Câu 7. [TH] Giải tam giác ABC vuông tại A. Cho biết $AB = 7\sqrt{2}cm, AC = 11cm$ (cạnh làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến độ)



A. $B = 48^\circ, C = 42^\circ, BC = 14,08cm$.

B. $B = 51^\circ, C = 39^\circ, BC = 14,08cm$.

C. $B = 53^\circ, C = 37^\circ, BC = 16,09cm$.

D. $B = 54^\circ, C = 42^\circ, BC = 16,09cm$.

Câu 8. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20cm, C = 60^\circ$. Tính AB, BC .

A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.

C. $AB = 20; BC = 40$.

D. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

Câu 9. [VD] Giải tam giác MNP có $N = 70^\circ; P = 38^\circ$, đường cao $MI = 8cm$. Diện tích $\triangle MNP$ bằng? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $42,65cm^2$.

B. $48,08cm^2$.

C. $51,54cm^2$.

D. $52,68cm^2$.

Câu 10. [VD] Giải tam giác ABC có $AB = 12cm, AC = 12cm, BC = 20cm$. Tính các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ)

A. $A = 80^\circ; B = 62^\circ; C = 38^\circ$.

B. $A = 90^\circ; B = 53^\circ; C = 37^\circ$.

C. $A = 90^\circ; B = 58^\circ; C = 32^\circ$.

D. $A = 80^\circ; B = 53^\circ; C = 37^\circ$.

Câu 11. [VD] Cho hình thang $ABCD$ sao cho $AB = AD = 10cm, BC = 14cm, A = 120^\circ$, BC vuông góc với đường chéo BD . Chu vi của $ABCD$ bằng

A. $48cm$.

B. $54cm$.

C. $62cm$.

D. $68cm$.

Câu 12. [VDC] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c, AC = b, BC = a$. Tia phân giác của B cắt AC tại D . Tính $\tan \frac{B}{2}$.

A. $\tan \frac{B}{2} = \frac{a+b}{b-c}$.

B. $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a-c}$.

C. $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a+c}$.

D. $\tan \frac{B}{2} = \frac{b}{a-c}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm, BC = 4,5cm$. AH là đường cao

a) $S_{ABC} = 15,3cm^2$

b) $AC = BC \cdot \sin B$.

c) $B \approx 36^\circ 52'$

d) $AH = 3cm$

Câu 2. Cho tam giác ABC có $BC = 9cm, B = 50^\circ, C = 35^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC .

a) $AN = BN \cdot \tan B$

b) $BN \approx 2,79cm$

c) $AN \approx 3,33cm$

d) $S_{ABC} \approx 12,555cm^2$



Câu 3. Cho tam giác ABC có $BC = 11cm, B = 40^\circ, C = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC .

a) $AN = CN \cdot \tan C$

b) $BN \approx 4,48cm$

c) $AN \approx 3,67cm$

d) $S_{ABC} \approx 20,68cm^2$

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn, hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 1 : 2$.

a) $BD = AD \cdot \tan B$

b) $AD = CD \cdot \tan C$.

c) $BD \cdot CD = DH \cdot AD$

d) $\tan B \cdot \tan C = 3$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12cm, B = 40^\circ$. Tính AC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15cm, AC = 12cm$. Tính B (làm tròn đến độ).

Câu 3. [TH] Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 50^\circ, CA = 3,5cm$. Cạnh BC gần nhất với giá trị nào?

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao $AH, B = \alpha$. Tính giá trị của α để $BH = 3CH$.

Câu 5. [VD] Cho tam giác ABC cân tại A , góc ở đáy $\alpha < 90^\circ$. Vẽ các đường cao AH và BK . Biết $BK = h$. Tính AH .

Câu 6. [VDC] Cho tam giác $ABC, AB = 5cm, BC = \sqrt{39}cm, CA = 7cm$. Tính số đo góc A .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: GIẢI TAM GIÁC VUÔNG

Ví dụ 1 [NB]: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Giải tam giác $\triangle ABC$, biết

a) $b = 10(cm); C = 30^\circ$

b) $a = 20cm, B = 35^\circ$

c) $a = 15cm, b = 10cm$

Ví dụ 2 [TH]: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Giải $\triangle ABC$, biết:

a) $c = 3,8cm; B = 51^\circ$

b) $a = 11cm, C = 60^\circ$

DẠNG 2: TÍNH CẠNH VÀ GÓC CỦA TAM GIÁC



Ví dụ 3 [TH]: Cho tam giác $\triangle ABC$ có $B = 38^\circ, C = 30^\circ, BC = 11\text{cm}$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC . Hãy tính

a) Độ dài đoạn thẳng AN .

b) Độ dài đoạn thẳng AC .

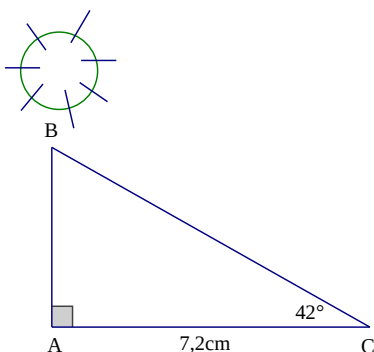
Ví dụ 4 [VD]: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 50^\circ, AC = 35\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC

Ví dụ 5 [VD]: Cho tam giác ABC , đường cao AH ($H \in BC$), $B = 42^\circ, AB = 12\text{cm}, BC = 22\text{cm}$. Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC .

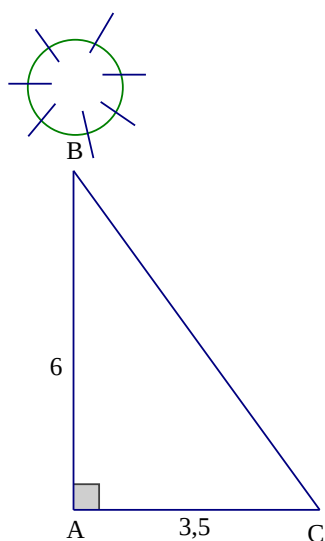
Ví dụ 6 [VD]: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $A = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính góc CBM (làm tròn kết quả đến độ)

DẠNG 3: TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ

Ví dụ 7 [VDC]: Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 7,5cm. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 42° . Tính chiều cao của cột đèn?



Ví dụ 8 [VDC]: Một cột đèn điện AB cao 6m có bóng in trên mặt đất là AC dài 3,5m. Hãy tính $\angle BCA$ (làm tròn đến phút) mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất.



Ví dụ 9 [VDC]: Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là 2,1cm. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Ví dụ 10 [VDC]: Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.



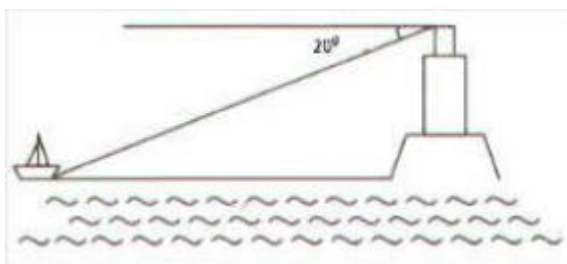
- a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?
- b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Ví dụ 11 [VDC]: Hải đăng Kê Gà thuộc xã Tân Thành, huyện Hàm Thuận Nam, Bình Thuận là ngọn hải đăng được trung tâm sách kỷ lục Việt Nam xác nhận là ngọn hải đăng cao nhất và nhiều tuổi nhất. Hải đăng Kê Gà được xây dựng từ năm 1897-1899 và toàn bộ bằng đá. Tháp đèn có hình bát giác, cao 66m so với mực nước biển. Ngọn đèn đặt trong tháp có thể phát sáng xa 22 hải lý (tương đương 40km).

Một người đi thuyền thúng trên biển, muốn đến ngọn hải đăng có độ cao 66m, người đó đứng trên mũi thuyền và dùng giác kế đo được góc giữa thuyền và tia nắng chiều từ đỉnh ngọn hải đăng đến thuyền là 25° . Tính khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng (làm tròn đến m).



Ví dụ 12 [VDC]: Từ một đài quan sát cao 350m so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét?



DẠNG 4: TOÁN TỔNG HỢP



Cách giải: Vận dụng linh hoạt một số hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông để giải toán.

Ví dụ 13 [VDC]: Cho tam giác ABC vuông tại A , có: $AC > AB$ và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC

a. Chứng minh rằng $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ và tam giác ABC đồng dạng tam giác AED

b. Cho $BH = 2cm, CH = 4,5cm$

- Tính độ dài đoạn thẳng DE

- Tính số đo góc ABC (làm tròn đến độ)

- Tính diện tích tam giác ADE

Ví dụ 14 [VDC]: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC tại H . Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD

a. Chứng minh tứ giác $EFCH$ là hình bình hành

b. Chứng minh $BEG = 90^\circ$

c. Cho biết $BH = 4cm; BAC = 30^\circ$.

Tính S_{ABCD}, S_{EFCH}

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC biết:

a) $b = 5,4cm; C = 30^\circ$.

b) $c = 10cm; C = 45^\circ$.

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC biết:

a) $a = 15cm, b = 10cm$.

b) $b = 12cm, c = 7cm$.

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ; C = 50^\circ; AC = 35$ Tính S_{ABC} .

Bài 4 [VDC] Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 3cm, BC = 5cm$

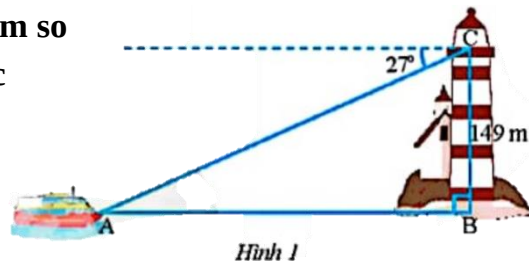
a) Giải tam giác ABC (số đo góc làm tròn đến độ)

b) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC , đường thẳng này cắt đường thẳng AC tại D . Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BD

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A trên BC và BD . Chứng minh $\triangle BEF \sim \triangle BDC$

**CHỦ ĐỀ 3: ỨNG DỤNG THỰC TẾ - ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM Chọn đáp án đúng**

Một người quan sát tại ngọn hải đăng ở vị trí cao 149 m so với mặt nước biển thì thấy một du thuyền ở xa với góc nghiêng xuống là 27° (Hình 1).



Câu 1. [NB] Công thức tính khoảng cách từ du thuyền đến chân ngọn hải đăng là:

- A. $AB = BC \cdot \sin A$. B. $AB = BC \cdot \cos A$. C. $AB = BC \cdot \tan A$. D. $AB = BC \cdot \cot A$.

Câu 2. [NB] Khoảng cách từ du thuyền đến chân ngọn hải đăng là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị):

- A. 292 m. B. 288 m. C. 312 m. D. 151 m.

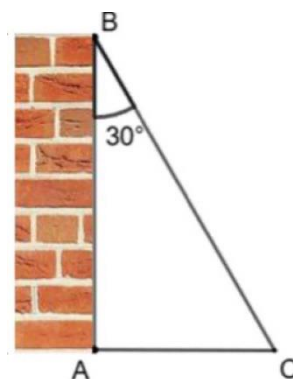
Một cái thang dài 3 m đặt sát bờ tường, biết góc tạo bởi thang và bờ tường là 30° .

Câu 3. [NB] Công thức tính khoảng cách chân thang đến chân tường là:

- A. $AC = BC \cdot \sin A$. B. $AC = BC \cdot \cos A$.
C. $AC = BC \cdot \tan A$. D. $AC = BC \cdot \cot A$.

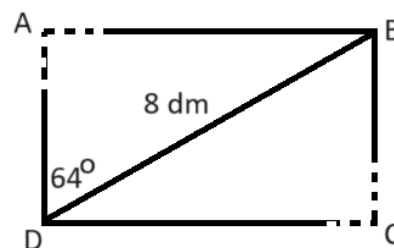
Câu 4. [NB] Khoảng cách chân thang đến chân tường là:

- A. 2,6 m. B. 5,2 m. C. 1,7 m. D. 1,5 m.



Câu 5. [TH] Một mảnh gỗ có dạng hình chữ nhật ABCD với đường chéo $AC = 8\text{dm}$. Do bảo quản không tốt nên mảnh gỗ bị hỏng phía hai đỉnh B và D. Biết $BAC = 64^\circ$. Người ta cần biết độ dài AB và AD để khôi phục lại mảnh gỗ ban đầu. Độ dài AB, AD bằng bao nhiêu decimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

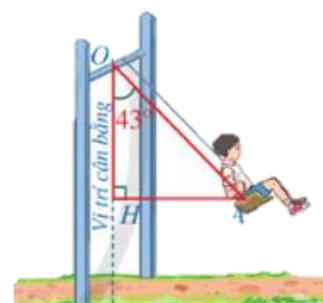
- A. 7,1 dm; 3,5 dm. B. 3,5 dm; 7,2 dm.
C. 7,2 dm; 3,5 dm. D. 3,5 dm; 7,1 dm.



Câu 6. [TH] Trong trò chơi xích đu, khi dây căng xích đu (không giãn)

$OA = 3\text{ m}$ tạo với phương thẳng đứng một góc là $AOH = 43^\circ$ thì khoảng cách AH từ em bé đến vị trí cân bằng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

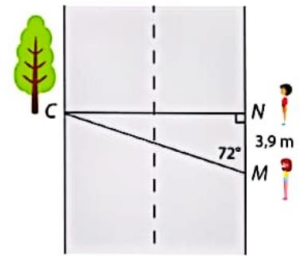
- A. 2 m. B. 1 m.
C. 1,9 m. D. 2,1 m.





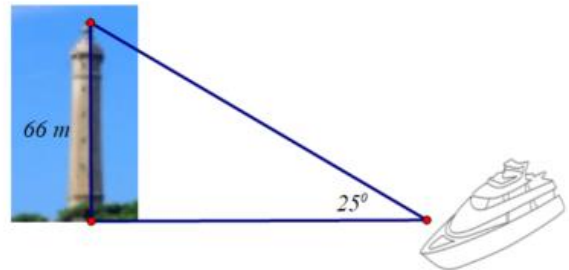
Câu 7. [TH] Trong hình bên, bạn An và Minh đứng ở vị trí điểm M và N ở cùng một bên lề đường và cây xanh C nằm đối diện vị trí An đứng ở phía bên kia đường. Tính chiều rộng NC của con đường (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- A. 1m. B. 12m. C. 4m. D. 1,2m.



Câu 8. [TH] Một người đứng trên mũi tàu quan sát ngọn hải đăng cao 66 m. Người đó dùng giác kế đo được góc tạo bởi đường nhìn lên đỉnh và đường nhìn tới chân hải đăng là 25° . Biết đường nhìn tới chân hải đăng vuông góc với hải đăng, khoảng cách từ vị trí người đó đứng tới chân hải đăng bằng (làm tròn đến hàng đơn vị):

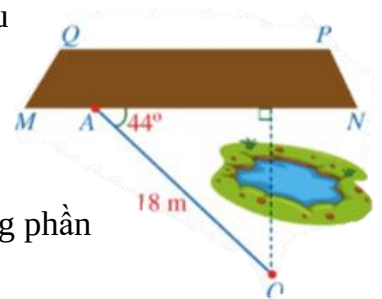
- A. 141 m. B. 142 m. C. 31 m. D. 30 m.



Câu 9. [VD] Người ta cần ước lượng khoảng cách từ vị trí O đến khu đất có dạng hình thang MNPQ nhưng không thể đo trực tiếp, khoảng cách đó được tính bằng khoảng cách từ O đến đường thẳng MN.

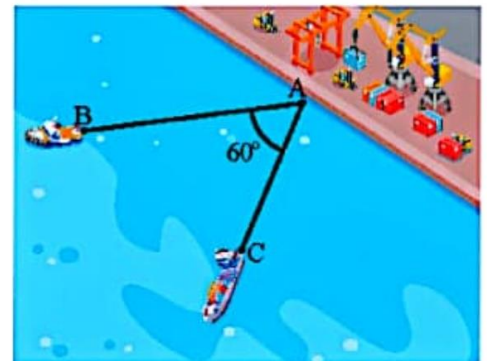
Người ta chọn vị trí A ở đáy MN và đo được $OA = 18\text{ m}$, $\angle OAN = 44^\circ$. Tính khoảng cách từ vị trí O đến khu đất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

- A. 17,4m. B. 12,9m. C. 18,6m. D. 12,5m.

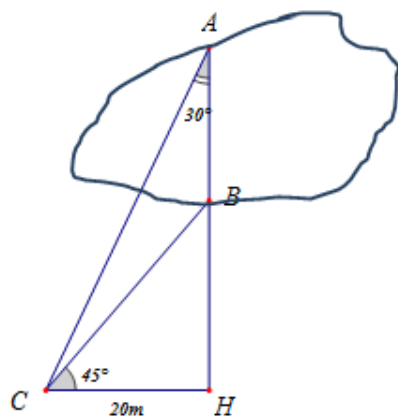


Câu 10. [VD] Hai chiếc tàu thủy B và C cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo thành một góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí/giờ, tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí/giờ. Hỏi sau 1,5 giờ hai tàu B và C cách nhau bao nhiêu hải lí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. 37,04 hải lí. B. 47,04 hải lí.
C. 17,04 hải lí. D. 27,04 hải lí.



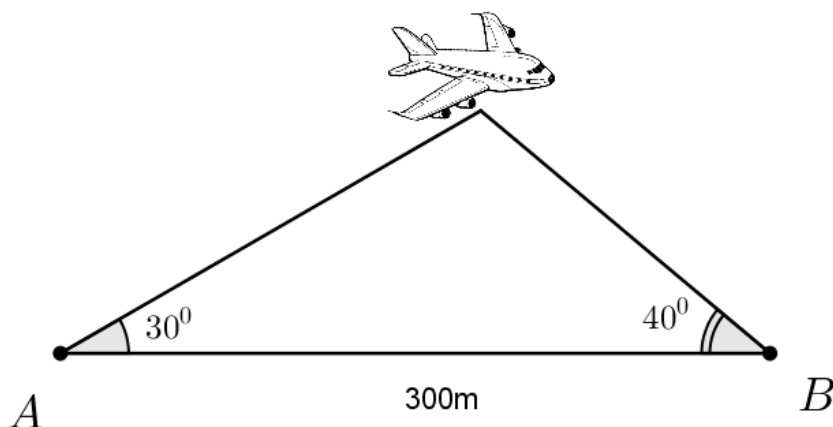
Câu 11. [VD] Cho hình vẽ sau:



Khoảng cách AB là:

- A. $20(\sqrt{3}-1)$ m B. $10\sqrt{3}$ m C. 20 m D. $20\sqrt{3}$ m

Câu 12. [VDC] Điểm hạ cánh của một máy bay trực thăng ở giữa hai người quan sát A và B. Biết khoảng cách giữa hai người này là 300m, góc “nâng” để nhìn thấy máy bay tại vị trí A là 30° và tại vị trí B là 40° .



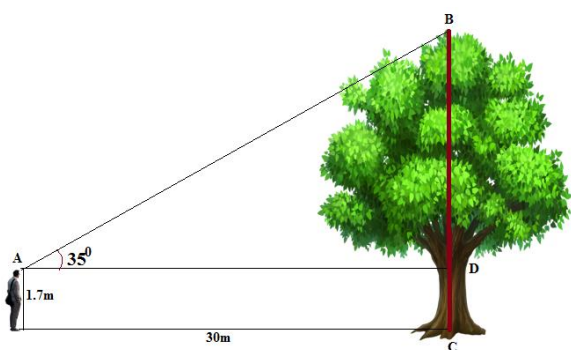
Độ cao của máy bay gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 103 m. B. 150 m. C. 200 m. D. 250 m.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

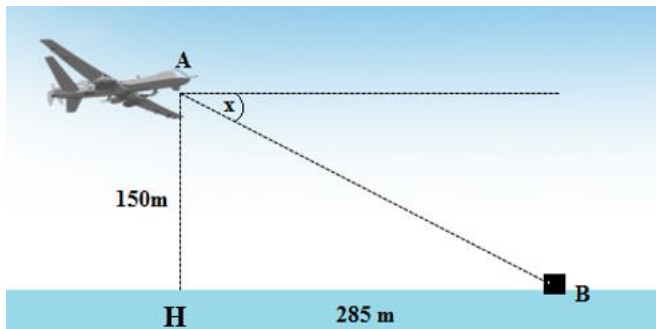
Câu 1. [NB] Một người đứng cách gốc cây 30 mét và nhìn lên ngọn cây. Góc quan sát của người đó là 35° . Biết độ cao từ mắt người quan sát xuống mặt đất là 1,7 mét. Chọn đúng hoặc sai cho các khẳng định sau:





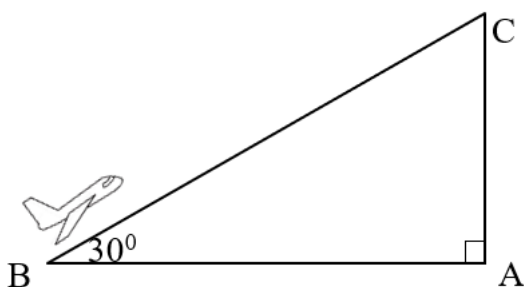
- a) Độ cao của cây lớn hơn 1,7 mét.
- b) Độ cao của cây là độ dài đoạn BD .
- c) Độ cao của cây tính bởi công thức $AD.\sin 35^\circ + 1,7$
- d) Cái cây cao khoảng 21m.

Câu 2. [TH] Một máy bay không người lái tuần tra ở độ cao 150 m phát hiện đối tượng B trên mặt biển cách hình chiếu của nó trên mặt biển là 285 m. H là hình chiếu của điểm A trên mặt nước. (hình vẽ). Gọi x là góc hạ của tia AB . Chọn đúng hoặc sai cho các khẳng định sau:



- a) $x = \angle ABH$
- b) $AH = AB.\cos x = 285\cos x$
- c) $\tan x < 1$
- d) Góc hạ của tia AB là khoảng $62,25^\circ$

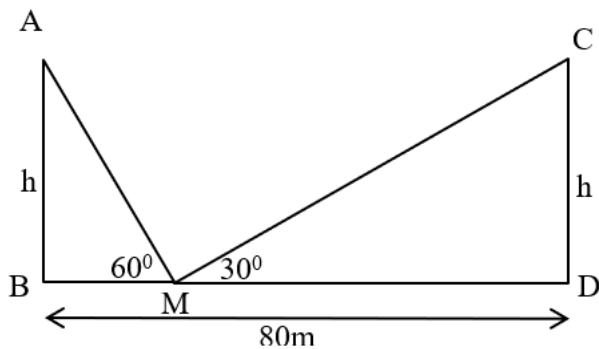
Câu 3. [VD] Một chiếc máy bay cất cánh với vận tốc 450 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . (hình vẽ). Các khẳng định sau đúng hay sai?



- a) Khi ở vị trí điểm C, máy bay tạo thành một góc 60° so với phương thẳng đứng.
- b) Sau 1 phút, máy bay bay được quãng đường $AB = 450 \cdot \frac{1}{60} = 7,5$ km
- c) Sau 1,2 phút, máy bay bay lên được 4,5 km so với phương thẳng đứng.
- d) Sau 1,2 phút, máy bay bay lên được 4,5 km so với phương thẳng nằm ngang.



Câu 4. [VDC]. Hai trụ điện có cùng chiều cao h được dựng thẳng đứng hai bên lề đôi diện một đại lộ rộng 80m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ điện người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) $BM \cdot \tan 60^\circ = MD \cdot \cot 30^\circ$

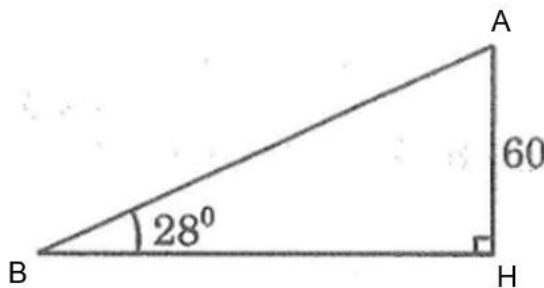
b) $AM^2 + MC^2 = AC^2$

c) $MD = \frac{h}{\sqrt{3}}$

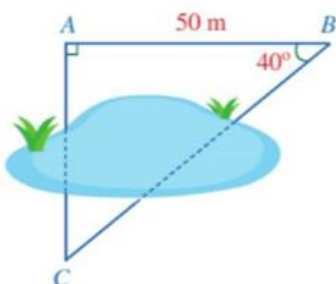
d) Chiều cao của cột điện là khoảng 34,64 m

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Từ đỉnh một tòa nhà cao 60m, người ta nhìn thấy một chiếc ô tô đang đỗ dưới một góc 28° so với đường nằm ngang. Hỏi chiếc ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét)



Câu 2. [NB] Hình vẽ sau mô tả ba vị trí A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và không đo được trực tiếp các khoảng cách từ C đến A và từ C đến B. Biết $AB = 50(\text{m})$, $\angle ABC = 40^\circ$. Tính các khoảng cách CA và BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



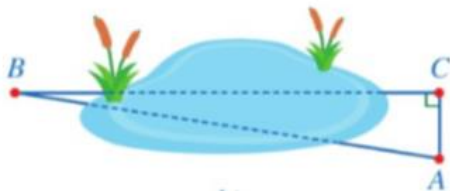


Câu 3. [TH] Mặt cắt đứng của khung thép có dạng tam giác cân ABC với $B = 23^\circ$, $AB = 4$ m (hình vẽ). Tính độ dài đoạn thẳng BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).



Câu 4. [TH] Để đo khoảng cách giữa hai vị trí B và C khi không thể đo trực tiếp (hình vẽ), người ta có thể làm như sau:

- Sử dụng giác kế, chọn điểm A ở vị trí thích hợp sao cho góc ACB là góc vuông. Đo khoảng cách AC .
- Sử dụng giác kế để đo góc BAC .
- Từ đó, tính độ dài BC .



Biết $AC = 4$ (m) và $BAC = 81^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai vị trí B, C (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).

Câu 5. [VD] Một máy bay cất cánh từ vị trí A trên đường băng của sân bay và bay theo đường thẳng AB tạo với phương nằm ngang AC một góc là 20° . Sau 5 giây, máy bay ở độ cao $BC = 110$ m. Tính độ dài quãng đường máy bay bay được sau 5 giây.

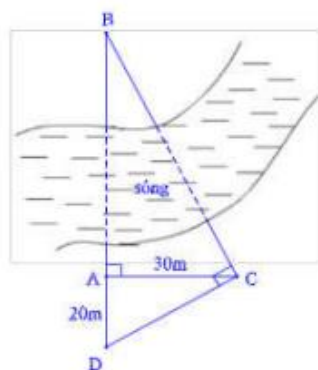


thẳng (d) cắt các trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho diện tích tam giác $OAB = \frac{1}{2}$ là bao nhiêu?

Câu 6. [VD] Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, ông Việt vạch một đường vuông góc với AB. Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30$ m., rồi vạch

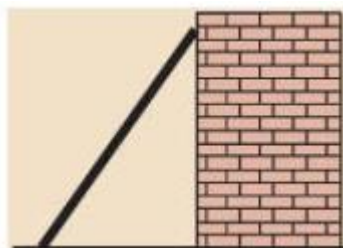


CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20m$, từ đó ông Việt tính được khoảng cách từ A đến B . Em hãy tính độ dài AB và số đo góc ACB .



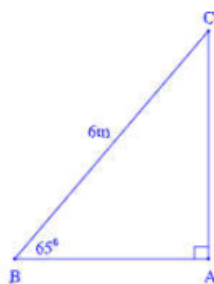
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Trường bạn An có một chiếc thang dài $6m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

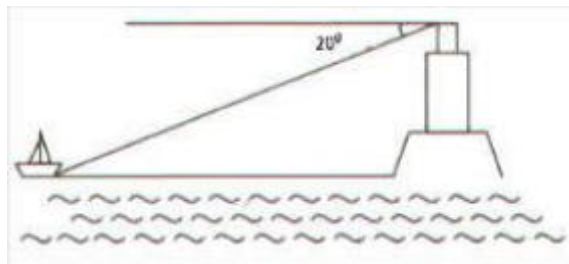
$$\cos B = \frac{AB}{BC} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AB = BC \cdot \cos B = 6 \cdot \cos 65^\circ \approx 2,5(m)$$

Vậy cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng $2,5m$.

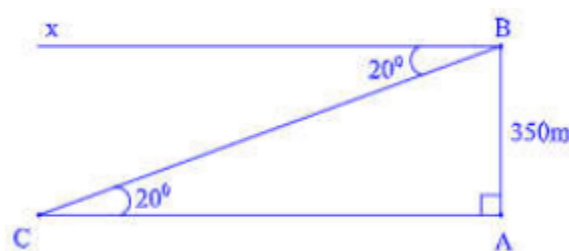


Ví dụ 2 [TH]: Từ một đài quan sát cao 350m so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét?



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Theo đề bài, ta có:

$$\angle BCA = \angle CBx = 20^\circ \text{ (vì } AC \parallel Bx \text{ và hai góc ở vị trí so le trong)}$$

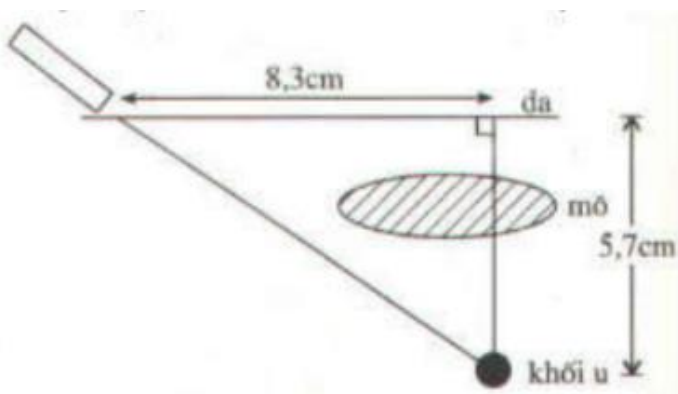
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan ACB = \frac{AB}{AC} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan ACB} = \frac{350}{\tan 20^\circ} \approx 961,6m$$

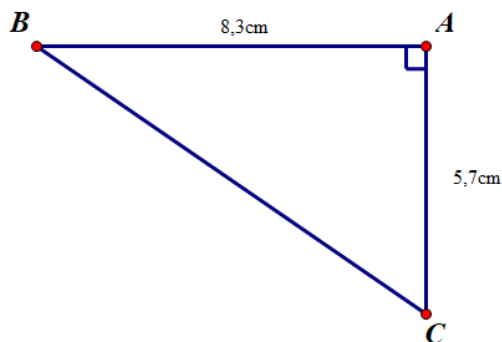
Vậy muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài khoảng 961,6m.

Ví dụ 3 [TH]: Một khối u của một bệnh nhân cách mặt da 5,7cm được chiếu bởi một chùm tia gamma. Để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u (trên mặt da) 8,3cm (xem hình vẽ). Tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u?





Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{5,7}{8,3} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow B \approx 34^\circ 28'$$

$$\text{Ta có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (định lý Pytago)} \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(8,3)^2 + (5,7)^2} \approx 10,1(\text{cm})$$

Vậy góc tạo bởi chùm tia với mặt da là $34^\circ 28'$ và chùm tia phải đi một đoạn dài khoảng $10,1\text{cm}$ để đến được khối u.

Ví dụ 4 [VD]: Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5\text{km/h}$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của con sông?



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán



$$\text{Chuyển đổi: } 6 \text{ phút} = \frac{1}{10} \text{ giờ.}$$

Quãng đường con thuyền đi được là:



$$AC = v.t = 3,5 \cdot \frac{1}{10} = 0,35\text{km} = 350\text{m}$$

$\triangle ABo$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B ta có : $\cos A = \frac{AB}{AC}$ (tỷ số lượng giác của góc nhọn)

$$\Rightarrow AB = AC \sin A = 350 \cos 25^\circ \approx 317,21\text{m}$$

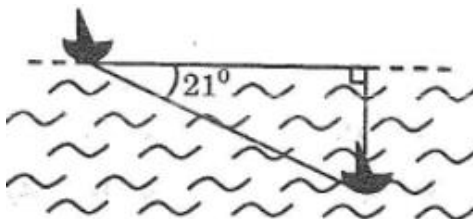
Vậy chiều rộng của con sông là 147,92m.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Nội dung Bài toán tàu ngầm

Tàu ngầm đang ở trên mặt biển bỗng đột ngột lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc 21° . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

- Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống được 300m thì nó ở độ sâu bao nhiêu? Khi đó khoảng cách theo phương nằm ngang so với nơi xuất phát là bao nhiêu?
- Tàu phải chạy bao nhiêu mét để đạt đến độ sâu 1000m?



Bài 2. [TH] Nội dung Bác An lên kế hoạch xây một ngôi nhà cấp bốn có một mái dốc như hình vẽ. Biết chiều rộng của sàn nhà là 4m, chiều dài của sàn nhà là 7m.

- Giả sử bức tường phía sau của nhà cao hơn bức tường phía trước là 2,5m.

- Em hãy tính xem mái nhà dốc bao nhiêu độ?

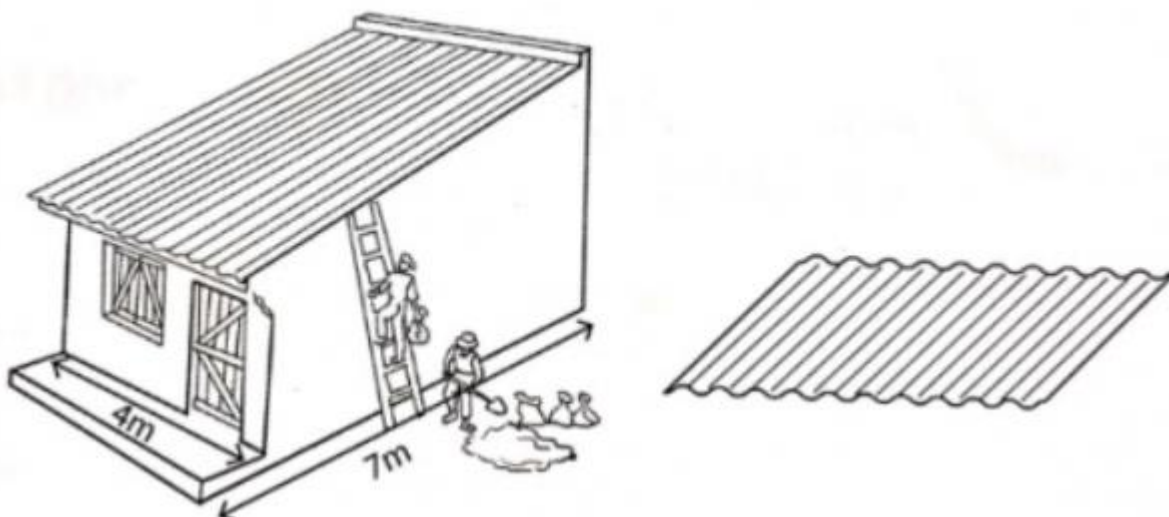
- Bác dự định mua tôn để lợp nhà, hỏi bác cần mua ít nhất bao nhiêu

mét vuông tôn?

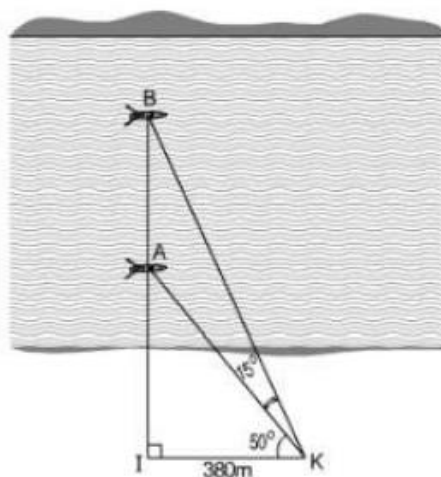
- Trong lúc dự tính chọn mua nguyên vật liệu, bác An được biết rằng để cho mái nhà thoát nước tốt, không bị đọng nước và thấm dột thì với mỗi một chất liệu lợp nhà, mái nhà cần có độ dốc thích hợp. Bác chọn mua mái tôn múi (như hình) và được tư vấn độ dốc mái là 25° .

- Em hãy tính xem bác cần xây bức tường phía sau cao hơn bức tường phía trước bao nhiêu mét?

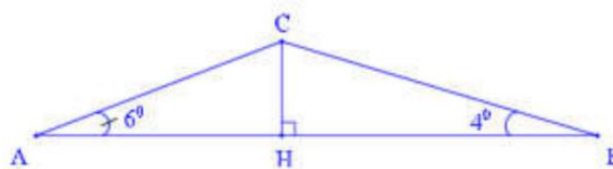
- Bác cần mua ít nhất bao nhiêu mét vuông tôn loại trên để lợp nhà?



Bài 3. [VD] Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng. (làm tròn đến mét)



Bài 4 [VD] Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762m, góc $\hat{A} = 6^\circ$ và $\hat{B} = 4^\circ$



- Tính chiều cao con dốc.
- Hỏi An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ lên dốc 4km/h và tốc độ xuống dốc 19km/h.



Bài 5:[VDC] Hai người A và B đứng cùng bờ sông nhìn ra một cồn nổi giữa sông. Người A nhìn ra cồn với một góc 43° so với bờ sông, người B nhìn ra cồn với một góc 28° so với bờ sông. Hai người đứng cách nhau $250m$. Hỏi cồn cách bờ sông hai người đang đứng bao nhiêu m?

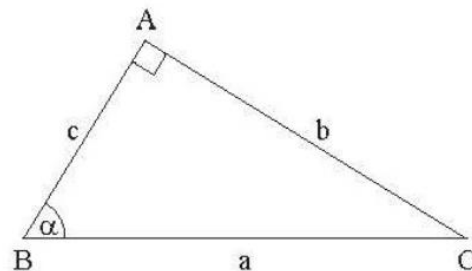
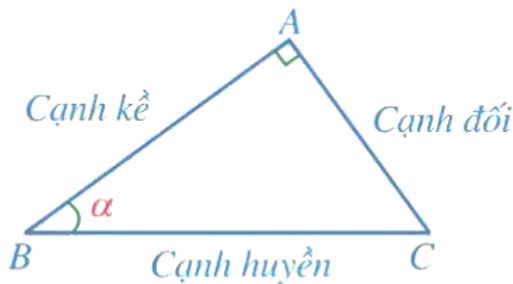




CHỦ ĐỀ 4: ỨNG DỤNG THỰC TẾ - ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tỷ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.



STT	Phát biểu	Kí hiệu	Công thức	Minh họa
1	Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α	$\sin \alpha$	$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$	$\sin \alpha = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{c}$
2	Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cos của góc α	$\cos \alpha$	$\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$	$\cos \alpha = \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$
3	Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tan của góc α	$\tan \alpha$	$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$	$\tan \alpha = \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$
4	Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cot của góc α	$\cot \alpha$	$\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$	$\cot \alpha = \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$

Chú ý: Với góc nhọn α , ta có: $0 < \sin \alpha < 1$; $0 < \cos \alpha < 1$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia

$$\Delta ABC (A = 90^\circ): B + C = 90^\circ; B = \beta, C = \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos \beta; \quad \cos \alpha = \sin \beta; \quad \tan \alpha = \cot \beta; \quad \cot \alpha = \tan \beta$$

2. Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng

- Cho tam giác ABC vuông tại A có

$$BC = a, AC = b, AB = c. \text{ Ta có:}$$

- Trong một tam giác vuông:

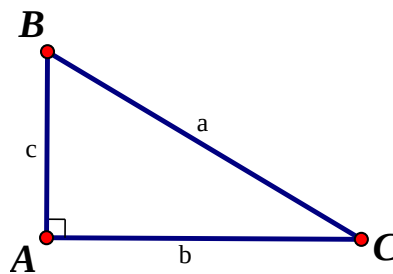
$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C;$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B;$$

$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C;$$

$$c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B.$$

- Cạnh góc vuông = (cạnh huyền) $\times$ (sin góc đối)
= (cạnh huyền) $\times$ (cos góc kề)
- Cạnh góc vuông = (cạnh góc vuông) $\cdot$ (tan góc đối)



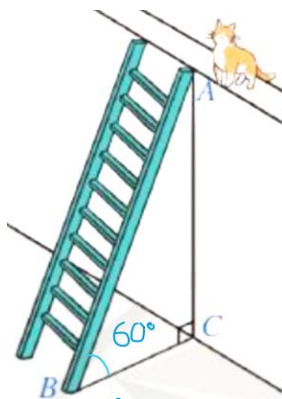


= (cạnh góc vuông còn lại) . (cot góc kề).

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Một chiếc thang có chiều dài $AB = 4m$ được đặt dựa vào tường, biết góc tạo bởi thang và mặt đất là $ABC = 60^\circ$. Công thức tính chiều cao từ chân tường đến đầu thang đặt vào tường AC là:



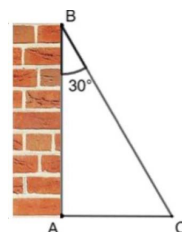
- A. $AC = BC \cdot \sin B$. B. $AC = AB \cdot \sin B$. C. $AC = BC \cdot \cos B$. D. $AC = AB \cdot \tan B$.

Câu 2. [NB] Chiều cao từ chân tường đến vị trí đầu thang dựa vào tường (AC) là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị):

- A. $2m$. B. $3,5m$. C. $3,4m$. D. $6,9m$.

Câu 3. [NB] Một chiếc thang được dựa vào tường theo góc nghiêng như hình vẽ. Công thức tính chiều cao của tường là:

- A. $AB = BC \cdot \sin B$. B. $AB = AC \cdot \cos B$.
C. $AC = BC \cdot \cos B$. D. $AB = \frac{AC}{\tan B}$.



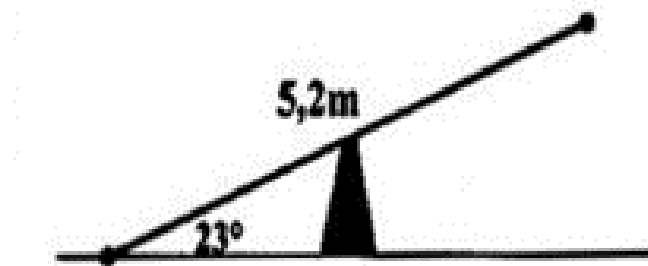
Câu 4. [NB] Một cột điện có bóng trên mặt đất dài $10m$ khi góc tạo bởi tia sáng mặt trời với mặt đất bằng 60° . Chiều cao cột điện đó là:

- A. $10m$. B. $5\sqrt{3}m$. C. $5m$. D. $10\sqrt{3}m$.

Câu 5. [TH] Minh đứng cách một cây xanh $20m$ và nhìn lên một đỉnh cây với hướng nhìn tạo với mặt đất một góc 35° . Tính chiều cao của cây xanh đó, biết chiều cao của Minh là $1,7m$.

- A. $14m$. B. $28,6m$. C. $15,7m$. D. $12,3m$.

Câu 6. [TH] Một chiếc bập bênh dài $5,2m$. Khi một đầu của cái bập bênh chạm đất thì góc tạo bởi cái bập bênh và mặt đất là 23° (như hình vẽ bên). Khi đó đầu còn lại của cái bập bênh cách mặt đất bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).





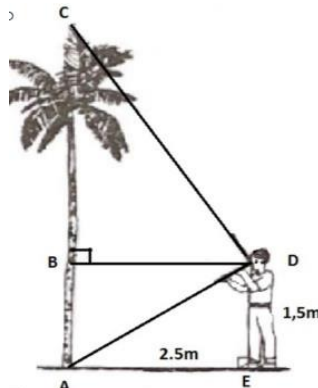
A. $2,03\text{ m}$.

B. $4,79\text{ m}$.

C. $2,21\text{ m}$.

D. $3,23\text{ m}$.

Câu 7. [TH] Một người dùng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao của cây dừa. Biết khoảng cách từ gốc cây đến vị trí chân của người đứng là $2,5\text{ m}$ chiều cao từ chỗ đặt mắt của người ngắm đến mặt đất là $1,5\text{ m}$. Chiều cao của cây dừa (làm tròn đến hàng phần trăm) là



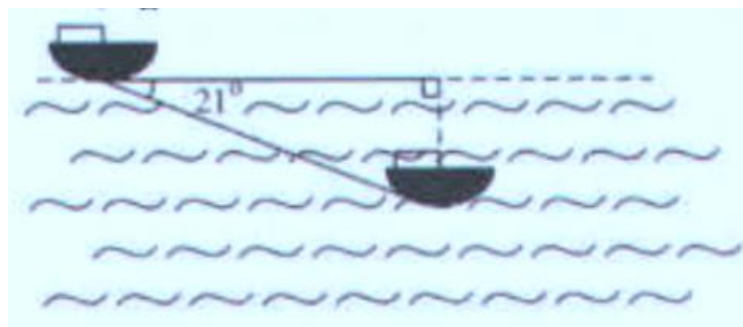
A. $4,2\text{ m}$.

B. $5,5\text{ m}$.

C. $6,67\text{ m}$.

D. $5,67\text{ m}$.

Câu 8. [TH] Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc 21° . Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250 m thì độ sâu của tàu so với mặt nước là: (làm tròn đến đơn vị mét).



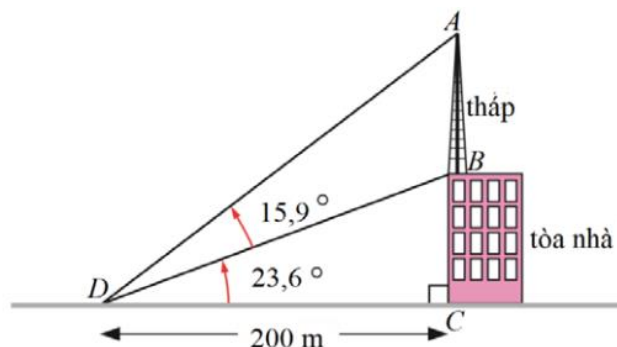
A. $233,4\text{ m}$.

B. 96 m .

C. $89,6\text{ m}$.

D. $89,5\text{ m}$.

Câu 9. [VD] Một cột tháp truyền thông xây dựng trên nóc của một tòa nhà như hình đã cho, chiều cao của cột tháp là:



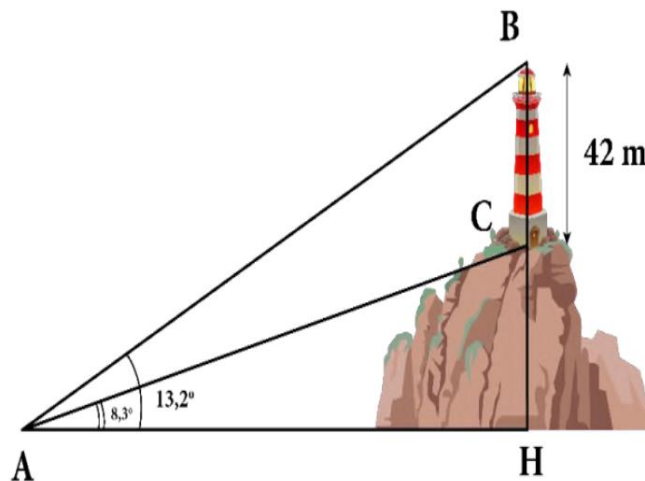
A. $252,2\text{ m}$.

B. $77,5\text{ m}$.

C. $87,4\text{ m}$.

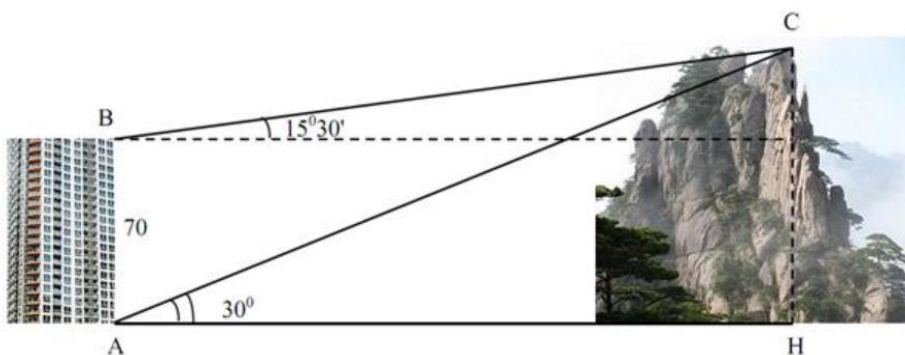
D. $164,9\text{ m}$.

Câu 10. [VD] Một tòa nhà cao 42 m đứng trên đỉnh một ngọn đồi. Từ một điểm trên mặt đất cách xa chân đồi, có thể nhìn thấy đỉnh tháp và chân tháp dưới góc $13,2^\circ$ và $8,3^\circ$ so với mặt đất. Chiều cao của ngọn đồi là:



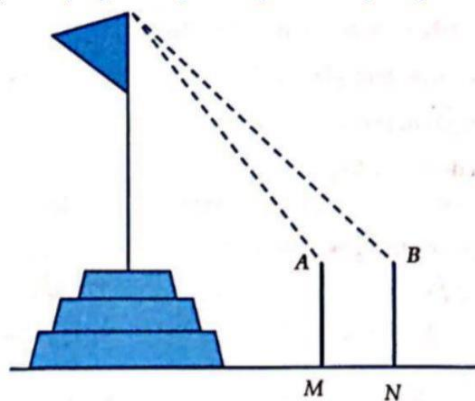
- A. 54,2 m. B. 69,1m. C. 179,1 m. D. 26,1 m.

Câu 11. [VD] Từ vị trí A và điểm B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của một ngọn núi biết rằng độ cao AB là $70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° . Phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$. Chiều cao của ngọn núi so với mặt đất là:



- A. 269,4 m. B. 134,7m. C. 179,1 m. D. 26,1 m.

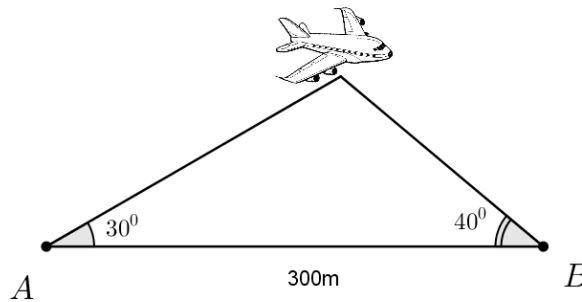
Câu 12. [VD] Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội - Huế), người ta cắm hai cọc AM và BN cao $1,5m$ so với mặt đất. Hai cọc này song song và cách nhau $10m$ và thẳng hàng so với tim cột cờ (Hình vẽ minh họa). Đặt giác kế tại đỉnh A và B để nhắm đến đỉnh cột cờ, người ta được các góc lần lượt là $51^\circ 40'$ và $45^\circ 39'$ so với đường song song với mặt đất. Chiều cao của cột cờ (làm tròn $0,01m$) là:



- A. 54,33 m. B. 56,88 m. C. 55,01 m. D. 54,63 m.

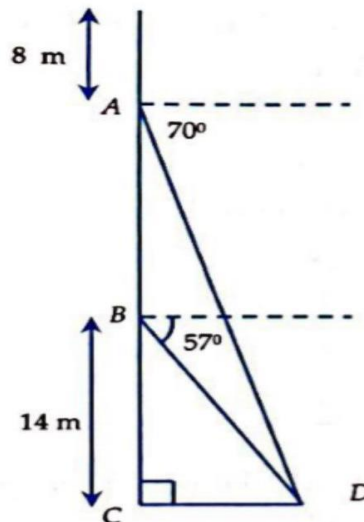


Câu 13. [VDC] Điểm hạ cánh của một máy bay trực thăng ở giữa hai người quan sát A và B . Biết khoảng cách giữa hai người này là 300 m , góc “nâng” để nhìn thấy máy bay tại vị trí A là 30° và tại vị trí B là 40° . Độ cao của máy bay gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 100 m . B. 150 m . C. 200 m . D. 250 m .

Câu 14. [VDC] Một thợ lặn có vị trí cách mặt nước 8 m , một con tàu đắm ở góc 70° . Sau khi cùng xuống tới một điểm cao hơn 14 m so với đáy đại dương, thợ lặn nhìn thấy con tàu đắm ở góc 57° . Chiều sâu của con tàu đắm gần giá trị nào nhất?

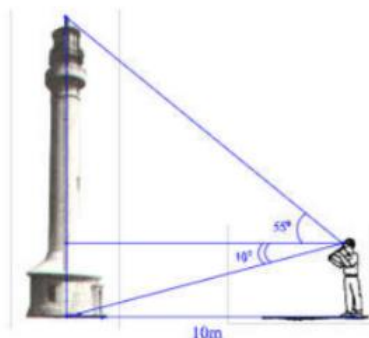


- A. $24,979\text{ m}$. B. $32,964\text{ m}$. C. $32,979\text{ m}$. D. $33,25\text{ m}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1. [NB]: Bóng của cột điện cao 12 m . Tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 30° . Tính chiều cao của cột điện đó.

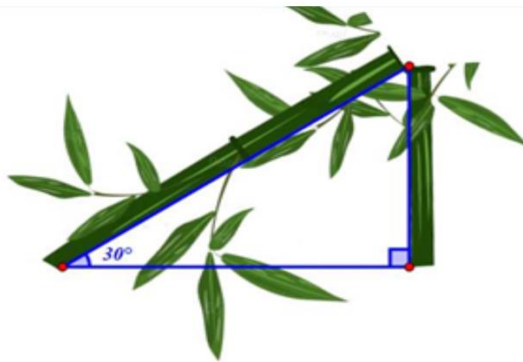
Ví dụ 2. [TH]: Một người quan sát đứng cách một cái tháp 10 m , nhìn thẳng đỉnh tháp và chân tháp lần lượt dưới 1 góc 55° và 10° so với phương ngang của mặt đất. Hãy tính chiều cao của tháp.



Ví dụ 3. [VD]: Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gấp xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được



khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là $8,5m$. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

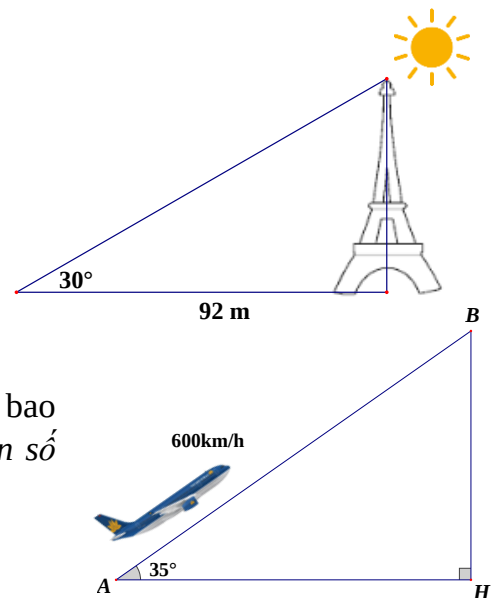


Ví dụ 4. [VDC] Tính chiều cao của trụ cầu Cần Thơ so với mặt sông Hậu, cho biết tại hai điểm cách nhau $89m$ trên mặt sông người ta nhìn thấy đỉnh trụ cầu với góc nâng lần lượt là 40° và 30° (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 1. [NB]: Bóng của cây cao $30m$. Tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 30° . Tính chiều cao của cây đó.

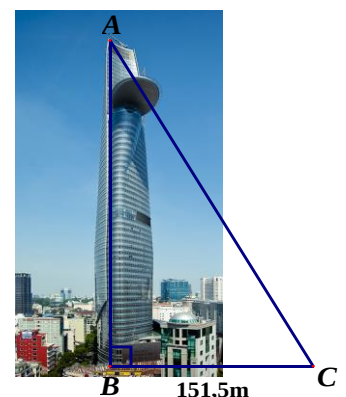
Bài 2. [NB]: Bóng của ngọn tháp in trên mặt đất là $86m$ và tia nắng mặt trời tạo với mặt đất góc 34° . Tính chiều cao của tháp (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai)

Bài 3.[NB] : Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 30° và bóng của một tháp trên mặt đất dài $92m$. Tính chiều cao của tháp (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai).



Bài 4. [NB]: Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc $600 km/h$. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 35° (hình bên). Hỏi sau 1 phút máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)

Bài 5. [NB]: Một người đứng cách chân tòa nhà BITECO (Thành phố Hồ Chí Minh) một khoảng $BC = 151,5m$ nhìn thấy đỉnh tòa nhà này theo góc nghiêng $BCA = 60^\circ$. Tính chiều cao AB của tòa nhà (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị).



Bài 6. [TH]: Một cần cẩu có góc nghiêng so với mặt đất nằm ngang là 40° . Vậy muốn nâng một vật nặng lên cao $8,1m$ thì cần cẩu phải dài bao nhiêu? Biết chiều cao của xe là $2,6m$, chiều cao của vật là $1m$ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).



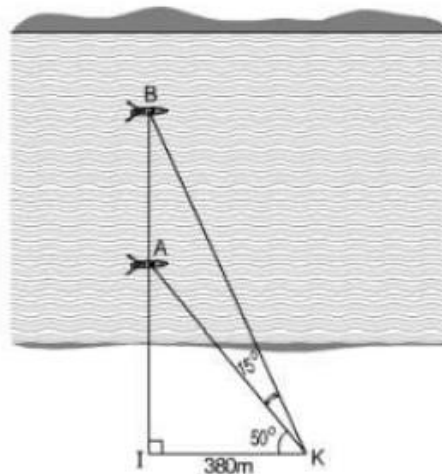
Bài 7.[TH] : Một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất dài 272 m , cùng thời điểm đó một cột đèn cao 7 m có bóng trên mặt đất dài 14 m . Em hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao $3,4\text{ m}$.

Bài 8. [VD]: Tòa nhà Bitexco Financial (hay Tháp Tài chính Bitexco) là một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Tòa nhà có 68 tầng (không tính 3 tầng hầm). Biết rằng, khi tòa nhà có bóng in trên mặt đất dài $47,3\text{ m}$, thì cùng thời điểm đó có một cột cờ (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao 15 m có bóng in trên mặt đất dài $2,64\text{ m}$.

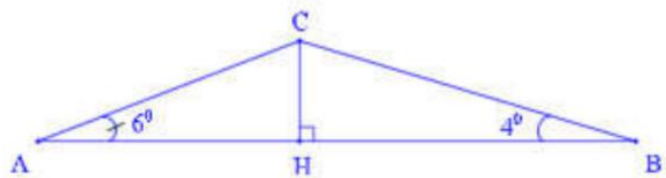
a) Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).

b) Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 9. [VD] Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng (làm tròn đến hàng đơn vị)



Bài 10. [VDC]: Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762 m , góc $A = 6^\circ$ và $B = 4^\circ$

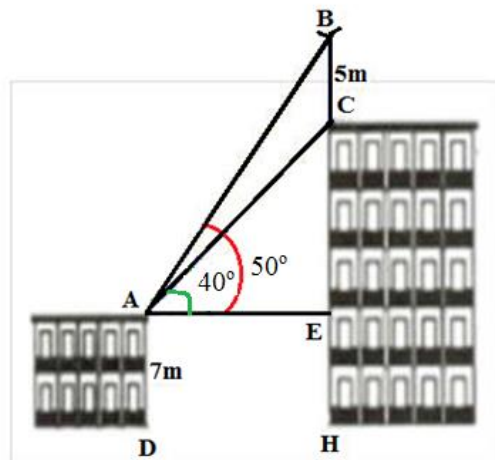


a) Tính chiều cao con dốc (làm tròn đến hàng đơn vị).

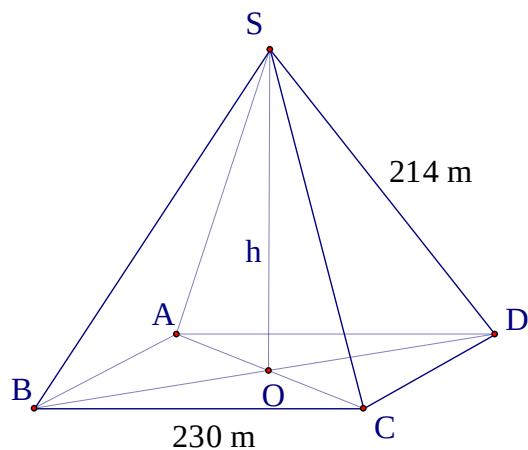
b) Hỏi An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ lên dốc 4 km/h và tốc độ xuống dốc 19 km/h (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Bài 11. [VDC] Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng – ten cao 5m . Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng – ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Bài 12. [VDC] Kim tự tháp Kê Ốp (Ai Cập) có dạng là hình chóp đều, đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân có chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của kim tự tháp dài 214m, cạnh đáy của nó dài 230m. Tính theo mét chiều cao h của kim tự tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

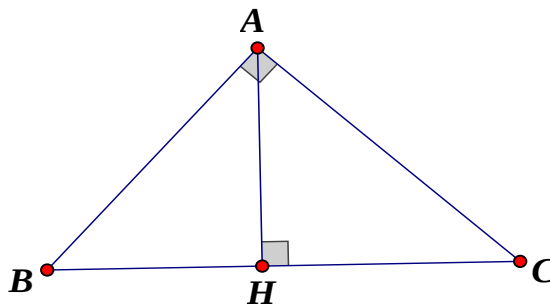




CHỦ ĐỀ 5: ÔN TẬP – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A , chiều cao AH .



Chọn câu sai

A. $\sin B = \frac{AH}{AB}$.

B. $\cos C = \frac{AC}{BC}$.

C. $\tan B = \frac{AC}{AB}$.

D. $\tan C = \frac{AH}{AC}$.

Câu 2. [NB] Cho α và β là góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\tan \alpha = \sin \beta$.

B. $\tan \alpha = \cot \beta$.

C. $\tan \alpha = \cos \alpha$.

D. $\tan \alpha = \tan \beta$.

Câu 3. [NB] Cho $\tan \alpha = 3$. Khi đó $\cot \alpha$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 4. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$, $\angle C = 50^\circ$. Chọn khẳng định đúng:

A. $b = c \cdot \sin 50^\circ$.

B. $b = a \cdot \tan 50^\circ$.

C. $b = c \cdot \cot 50^\circ$.

D. $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

Câu 5. [TH] Sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\cot 70^\circ$; $\tan 33^\circ$; $\cot 55^\circ$; $\tan 28^\circ$; $\cot 40^\circ$?

A. $\tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \cot 40^\circ < \cot 55^\circ < \cot 70^\circ$.

B. $\tan 28^\circ < \cot 70^\circ < \tan 33^\circ < \cot 55^\circ < \cot 40^\circ$.

C. $\cot 70^\circ < \tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \cot 55^\circ < \cot 40^\circ$.

D. $\cot 70^\circ > \tan 28^\circ > \tan 33^\circ > \cot 55^\circ > \cot 40^\circ$.



Câu 6. [TH] Giá trị của biểu thức $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. -1.

Câu 7. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 20\text{cm}$; $C = 60^\circ$. Tính BC, AB

- A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$. B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.
C. $AB = 20; BC = 40$. D. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

Câu 8. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 15\text{ cm}$, $AB = 12\text{ cm}$. Tính $AC; B$

- A. $AC = 8\text{cm}; B \approx 36^\circ 52'$. B. $AC = 9\text{cm}; B \approx 36^\circ 52'$.
C. $AC = 9\text{cm}; B \approx 37^\circ 52'$. D. $AC = 9\text{cm}; B \approx 36^\circ 55'$.

Câu 9. [VD] Cạnh bên của tam giác ABC cân tại A dài 20 cm , góc ở đáy là 50° . Độ dài cạnh đáy của tam giác cân là (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 25 cm . B. $25,7\text{ cm}$. C. 26 cm . D. $12,9\text{ cm}$.

Câu 10. [VD] Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 25° và có độ cao là $2,4\text{ m}$. Tính độ dài của mặt cầu trượt. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. $5,86\text{ m}$. B. 5 m . C. $5,68\text{ m}$. D. $5,9\text{ m}$.

Câu 11. [VD] Một cây tre cao 8 m bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3,5\text{m}$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. $3,32\text{ m}$. B. $3,23\text{ m}$. C. 4 m . D. 3 m .

Câu 12. [VDC] Cho biết $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ Tính giá trị biểu thức $\frac{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha}{27\sin^3 \alpha - 25\cos^3 \alpha}$ có nghiệm?

- A. $\frac{89}{891}$. B. $\frac{89}{159}$. C. $\frac{89}{459}$. D. $\frac{-89}{459}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho α là góc nhọn

- a) $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$.
b) $\tan \alpha < \cot \alpha$ vì $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$.
c) Không có góc α nào thỏa mãn $\tan \alpha = \cot \alpha$.
d) Tồn tại góc α nào thỏa mãn $\sin \alpha = \cos \alpha$.



Câu 2.

- a) Nếu $\sin \alpha < \cos \alpha$ thì $\tan \alpha > 1$.
- b) Nếu $\sin \alpha < \cos \alpha$ thì $\cot \alpha > 1$.
- c) Nếu $\tan \alpha$ là số nguyên thì $\cot \alpha$ là số nguyên.
- d) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ là số nguyên.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = 18$, AH là đường cao.

- a) $\angle ACB = 59^\circ$.
- b) $AC = 9$.
- c) $AB = 9$.
- d) $AH = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A

- a) $\sin B = \cos C$.
- b) $\sin^2 A + \cos^2 A = 2$.
- c) $\tan B = \cot B$ thì tam giác vuông cân.
- d) $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết $\cot B = 2$.

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết $\tan B = 4$.

Câu 3. [TH] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$.

Câu 4. [TH] Nhà bạn Vũ có một chiếc thang dài $3,5m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu m để nó tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 62° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng). (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

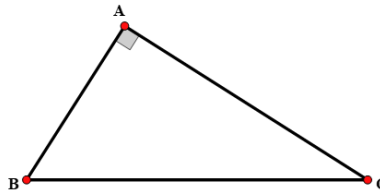
Câu 5. [VD] Một máy bay đang bay ở độ cao $10km$ so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay. Để đường bay và mặt đất tạo thành một góc an toàn là 15° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 6. [VDC] Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $500km/h$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau $1,2$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu km ?

**PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

Ví dụ 1 [NB]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tìm các tỉ số lượng giác của góc B biết $BC = 5\text{cm}; AB = 3\text{cm}$.

Lời giải



• Tính được $AC = 4\text{ cm}$

$$\bullet \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}; \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\bullet \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}; \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

Ví dụ 2 [NB]: Biết $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos \alpha; \tan \alpha$ và $\cot \alpha$.

Lời giải

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{2}; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sqrt{3}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ví dụ 3 [TH]: Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần (không sử dụng máy tính):

a) $\cos 48^\circ, \sin 25^\circ, \cos 62^\circ, \sin 75^\circ, \sin 48^\circ$

b) $\tan 25^\circ, \cot 73^\circ, \tan 70^\circ, \cot 22^\circ, \cot 50^\circ$

Lời giải

a) Ta có: $\cos 48^\circ = \sin 42^\circ, \cos 62^\circ = \sin 28^\circ$

Khi góc nhọn α tăng dần từ 0° đến 90° thì $\sin \alpha$ tăng dần nên:

$$\sin 25^\circ < \sin 28^\circ < \sin 42^\circ < \sin 48^\circ < \sin 75^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 25^\circ < \cos 62^\circ < \cos 48^\circ < \sin 48^\circ < \sin 75^\circ.$$

b) Ta có: $\cot 73^\circ = \tan 17^\circ, \cot 22^\circ = \tan 68^\circ, \cot 50^\circ = \tan 40^\circ$



$$\tan 17^\circ < \tan 25^\circ < \tan 40^\circ < \tan 68^\circ < \tan 70^\circ$$

$$\Rightarrow \cot 73^\circ < \tan 25^\circ < \cot 50^\circ < \cot 22^\circ < \tan 70^\circ$$

Ví dụ 4 [TH]:

a) Tính giá trị biểu thức $A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$

b) Rút gọn biểu thức $B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Lời giải

$$a) A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$$

$$= \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 20^\circ$$

$$= \cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2.$$

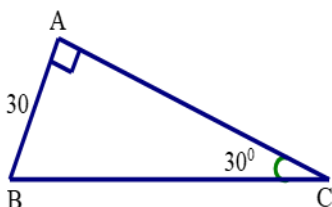
$$b) B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha^3 + \cos^2 \alpha^3 + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha^3 = 1^3 = 1$$

Ví dụ 5 [VD]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . biết $BC = 30\text{cm}$, $C = 30^\circ$

Lời giải



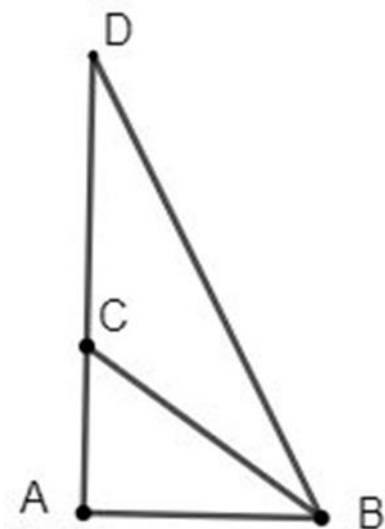
$$* B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$* AB = BC \cdot \sin C = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$* AC = BC \cdot \cos C = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

Ví dụ 6 [VD]: Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 35° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao $1,5\text{m}$. Tính chiều cao lúc đầu của cây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



Từ giả thiết ta có chiều dài ban đầu của cây là AD ; sau khi bị sét đánh thì cây còn lại $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

$$CBA = 35^\circ; CD = CB$$

Xét tam giác A vuông tại A $AB = c; AC = b; BC = a$. có $BC = \frac{AC}{\sin 35^\circ} = 2,6 \text{ m}$ nên $CD = 2,6 \text{ m}$

$$\Rightarrow AD = AC + CD = 1,5 + 2,6 = 4,1 \text{ m}$$

Vậy cây cao $4,1 \text{ m}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tìm các tỉ số lượng giác của góc B biết $BC = 13 \text{ cm}; AC = 12 \text{ cm}$.

Bài 2. [NB] Cho α là góc nhọn

a) Tính $\sin \alpha, \cot \alpha, \tan \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

b) Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$

c) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \cot \alpha$

d) Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$

Bài 3. [TH] Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ bé đến lớn

a) $\sin 24^\circ, \cos 35^\circ, \sin 54^\circ, \cos 70^\circ, \sin 78^\circ$

b) $\cot 24^\circ, \tan 16^\circ, \cot 57^\circ 67', \cot 30^\circ, \tan 80^\circ$

Bài 4. [VD] Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$.



b) $\sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ - \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$.

c) $\sin 15^\circ + \sin 75^\circ - \cos 15^\circ - \cos 75^\circ + \sin 30^\circ$.

d) $\sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ$.

e) $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$.

f) $\sin 20^\circ - \tan 40^\circ + \cot 50^\circ - \cos 70^\circ$.

Bài 5 [VD] Giải tam giác vuông ABC , biết $A = 90^\circ$ và $BC = 15\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$

Bài 6 [VD]

Cho tứ giác $ABCD$ có các đường chéo cắt nhau tại O . Cho biết $AC = 4\text{ cm}$; $BD = 5\text{ cm}$, $AOB = 50^\circ$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Bài 7 [VD]

Hai bạn học sinh Mai và Đào đang đứng ở mặt đất phẳng, cách nhau 150m thì nhìn thấy một chiếc điều (ở vị trí $5,68\text{m}$ giữa hai bạn). Biết góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Mai là $5,9\text{m}$ và góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Đào là $2,4\text{m}$. Hãy tính độ cao của điều lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

❧HẾT❧



CHUYÊN ĐỀ 1: TÍNH ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường tròn

a) Khái niệm: Đường tròn tâm O bán kính R ($R > 0$), kí hiệu $(O; R)$, là hình gồm tất cả các điểm cách điểm O một khoảng bằng R .

+ Không đề ý đến bán kính ta kí hiệu đường tròn tâm O là (O) .

+ Nếu A là một điểm của đường tròn (O) thì ta viết $A \in (O)$. Khi đó, ta còn nói đường trong (O) đi qua điểm A , hay điểm A nằm trên đường tròn (O) .

b) Nhận xét

- Vị trí tương đối của 1 điểm đối với đường tròn

+ Điểm M nằm trên đường tròn $(O; R)$ nếu $OM = R$.

+ Điểm M nằm trong đường tròn $(O; R)$ nếu $OM < R$.

+ Điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ nếu $OM > R$.

- Hình tròn tâm O bán kính R là hình gồm các điểm nằm trên và nằm trong đường tròn $(O; R)$

2. Tính đối xứng của đường tròn

a) Đối xứng tâm và đối xứng trục

- Đối xứng tâm: Hai điểm M và M' gọi là đối xứng nhau qua điểm I (hay qua tâm I) nếu I là trung điểm của MM' .

- Đối xứng trục: Hai điểm M và M' gọi là đối xứng nhau qua đường thẳng d (hay qua trục d) nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' .

b) Tâm và trục đối xứng của đường tròn

- Đường tròn là hình có tâm đối xứng; tâm của đường tròn là tâm đối xứng của nó.

- Đường tròn là hình có trục đối xứng; mỗi đường thẳng qua tâm của đường tròn là một trục đối xứng của nó.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



- Câu 1:** [NB] Số tâm đối xứng của đường tròn là:
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 2:** [NB] Tâm đối xứng của đường tròn là:
A. Điểm bất kì bên trong đường tròn. B. Điểm bất kì bên ngoài đường tròn.
C. Điểm bất kì trên đường tròn. D. Tâm của đường tròn.
- Câu 3:** [NB] Điền từ thích hợp vào chỗ trống: “Đường tròn có ... trục đối xứng”
A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.
- Câu 4:** [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về trục đối xứng của đường tròn?
A. Đường tròn không có trục đối xứng.
B. Đường tròn có duy nhất một trục đối xứng là đường kính.
C. Đường tròn có hai trục đối xứng là hai đường kính vuông góc với nhau.
D. Đường tròn có vô số trục đối xứng là đường kính.
- Câu 5:** [TH] Đường tròn có bao nhiêu tâm đối xứng?
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 6:** [TH] Tìm tất cả các trục đối xứng của đường tròn.
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 7:** [TH] Khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường tròn đến tâm của nó là bao nhiêu?
A. R . B. $2R$. C. $\frac{R}{2}$. D. $\frac{R}{4}$.
- Câu 8:** [TH] Cho một điểm A bất kì trên đường tròn. Hãy xác định điểm đối xứng với A qua tâm của đường tròn.
A. Giao điểm của AO với đường tròn (O).
B. Tâm của đường tròn.
C. Điểm nằm trên đường tròn kia.
D. Không đối xứng.
- Câu 9:** [VD] Một dây cung trên đường tròn có chiều dài là $2\pi R$. Tìm tất cả các điểm đối xứng của đoạn thẳng này qua tâm của đường tròn.
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 10:** [VD] Cho một điểm P bất kỳ nằm ngoài đường tròn (O). Đối xứng của P qua trục đối xứng của đường tròn nằm ở đâu?
A. Vẫn nằm ngoài đường tròn.
B. Nằm trên đường tròn.
C. Nằm trong đường tròn.
D. Không xác định.
- Câu 11:** [VD] Cho điểm P nằm trên đường tròn (O). Gọi Q là điểm đối xứng của P qua đường kính. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Q nằm ngoài đường tròn.
B. Q nằm trên đường tròn.
C. Q nằm trong đường tròn.



D. Q trùng với P.

Câu 12: [VDC] Cho đường tròn (O) có bán kính R đi qua bốn đỉnh của hình vuông. Tính diện tích của hình này.

A. R^2

B. $\frac{R^2}{2}$

C. $2R^2$

D. $\frac{\sqrt{2}R^2}{2}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường tròn không có tâm đối xứng.		
b)	Đường tròn có vô số tâm đối xứng		
c)	Đường tròn có 1 tâm đối xứng		
d)	Tâm đường tròn là tâm đối xứng		

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tất cả các đường tròn đều có vô số trục đối xứng		
b)	Đường tròn không có trục đối xứng		
c)	Trục đối xứng của đường tròn là hai đường kính vuông góc với nhau		
d)	Đường tròn có một trục đối xứng		

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tất cả các điểm trên đường tròn đều đối xứng qua tâm của nó.		
b)	Mỗi đường kính là một trục đối xứng của đường tròn		
c)	Bán kính là trục đối xứng của đường tròn		
d)	Mỗi điểm trên đường tròn đều là tâm đối xứng của đường tròn		

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Đường tròn có ... tâm đối xứng”

Câu 2. [NB] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Tâm đường tròn là đối xứng”

Câu 3. [TH] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Đường tròn có ... trục đối xứng”

Câu 4. [TH] Đường kính của một đường tròn khi đối xứng qua tâm đường tròn sẽ biến thành gì?

Câu 5. [VD] Khi một điểm trên đường tròn đối xứng qua một đường kính của đường tròn, điểm đối xứng nằm ở đâu?



Câu 6. [VDC] Điểm đối xứng của trung điểm một dây không qua tâm của đường tròn qua tâm đường tròn sẽ là gì?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm trên đường tròn. Chứng minh rằng điểm A đối xứng với chính nó qua đường kính của đường tròn đi qua A .

Ví dụ 2 [TH]: Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B nằm trên đường tròn sao cho AB là đường kính. Chứng minh rằng bất kỳ điểm nào trên đường tròn đều có đối xứng nằm trên đường tròn qua đường kính AB .

Ví dụ 3 [TH]: Cho đường tròn $(O; R)$ và đường kính AB . Gọi P là điểm bất kỳ trên đường tròn. Chứng minh rằng điểm P' (điểm đối xứng với P qua tâm O) cũng nằm trên đường tròn.

Ví dụ 4 [VD]: Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A nằm trên đường tròn. Gọi B là điểm đối xứng với A qua tâm O . Chứng minh rằng đối xứng của đường tròn qua đoạn thẳng AB là chính nó.

Ví dụ 5 [VD]: Cho tam giác ABC vuông tại A . Chứng minh rằng các điểm A, B, C thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Ví dụ 6 [VD]: Cho hình vuông $ABCD$ có E là giao điểm của hai đường chéo.

- Chứng minh rằng chỉ có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C, D . Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.
- Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3 cm.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng điểm đối xứng với bất kỳ điểm nào trên đường tròn qua tâm O cũng nằm trên đường tròn đó.

Bài 2. [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B nằm trên đường tròn sao cho AB là một dây đi qua tâm. Chứng minh rằng trung điểm của AB là tâm O của đường tròn.

Bài 3. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây không đi qua tâm. Chứng minh rằng đối xứng của dây đó qua tâm O là một dây khác của đường tròn.

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Chứng minh rằng các điểm A, B, C thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Bài 5 [VD] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là giao điểm của hai đường chéo.



- a) Chứng minh rằng chỉ có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C, D . Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.
- b) Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình chữ nhật có $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm.



CHUYÊN ĐỀ 2: CÁC GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

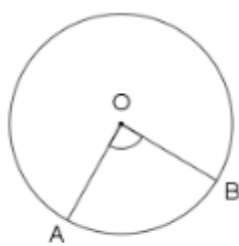
PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

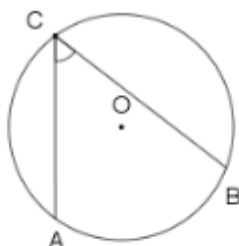
Câu 1. [NB] Góc nội tiếp là :

- A. góc có đỉnh nằm trên đường tròn.
- B. góc có đỉnh trùng với tâm của đường tròn.
- C. góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.
- D. góc có hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

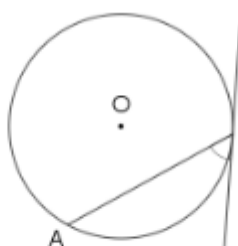
Câu 2. [NB] Hình nào dưới đây biểu diễn góc nội tiếp?



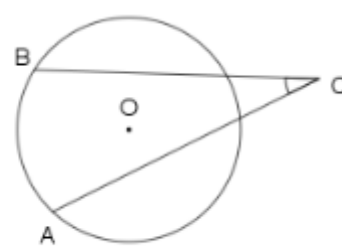
Hình 1



Hình 2



Hình 3



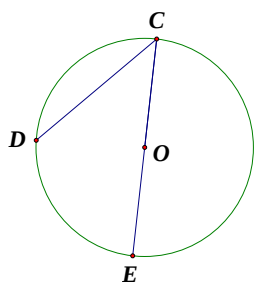
Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

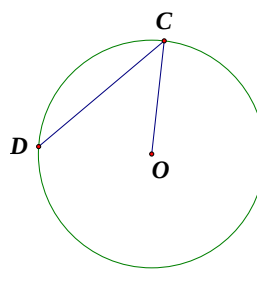
Câu 3. [NB] Chọn khẳng định **đúng**. Góc ở tâm là góc :

- A. Có đỉnh nằm trên đường tròn.
- B. Có đỉnh trùng với tâm đường tròn.
- C. Có hai cạnh là hai đường kính của đường tròn.
- D. Có đỉnh nằm trên bán kính của đường tròn.

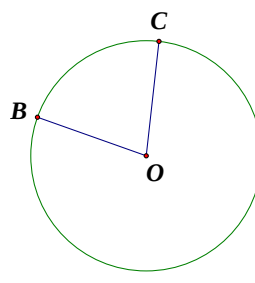
Câu 4. [NB] Cho hình vẽ sau cho biết hình vẽ nào có góc ở tâm?



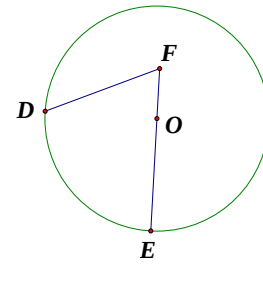
Hình 1



Hình 2



Hình 3

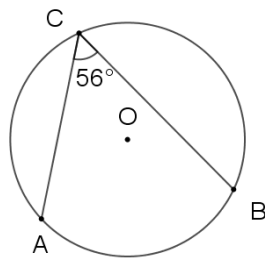


Hình 4

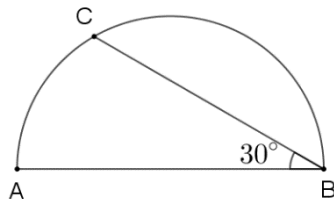
- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 5. [TH] Cho $\angle ACB = 56^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung nhỏ AB là :

- A. 28° . B. 56° . C. 112° . D. 248° .

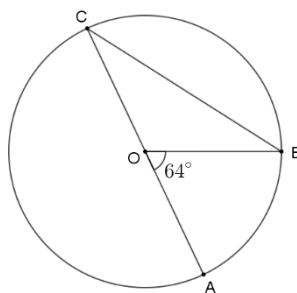


Câu 6. [TH] Cho nửa đường tròn đường kính AB . Biết $ABC = 30^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung BC là:



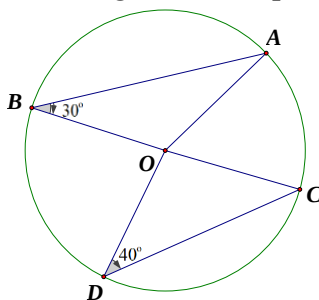
- A.** 60° . **B.** 80° . **C.** 100° . **D.** 120° .

Câu 7. [TH] Cho $AOB = 64^\circ$ như hình vẽ. Số đo của OCB là:



- A.** 30° . **B.** 32° . **C.** 34° . **D.** 116° .

Câu 8. [TH] Tìm số đo cung nhỏ AB và cung nhỏ CD qua hình vẽ sau:



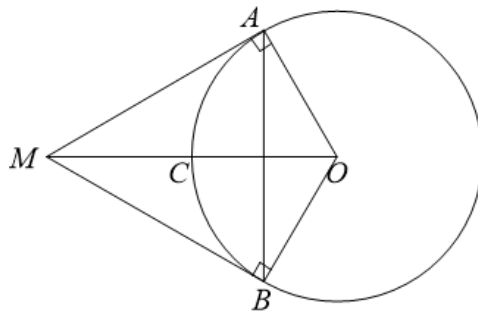
- A.** số đo $AB = 120^\circ$, số đo $CD = 80^\circ$.
B. số đo $AB = 130^\circ$, số đo $CD = 100^\circ$.
C. số đo $AB = 115^\circ$, số đo $CD = 80^\circ$.
D. số đo $AB = 120^\circ$, số đo $CD = 100^\circ$.

Câu 9. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M nằm ngoài (O) sao cho $OM = 2R$. Từ M kẻ tiếp tuyến MA và MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Số đo cung AB nhỏ bằng:

- A.** 240° . **B.** 120° . **C.** 360° . **D.** 210° .



Câu 10. [VD] Cho $O; R$, MA và MB là hai tiếp tuyến (hình vẽ minh họa). Gọi C là giao điểm của MO và AB . Biết $\angle MAB = 70^\circ$, số đo cung nhỏ AC là:



- A. 110° . B. 70° . C. 20° . D. 130° .

Câu 11. [VD] Cho $(O; R)$ và dây cung $MN = R\sqrt{3}$. Kẻ OI vuông góc với MN tại I . Số đo cung nhỏ MN bằng:

- A. 120° . B. 150° .
C. 90° . D. 145° .

Câu 12. [VDC] Cho đường tròn (O) đường kính AB , vẽ góc ở tâm $\angle AOC = 55^\circ$. Vẽ dây CD vuông góc với AB và dây DE song song với AB . Tính số đo cung nhỏ BE .

- A. 55° . B. 60° . C. 40° . D. 50° .

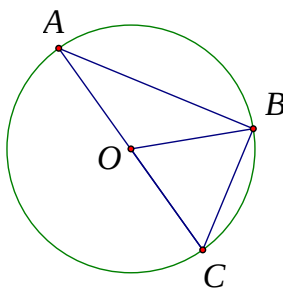
2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho đường tròn $O; R$. Một dây cung AB của đường tròn có độ dài bằng bán kính R .

- a) $\triangle AOB$ đều.
b) $\angle AOB = 60^\circ$.
c) $sđAB_n = 60^\circ$.
d) $sđAB_l = 60^\circ$.

Câu 2. Cho hình vẽ, biết AC là đường kính và $\triangle OBC$ là tam giác đều.





- a) $sđBC_n = 60^\circ$.
- b) $sđAB_n = 60^\circ$.
- c) CAB nhọn.
- d) $\triangle ACB$ vuông.

Câu 3. Cho tam giác ABC cân tại A có $BAC = 40^\circ$. Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC . Đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại I, K .

- a) $sđIC_n = 140^\circ$.
- b) $sđIB_n = 50^\circ$.
- c) $sđIB_n = sđKC_n$.
- d) $sđIK_n = 100^\circ$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB , điểm D thuộc đường tròn. Gọi E là điểm đối xứng với A qua D .

- a) $ADB = 60^\circ$.
- b) $\triangle ADB$ đều.
- c) $\triangle ABE$ cân tại B .
- d) $DBE = \frac{1}{2}sđAD_n$.

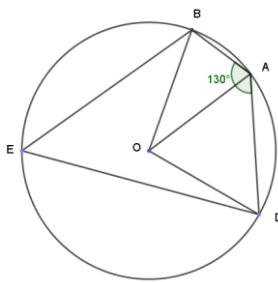
3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Trong một đường tròn, số đo cung lớn bằng bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung BC nhỏ bằng bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Cho đường tròn (O) và góc nội tiếp $BAD = 130^\circ$ như hình vẽ. E là một điểm thuộc cung lớn BD . Số đo của BED bằng bao nhiêu?



Câu 5. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB sao cho số đo cung lớn AB gấp đôi số đo cung nhỏ AB . Số đo cung AB nhỏ bằng bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho $\triangle ABC$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Biết $AB = a$; $\angle ACB = 60^\circ$. Bán kính của (O) bằng bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN (GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)

Ví dụ 1 [NB]: Trong hai cung của một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, cung nhỏ hơn thì sao?

Ví dụ 2 [TH]: Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A và B sao cho $\angle AOB = 80^\circ$. Vẽ dây AM vuông góc với bán kính OB tại H . Số đo cung nhỏ AM bằng bao nhiêu?

Ví dụ 3 [TH]: Cho tam giác ABC có $\angle A > 90^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, đường cao BH và đường trung tuyến AM . Vẽ đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác MHC . Tính số đo của cung nhỏ MC .

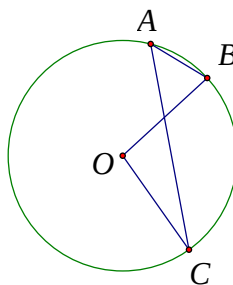
Ví dụ 4 [TH]: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) , biết góc $C = 45^\circ$ và $AB = a$. Bán kính đường tròn (O) là bao nhiêu?

Ví dụ 5 [VD]: Cho tam giác ABC cân tại A . Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC . Đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại I, K . Tính $\angle IOK$ biết $\angle BAC = 40^\circ$.

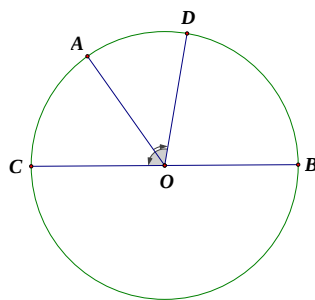
Ví dụ 6 [VDC]: Cho $\triangle ABC$ nội tiếp trong đường tròn (O) đường kính AD . Biết $AB = c$; $AC = b$; đường cao $AH = h$. Bán kính của (O) bằng bao nhiêu?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

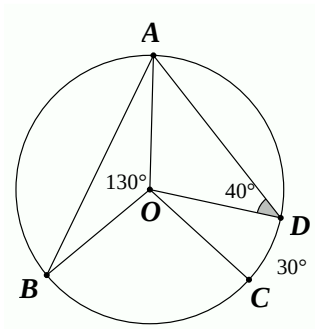
Bài 1. [NB] Cho hình vẽ, biết $\angle BOC = 86^\circ$. Số đo góc $\angle BAC$ bằng bao nhiêu?



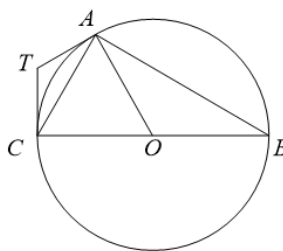
Bài 2. [TH] Cho hình vẽ có BC là đường kính có $\angle AOD = 45^\circ$; $\angle COA = 55^\circ$. Tính số đo cung nhỏ BD .



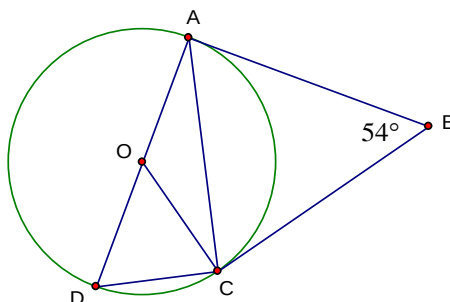
Bài 3. [TH] Cho hình vẽ, $AOB = 130^\circ$, $ADO = 40^\circ$, $sđ\widehat{CD} = 30^\circ$. Số đo BAC là bao nhiêu?



Bài 4. [VD] Cho hình vẽ bên có BC là đường kính và TA, TC là hai tiếp tuyến của O , biết $ATC = 140^\circ$. Tính số đo góc ABC .



Bài 5. [VD] Trong hình vẽ bên, biết BA và BC là hai tiếp tuyến của đường tròn O , đường kính AD , góc $ABC = 54^\circ$. Số đo góc DAC bằng bao nhiêu?



Bài 6 [VDC] Cho đường tròn $(O; R)$. Gọi H là điểm thuộc bán kính OA sao cho $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}OA$. Dây CD vuông góc với OA tại H . Tính số đo cung lớn CD .





CHUYÊN ĐỀ 3: CUNG VÀ DÂY CỦA MỘT ĐƯỜNG TRÒN

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1: [NB] Cho đường tròn (O) và hai dây AB và CD .

- A. $AB > CD$. B. $AB = CD$. C. $AB < CD$. D. $AB \leq CD$.

Câu 3: [NB] Nếu MN là một dây cung của đường tròn $(O; 3)$ thì:

- A. $MN < 3$. B. $MN > 3$. C. $MN \leq 3$. D. $MN \geq 3$.

Câu 4: [NB] Nếu PQ là một dây của đường tròn $(I; R)$ và $PQ = 10$ thì:

- A. $R > 10$. B. $R \leq 10$. C. $R < 5$. D. $R \geq 5$.

Câu 5: [NB] Cho đường tròn $(O; R)$, dây MN của đường tròn (O) và $\widehat{MON} = 60^\circ$. Cung MN có số đo bằng:

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 6: [NB] Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông MNP tại M là:

- A. Trung điểm PN . C. Trung điểm MN .
B. Trung điểm MP . D. Trọng tâm tam giác MNP .

Câu 7: [TH] Cho tam giác EFG vuông tại E có $EF = 6$, $EG = 8$ bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác EFG bằng:

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{14}$. D. $\sqrt{48}$.

Câu 8: [TH] : Cho $(O; 15\text{cm})$ có dây $AB = 24\text{cm}$ thì khoảng cách từ tâm O đến dây AB là:

$\sqrt{\quad}$

$\sqrt{\quad}$

$\sqrt{\quad}$

Câu 10: [VD]. Cho đường tròn (O) và một dây CD . Từ O kẻ tia vuông góc với CD tại M , cắt $(O; R)$ tại H . Biết $CD = 16\text{cm}$, $MH = 4\text{cm}$. Bán kính R bằng:

A. $12\sqrt{2}cm$.B. $10\sqrt{2}cm$.C. $12cm$.D. $10cm$.

Câu 11: [VD] Cho đường tròn tâm $(O; 25)$ dây $AB = 40cm$. Vẽ dây $CD \parallel AB$ và có khoảng cách tới dây AB là $22cm$. Độ dài dây CD là?

A. 42.

B. 44.

C. 46.

D. 48.

Câu 12: [VDC] Cho (O) . Dây AB và BC vuông góc với nhau có độ dài lần lượt là $AB = 16cm$ và $BC = 12cm$. Bán kính đường tròn O là:

A. $20cm$.B. $5cm$.C. $\sqrt{10}cm$.D. $10cm$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Xét các câu sau:

(1) Số đo của cung nhỏ AB bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

(2) Số đo của cung lớn AB bằng 360° trừ đi số đo của cung nhỏ AB .

(3) Số đo của nửa đường tròn bằng 180° .

(4) Đặc biệt, nếu điểm đầu và điểm cuối của một cung trùng nhau thì cung đó có số đo 0° , cung gồm cả đường tròn thì có số đo 360° .

A. Chỉ có (1) và (2) đúng.

B. Chỉ có (1) và (3) đúng.

C. Chỉ có (1) và (4) đúng.

D. Không có câu nào sai.

Câu 2: Điền dấu x vào ô Đ (đúng); S (sai) tương ứng với các khẳng định sau

Các khẳng định	Đ	S
A. Góc ở tâm là góc có đỉnh nằm trên đường tròn		
B. Góc ở tâm là góc có đỉnh là tâm đường tròn		
C. Góc ở tâm là góc có hai cạnh là hai đường kính của đường tròn		
D. Góc ở tâm là góc có hai cạnh chứa hai bán kính của đường tròn		

Câu 3. [TH] Điền dấu x vào ô Đ (đúng); S (sai) tương ứng với các khẳng định sau

Các khẳng định	Đ	S
A. Trong hai cung trong một đường tròn, cung nào có số đo nhỏ hơn thì nhỏ hơn		
B. Số đo của nửa đường tròn bằng 180°		



C. Với ba điểm A,B,C trên đường tròn ta luôn có $sđAB = sđAC + sđCB$

D. Nếu A là một điểm trên cung BAC thì $sđBAC = sđBA + sđAC$

Câu 4. [TH] Điền vào ô trống lời phát biểu thông thường tương ứng với cách ghi giả thiết và kết luận theo hình vẽ.

Hình vẽ	Giả thiết và kết luận	Cách phát biểu
	$sđAB = sđCD \Rightarrow AB = CD$	
	$sđAB > sđCD \Rightarrow AB > CD$	

Câu 5. Chọn câu trả lời đúng. Xét các khẳng định sau:

(I) Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau.

(II) Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau.

A. Chỉ có (I) đúng

B. Chỉ có (II) đúng

C. Cả (I) và (II) đều đúng

D. Cả (I) và (II) đều sai.

Câu 6. Chọn câu trả lời đúng. Xét các khẳng định sau:

(I) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là tam giác vuông.

(II) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền.

A. Chỉ có (I) đúng

C. Cả (I) và (II) đúng

B. Chỉ có (II) đúng

D. Cả (I) và (II) sai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] “Trong một đường tròn, đường kính là ...”. Điền vào dấu... cụm từ thích hợp.

Câu 2:[NB] “Góc ở tâm là góc”. Điền vào dấu... cụm từ thích hợp.

Câu 3. [TH] Cho đường tròn (O; 25). Khi đó dây lớn nhất của đường tròn (O; 25) có độ dài là:

Câu 4. [TH]

A. Từ 8 giờ đến 10h, kim giờ quay một góc ở tâm là

B. Từ 12 giờ đến 3h, kim giờ quay một góc ở tâm là....

C. Từ 6 giờ đến 10h, kim giờ quay một góc ở tâm là....



D. Lúc 12 giờ đúng kim giờ và kim phút tạo bởi một góc ở tâm là....

Câu 5. [TH] Cho hai điểm M, N thuộc đường tròn $(O; R)$ sao cho $\widehat{MON} = 100^\circ$. Tính số đo của cung lớn MN lớn.

Câu 6. [TH] Cho tam giác đều ABC . Gọi O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C . Tính số đo góc ở tâm AOB .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB] Cho đường tròn (O) có bán kính R . Dây HK của đường tròn vuông góc với OI tại trung điểm của OI . Tính độ dài HK .

Ví dụ 2 [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm I nằm bên trong đường tròn.

- Hãy nêu cách dựng dây CD nhận I làm trung điểm;
- Tính độ dài dây CD khi $R = 5 \text{ cm}$, $OI = 3 \text{ cm}$.

Ví dụ 3 [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và ba dây AB, AC, AD ; gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B lên các đường thẳng AC, AD . Chứng minh $MN \leq 2R$.

Ví dụ 4 [VD] Tứ giác $ABCD$ có $B = D = 90^\circ$.

- Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.
- So sánh độ dài AC và BD . Nếu $BD = AC$ thì tứ giác $ABCD$ là hình gì?

Ví dụ 5 [VD]: Cho đường tròn (O) đường kính AK , dây MN không cắt đường kính AK . Gọi I, P lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A và K đến MN . Chứng minh rằng: $MI = NP$.

Ví dụ 6 [VDC]: Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng:

- Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn.
- $DE < BC$
- $DE < AH$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây $MN = R$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây MN .

Bài 2. [TH]. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 5 \text{ cm}$, dây $AB = 8 \text{ cm}$. Gọi I là điểm trên dây AB sao cho $AI = 1 \text{ cm}$. Kẻ dây CD đi qua điểm I và vuông góc với dây AB . Chứng minh rằng $AB = CD$.

Bài 3. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$. Vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau.

Chứng minh rằng: $S_{ACBD} \leq 2R^2$.

Bài 4. [VD] Cho đường tròn O , dây cung AB và CD với $CD = AB$. Giao điểm K của các đường thẳng AB và CD nằm ngoài đường tròn. Vẽ đường tròn $O; OK$, đường tròn này cắt KA và KC lần lượt tại M và N . So sánh KM và KN .



Bài 5. [VD] .Cho đường tròn tâm O , các dây AB và CD cắt nhau tại một điểm M nằm ngoài đường tròn, trong đó $AB > CD$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng:

a) $MH > MK$

b) $OMH > OMK$

Bài 6 [VDC] Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB, CD . Trên bán kính AO lấy đoạn

$AI = \frac{2AO}{3}$, vẽ tia CI cắt (O) tại E . Tính theo R độ dài dây CE



CHUYÊN ĐỀ 3: ĐỘ DÀI CỦA ĐƯỜNG TRÒN. DIỆN TÍCH HÌNH QUẠT TRÒN VÀ HÌNH VÀNH KHĂN.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Độ dài cung tròn n° trên đường tròn $(O; R)$ bằng

- A. $2\pi R$. B. $\frac{n}{180}\pi R$. C. $\frac{\pi Rn}{360}$. D. $\frac{n}{360}\pi R^2$.

Câu 2. [NB] Diện tích hình quạt tròn cung n° của $(O; R)$ bằng

- A. $2\pi R$. B. πR^2 . C. $\frac{n}{180}\pi R$. D. $\frac{n}{360}\pi R^2$.

Câu 3. [NB] Tỉ số giữa độ dài cung n° và độ dài đường tròn (có cùng bán kính) bằng

- A. $\frac{n}{180}$. B. $\frac{n}{360}$. C. $\frac{n}{90}$. D. $\frac{n}{120}$.

Câu 4. [NB] Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai** ?

- A. Tỉ số giữa diện tích hình quạt tròn ứng với cung n° và diện tích hình tròn (có cùng bán kính) bằng $\frac{n}{360}$.
- B. Tỉ số giữa diện tích hình quạt tròn ứng với cung n° và diện tích hình tròn (có cùng bán kính R), bằng tỉ số giữa độ dài cung n° và độ dài đường tròn (có cùng bán kính R).
- C. Hình vành khăn là phần nằm giữa hai đường tròn.
- D. Diện tích hình vành khăn bằng hiệu diện tích hai hình tròn đồng tâm tạo bởi hình vành khăn đó.

Câu 5. [TH] Độ dài đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh $4cm$ là

- A. $\sqrt{2}\pi (cm)$. B. $2\sqrt{2}\pi (cm)$. C. $4\sqrt{2}\pi (cm)$. D. $8\pi (cm)$.

Câu 6. [TH] Độ dài cung 120° của đường tròn có bán kính $3cm$ là

- A. $\pi (cm)$. B. $2\pi (cm)$. C. $3\pi (cm)$. D. $4\pi (cm)$.

Câu 7. [TH] Diện tích của hình quạt tròn ứng với cung 120° có bán kính $3cm$ là



A. $\pi (cm^2)$.

B. $2\pi (cm^2)$.

C. $3\pi (cm^2)$.

D. $4\pi (cm^2)$.

Câu 8. [TH] Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính là $4cm$ và $6cm$ là

A. $2\pi (cm^2)$.

B. $10\pi (cm^2)$.

C. $16\pi (cm^2)$.

D. $20\pi (cm^2)$.

Câu 9. [VD] Diện tích bề mặt một cái trống có dạng hình tròn có bán kính $8cm$ bằng

A. $4\pi (cm^2)$.

B. $8\pi (cm^2)$.

C. $16\pi (cm^2)$.

D. $64\pi (cm^2)$.

Câu 10. [VD]

Một cái niềng xe đạp có đường kính bằng $60cm$. Một sợi dây lót vành niềng xe để chống thủng xăm ruột dài bao nhiêu xen-ti-mét?



A. $60(cm)$.

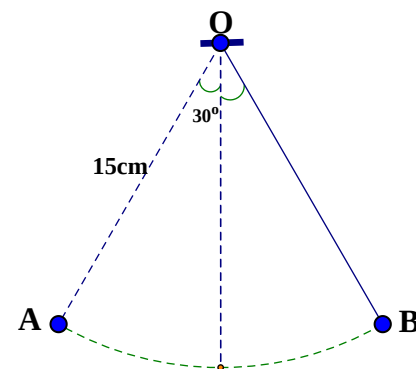
B. $94,2(cm)$.

C. $188,4(cm)$.

D. $376,8(cm)$.

Câu 11. [VD]

Một con lắc có sợi dây OA dài $15cm$, di chuyển từ A đến B , biết OA hợp với phương thẳng đứng một góc 30° (hình vẽ). Quãng đường AB mà con lắc đó di chuyển bằng



A. $7,85(cm)$.

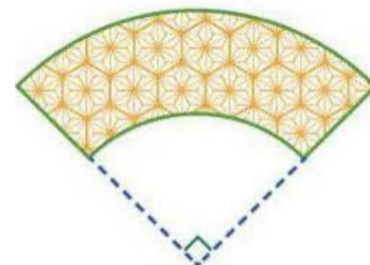
B. $15,7(cm)$.

C. $3,925(cm)$.

D. $31,4(cm)$.

Câu 12. [VDC]

Một mảnh vải bông có dạng hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm và có các bán kính lần lượt là $4dm$ và $6dm$ (hình vẽ bên)



A. $1,57 (dm^2)$.

B. $3,14 (dm^2)$.

C. $7,85 (dm^2)$.

D. $15,7 (dm^2)$.

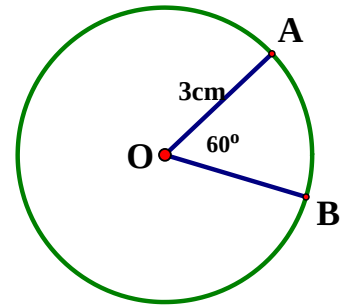
2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai



Câu 1. Cho hình vẽ

- Chu vi đường tròn $(O; 3cm)$ bằng $6\pi (cm)$.
- Diện tích hình tròn $(O; 3cm)$ bằng $6\pi (cm^2)$.
- Độ dài cung nhỏ AB bằng $3(cm)$.
- Diện tích hình quạt tròn OAB bằng $4,71(cm^2)$.

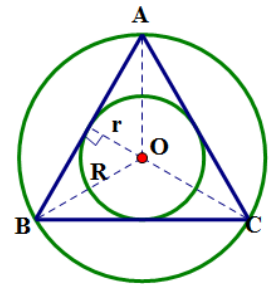


Câu 2. Độ dài cung tròn 80° của một đường tròn là $\frac{16\pi}{9} dm$. Khi đó:

- Số đo cung lớn có chung hai mút với cung 80° của đường tròn đó bằng 180° .
- Bán kính của đường tròn đó bằng $4(dm)$.
- Chu vi đường tròn đó bằng $4\pi (dm)$.
- Diện tích hình quạt tròn ứng với cung 80° của đường tròn đó bằng: $\frac{32}{9}\pi (dm^2)$.

Câu 3.

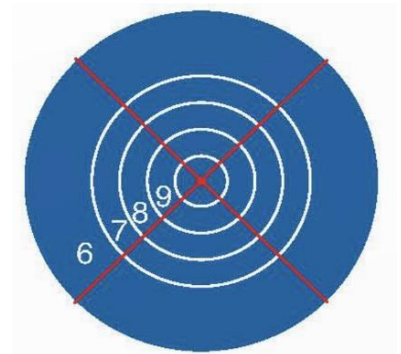
Cho đường tròn $(O; r)$ và đường tròn $(O; R)$ là đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác đều ABC



- Tỉ số $\frac{r}{R}$ bằng $\frac{1}{2}$
- Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{4} R^2$
- Diện tích hình quạt OAB bằng $\frac{1}{3}\pi R^2$
- Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB bằng: $\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\pi\right) R^2$

Câu 4.

Một tấm bia tạo bởi năm đường tròn đồng tâm lần lượt có bán kính là $R_1 = 5cm$, $R_2 = 10cm$, $R_3 = 15cm$, $R_4 = 20cm$,





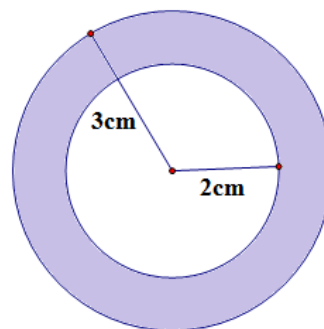
$R_5 = 30\text{cm}$. Giả thiết rằng một người chơi ném phi tiêu một cách ngẫu nhiên và luôn trúng bia.

- Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn thứ 2 đường tròn thứ 3 bằng $125\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.
- Diện tích hình tròn thứ năm bằng $900\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.
- Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng $\frac{5}{12}$.
- Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng $\frac{5}{36}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho đường tròn đường kính bằng 6cm . Tính độ dài cung 60° của đường tròn đó.

Câu 2. [NB] Tính diện tích hình vành khăn dưới đây với hai bán kính 2cm và 3cm



Câu 3. [TH] Chân một đồng cát đổ trên một phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi 12m . Hỏi chân đồng cát đó chiếm một diện tích là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 4. [TH]

Đầu làng có một cái giếng, miệng giếng hình tròn có đường kính 2m . Xung quanh miệng giếng người ta xây một cái thành rộng $0,4\text{m}$. Tính diện tích thành giếng.
(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

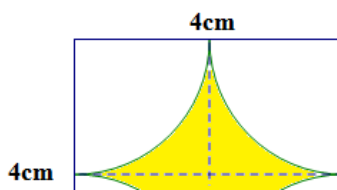


Câu 5. [VD] Cho $\triangle ABC$ cân tại B có $B = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Câu 6. [VDC] Tính diện tích hình vành khăn tạo bởi đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác đều cạnh 6cm .

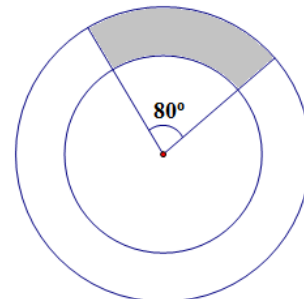
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Tính chu vi hình được tô màu (hình vẽ bên dưới), biết cạnh hình vuông 4cm .



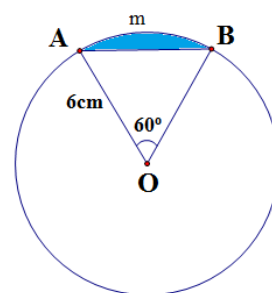


Ví dụ 2 [TH]: Tính diện tích phần tô màu ở hình vẽ bên, biết bán kính của đường tròn lớn bằng $R=6\text{cm}$ và bán kính của đường tròn nhỏ bằng $r=4\text{cm}$.



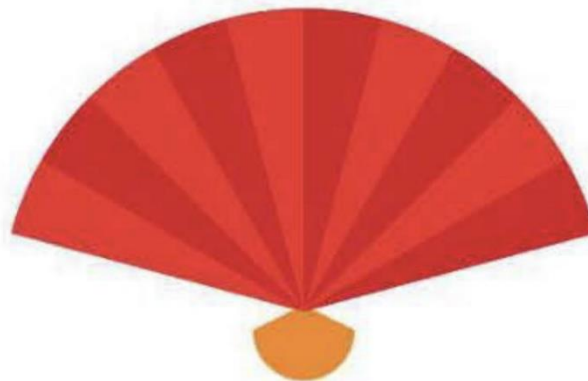
Ví dụ 3 [TH]:

Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB (hình vẽ bên bên)



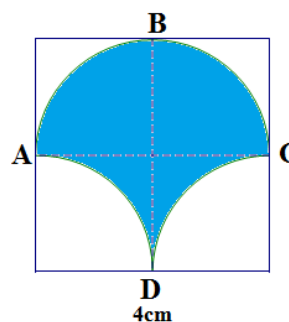
Ví dụ 4 [VD]: Hình quạt tô màu ở dưới có bán kính bằng 25cm và góc ở tâm bằng 150° .

- Tính diện tích hình quạt đó.
- Tính chiều dài cung tương ứng.



✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

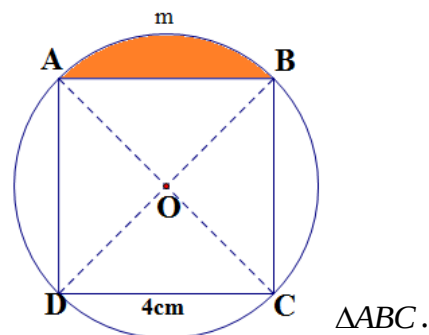
Bài 1. [NB] Tính chu vi hình được tô màu (hình vẽ bên dưới), biết cạnh hình vuông 4cm .





Bài 2. [TH] Tính diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có cạnh dài 4cm .

Bài 3. [VD] Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB (hình vẽ bên dưới), biết $ABCD$ là hình vuông cạnh 4cm .



Bài 4: [VD]

Tam giác ABC cân tại A , có $A = 120^\circ$, $BC = 6\text{cm}$. Tính độ dài ΔABC .

Bài 5: [VD]

Một máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính $1,2\text{m}$ và bánh xe trước có đường kính là 90cm . Hỏi sau khi bánh xe sau lăn được 15 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng.



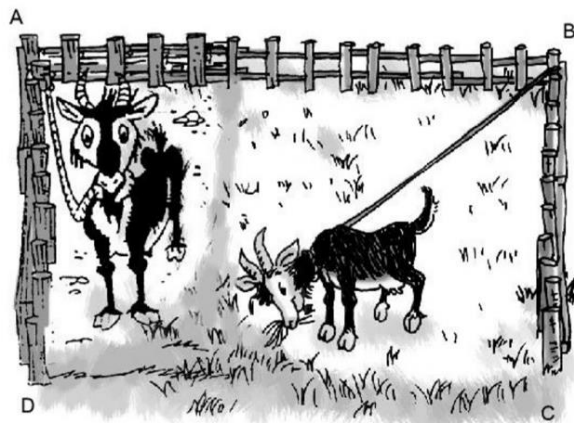
Bài 6: [VD]

Một hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 40\text{m}$, $AD = 30\text{m}$. Người ta muốn buộc hai con dê ở hai góc vườn A, B .

Có hai cách buộc:

- Mỗi dây thừng dài 20m .
- Một dây thừng dài 30m và một dây thừng kia dài 10m .

Hỏi với cách buộc nào thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được sẽ lớn hơn.





CHUYÊN ĐỀ 4: ĐỘ DÀI CUNG TRÒN, DIỆN TÍCH HÌNH QUẠT, HÌNH VÀNH KHĂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức tính độ dài đường tròn

$$C = \pi d \text{ hay } C = 2\pi R \text{ vì } d = 2R$$

C là độ dài đường tròn

2. Công thức tính độ dài cung tròn

$$l = \frac{\pi R n}{180}$$

l là độ dài cung tròn

R là bán kính đường tròn

n° là số đo độ của cung tròn

3. Công thức diện tích hình tròn

Diện tích S của một hình tròn bán kính R được tính theo công thức:

$$S = \pi R^2$$

4. Công thức diện tích hình quạt tròn

Diện tích hình quạt tròn bán kính R , cung n° được tính theo công thức:

$$S_q = \frac{\pi R^2 n}{360} \text{ hay } S_q = \frac{lR}{2}.$$

(l là độ dài cung n° của hình quạt tròn).

5. Công thức diện tích hình vành khăn (vành khuyên)

Diện tích hình vành khăn tạo bởi hai đường tròn đồng tâm có bán kính là R và r được tính theo công thức: $S_v = \pi(R^2 - r^2)$ với $R > r$.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1: [NB] Độ dài cung tròn 60° của một đường tròn có bán kính $5cm$ bằng

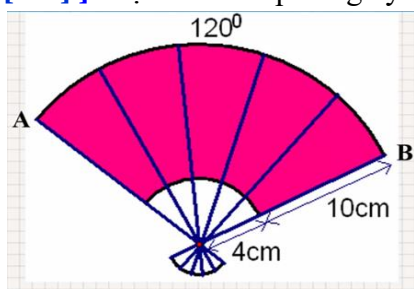
- A. $10\pi cm$. B. $\frac{5\pi}{3} cm$. C. $\frac{5\pi}{6} cm$. D. $\frac{25\pi}{6} cm$.

Câu 2: [NB] Độ dài cung tròn 60° của một đường tròn có đường kính $6dm$ bằng

- A. $12\pi dm$. B. $2\pi dm$. C. πdm . D. $36\pi dm$.



- Câu 3:** [NB] Diện tích hình quạt tròn cung 30° của một đường tròn có bán kính $4cm$ bằng
- A. $\frac{2\pi}{3} cm^2$. B. $\frac{4\pi}{3} cm^2$. C. $8\pi cm^2$. D. $16\pi cm^2$.
- Câu 4:** [NB] Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính là $4cm$ và $6cm$ là
- A. $16\pi cm^2$. B. $36\pi cm^2$. C. $20\pi cm$. D. $20\pi cm^2$.
- Câu 5:** [TH] Gọi S là diện tích của một hình tròn tâm O , bán kính R . Khẳng định nào sau đây đúng:
- A. Nếu R tăng gấp đôi thì S tăng lên 4 lần.
 B. Nếu R tăng gấp đôi thì S tăng lên 2 lần.
 C. Nếu R tăng lên k lần thì S tăng lên $k + 2$ lần.
 D. Nếu R tăng lên k lần thì S tăng lên $2k$ lần.
- Câu 6:** [TH] Tỉ số giữa độ dài cung n° và độ dài đường tròn (có cùng bán kính) bằng
- A. $\frac{n}{90}$. B. $\frac{n}{180}$. C. $\frac{n}{180}$. D. $\frac{n}{360}$.
- Câu 7:** [TH] Diện tích hình tròn nội tiếp một hình vuông cạnh $4cm$ bằng
- A. $25cm^2$. B. $16cm^2$. C. $15,3cm^2$. D. $12,56cm^2$.
- Câu 8:** [TH] Cho đường tròn $(O; 6cm)$ và lấy một điểm I sao cho $OI = 3cm$. Kẻ dây AB vuông góc với OI tại I . Độ dài của cung nhỏ AB (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) bằng
- A. $12,6cm$. B. $12,5cm$. C. $6,2cm$. D. $6,3cm$.
- Câu 9:** [VD] Cho đường tròn $(O; 6cm)$ và lấy một điểm I sao cho $OI = 3cm$, Kẻ dây AB vuông góc với OI tại I . Diện tích hình quạt tròn OAB (làm tròn đến hàng phần mười) bằng
- A. $18,8cm^2$. B. $18,9cm^2$. C. $37,7cm^2$. D. $37,6cm^2$.
- Câu 10:** [VD] Diện tích của phần giấy để làm chiếc quạt như hình vẽ sau bằng



- A. $\frac{196\pi}{3} cm^2$. B. $\frac{16\pi}{3} cm^2$. C. $60\pi cm^2$. D. $50\pi cm^2$.
- Câu 11:** [VD] Diện tích phần còn lại của nửa đường tròn đường kính $AD = 12cm$ bị cắt bởi hai nửa đường tròn đường kính $AB = CD = 4cm$ ($B, C \in AD$) (làm tròn đến hàng đơn vị) là
- A. $43cm^2$. B. $44cm^2$. C. $87cm^2$. D. $88cm^2$.



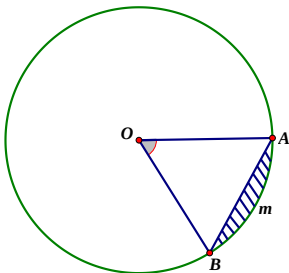
Câu 12: Cho tam giác cân ABC có $B = 120^\circ$; $AC = 4cm$. Diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác đó bằng

- A. $\frac{16\pi}{3} cm^2$. B. $16\pi cm^2$. C. $6\pi cm^2$. D. $\frac{6\pi}{3} cm^2$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $(O; 6cm)$ có $AOB = 60^\circ$ như hình vẽ sau

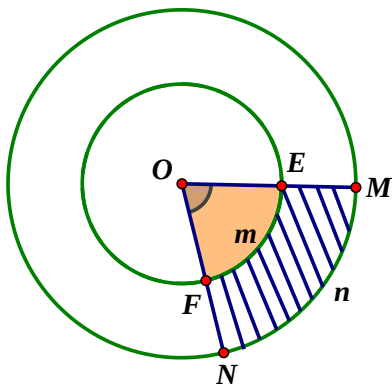


- a) Độ dài cung AmB bằng $2\pi cm$
 b) Diện tích hình tròn $(O; 6cm)$ bằng $6\pi cm^2$
 c) Diện tích hình quạt tròn OAB bằng $6\pi cm^2$
 d) Diện tích hình viên phân AmB bằng $5cm^2$.

Câu 2. Độ dài cung tròn 120° của một đường tròn là $\frac{10\pi}{3} dm$. Khi đó:

- a) Bán kính của đường tròn đó bằng $5dm$
 b) Chu vi đường tròn đó bằng $10\pi(dm)$
 c) Độ dài của cung lớn có chung hai mút với cung 120° của đường tròn đó bằng $\frac{10\pi}{3} dm$
 d) Diện tích hình quạt tròn ứng với cung 120° của đường tròn đó bằng $\frac{25}{3}(dm^2)$

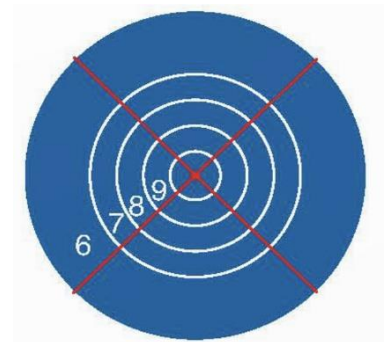
Câu 3. Cho hai đường tròn đồng tâm $(O; 3cm)$ và $(O; 6cm)$ biết $OE = 3cm, OM = 6cm, MON = 70^\circ$ như hình vẽ.



- a) Tỉ số diện tích của hai đường tròn $(O; 3cm)$ và $(O; 6cm)$ bằng $\frac{1}{4}$
- b) Tỉ số diện tích của hình quạt tròn OEF và hình quạt tròn OMN bằng $\frac{1}{2}$
- c) Diện tích của hình có gạch sọc là $\frac{21\pi}{4} cm^2$
- d) Diện tích của hình có gạch sọc chiếm khoảng 16% diện tích của $(O; 6cm)$

Câu 4.

Một tấm bia tạo bởi năm đường tròn đồng tâm lần lượt có bán kính là $R_1 = 5cm$, $R_2 = 10cm$, $R_3 = 15cm$, $R_4 = 20cm$, $R_5 = 30cm$. Giả thiết rằng một người chơi ném phi tiêu một cách ngẫu nhiên và luôn trúng bia. Biết rằng xác suất ném trúng mỗi vòng bằng tỉ số giữa diện tích của hình vành khăn tương ứng với diện tích của hình tròn lớn nhất.



- a) Diện tích hình tròn lớn nhất bằng $900\pi cm^2$
- b) Diện tích của hình vành khăn nằm giữa đường tròn thứ hai và thứ ba bằng $125\pi (cm^2)$
- c) Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng $\frac{5}{36}$
- d) Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 9 bằng $\frac{1}{36}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho đường tròn đường kính AB bằng $5dm$. Tính độ dài cung 60° của đường tròn đó.

Câu 2. [NB] Tính diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính là $5cm$ và $7cm$

Câu 3. [TH]



Chân một đồng cát đổ trên một phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi $10m$. Hỏi chân đồng cát đó chiếm một diện tích là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?



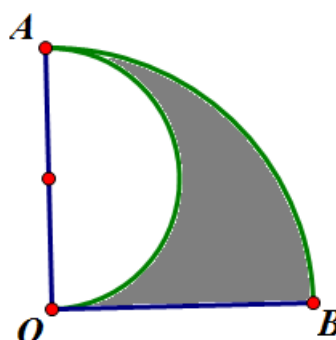
Câu 4. [TH]

Đầu làng có một cái giếng, miệng giếng hình tròn có đường kính $0,7m$. Xung quanh miệng giếng người ta xây một cái thành rộng $0,4m$. Tính diện tích thành giếng.



Câu 5. [VD]

Cho hình vẽ, tính diện tích phần tô màu xám, biết $OA = OB = 4cm$, $AOB = 90^\circ$.



Câu 6. [VDC] Cho $\triangle ABC$ cân tại B có $B = 60^\circ$, $AC = 6cm$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ Vận dụng linh hoạt các công thức đã tóm tắt
- ☒ Sử dụng các kiến thức về đường tròn, định lý Pitago

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho $\pi \approx 3,14$. Hãy điền vào các bảng sau:

Bán kính R	Đường kính d	Độ dài C	Diện tích S
5			
	6		
		94,2	
			28,26



Ví dụ 2 [TH]: Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm M thuộc AB . Vẽ dây CD vuông góc với AB tại M . Giả sử $AM = 1\text{cm}$; $CD = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Tính

a) Độ dài đường tròn (O)

b) Độ dài cung CAD .

Ví dụ 3 [TH]: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A , $AB = 4\text{cm}$. Vẽ đường cao AH ; gọi M và N theo thứ tự là trung điểm AB và AC

a) Chứng minh: tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b) Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$; $BC = 2\text{cm}$. Vẽ đường tròn (O) ngoại tiếp hình chữ nhật này.

a) Tính diện tích đường tròn (O)

b) Tính tổng diện tích 4 hình viên phân

c) Tính diện tích hình viên phân do dây BC tạo với cung nhỏ BC



Bài 1. [NB] Điền vào ô trống trong bảng sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất):

Bán kính đường tròn (R)	Độ dài đường tròn (C)	Diện tích hình tròn (S)	Số đo của cung tròn n°	Diện tích hình quạt tròn cung n°
	12cm		45°	
2cm				$12,5\text{cm}^2$
		40cm^2		10cm^2

Bài 2. [TH] Cho đường tròn (O) bán kính OA . Từ trung điểm M của OA vẽ dây $BC \perp OA$. Biết độ dài đường tròn (O) 4π cm. Tính:

a) Bán kính đường tròn (O)

b) Độ dài hai cung BC của đường tròn.

Bài 3. [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M sao cho $OM = 2R$. Từ M vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

a) Tính độ dài cung nhỏ AB .

b) Tính diện tích giới hạn bởi hai tiếp tuyến AM, MB và cung nhỏ AB .



Bài 4. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $B = 60^\circ$. Đường tròn tâm I , đường kính AB cắt BC ở D .

- Chứng minh AD vuông góc với BC .
- Chứng minh đường tròn tâm K đường kính AC đi qua D .
- Tính độ dài cung nhỏ BD .

Bài 5. [VD] Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy M thuộc đoạn AB . vẽ dây CD vuông góc với AB tại M . Giả sử $AM = 2\text{cm}$ và $CD = 4\text{cm}$. Tính:

- Độ dài đường tròn (O) và diện tích đường tròn (O) ;
- Độ dài cung CAD và diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi hai bán kính OC , OD và cung nhỏ CD .

Bài 6. [VDC] Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ dây $CD = R$ (C thuộc cung AD Nối AC và BD cắt nhau tại M).

- Chứng minh rằng khi CD thay đổi vị trí trên nửa đường tròn thì độ lớn góc AMB không đổi.
- Cho $\angle ABC = 30^\circ$, tính độ dài cung nhỏ AC và diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AC và cung nhỏ AC .

CHUYÊN ĐỀ 5: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN. TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau nếu chúng có đúng số điểm chung là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 2. [NB] Đường thẳng a và đường tròn (O) không có điểm chung, khi đó

- A. đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau.
B. đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc với nhau.
C. đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau.
D. đường thẳng a và đường tròn (O) song song với nhau.

Câu 3. [NB] Nếu một đường thẳng đi qua một điểm nằm trên một đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì



- A. đường thẳng ấy là một dây của đường tròn.
- B. đường thẳng ấy là một tiếp điểm của đường tròn.
- C. đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.
- D. đường thẳng ấy là một đường kính của đường tròn.

Câu 4. [NB] Chọn câu trả lời **sai**. Nếu hai tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt nhau tại điểm P thì:

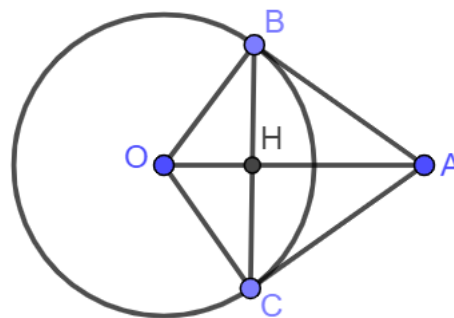
- A. Điểm P cách đều hai tiếp điểm.
- B. PO là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến đi qua hai tiếp điểm.
- C. OP là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính qua hai tiếp điểm.
- D. OP bằng độ dài đoạn thẳng nối hai tiếp điểm.

Câu 5. [TH] Cho đường thẳng a và điểm O cách a một khoảng 2,5 cm. Vẽ đường tròn tâm (O) đường kính 5 cm. Khi đó đường thẳng a

- A. không cắt đường tròn (O) .
- B. tiếp xúc với đường tròn (O) .
- C. cắt đường tròn (O) .
- D. không tiếp xúc với đường tròn (O) .

Câu 6. [TH] Cho hình vẽ, từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Khi đó

- A. $AB = BC$.
- B. $BC = CA$.
- C. $AB = AC$.
- D. $HA = HB$.



Câu 7. [TH] Cho hai tiếp tuyến PA, PB của đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). Biết số đo $\angle APB = 60^\circ$, khi đó số đo $\angle APO$ bằng bao nhiêu?

- A. 60° .
- B. 120° .
- C. 30° .
- D. 20° .

Câu 8. [TH] Cho đường tròn $(O; 3\text{cm})$, điểm $A \in (O)$, đường thẳng d đi qua A và khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng d bằng 2 cm. Khi đó, đường thẳng d và (O)

- A. không tiếp xúc với nhau.
- B. tiếp xúc với nhau.
- C. cắt nhau.
- D. không cắt nhau.

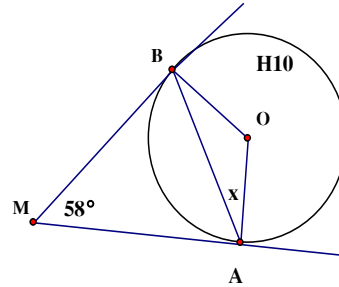


Câu 9. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $MN = R\sqrt{3}$. Kẻ OK vuông góc với MN tại K . Số đo cung nhỏ MN là

- A. 60° . B. 240° . C. 30° . D. 120° .

Câu 10. [VD] Trong hình 10. Biết MA, MB là tiếp tuyến của (O) và $AMB = 58^\circ$. Tính giá trị của góc có số đo bằng x ?

- A. 24° .
B. 29° .
C. 30° .
D. 31° .



Câu 11. [VD] Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn $(O; R)$ cắt nhau tại M . Nếu $MA = R\sqrt{3}$ thì AOB bằng :

- A. 120° B. 90° C. 60° D. 45°

Câu 12. [VDC] Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài (O) . Từ A , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC . Lấy D đối xứng với B qua O . Gọi E là giao điểm của đoạn thẳng AD với (O) (E không trùng với D). Khi đó:

- A. $DE \cdot BH = BE \cdot CD$. B. $DE \cdot BH = BE \cdot BD$.
C. $BE \cdot CD = DE \cdot BC$. D. $DE \cdot CD = BE \cdot BH$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. [NB] Vị trí tương đối của đường thẳng a và đường tròn (O) là:

- a) Đường thẳng a cắt đường tròn (O) nếu giữa chúng có đúng một điểm chung.
b) Đường thẳng a và đường tròn (O) không giao nhau nếu chúng không có điểm chung.
c) Đường thẳng a tiếp xúc với đường tròn (O) nếu giữa chúng có nhiều hơn một điểm chung.
d) Đường thẳng a và đường tròn (O) có hai điểm chung thì đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 2. [TH] Cho đường tròn (O) , điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Khi đó:



- a) Điểm A cách đều hai tiếp điểm B và C .
- b) AO là tia phân giác của góc OAB
- c) OA là tia phân giác của góc COB
- d) $OA \parallel BC$

Câu 3. [VD] Cho đường tròn $(O; 6cm)$, điểm A nằm bên ngoài đường tròn cách tâm O là $10cm$. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Ta có:

- a) $AB = 8cm$
- b) $\angle OAB \approx 37^\circ$
- c) $\triangle OCB \sim \triangle CAB$
- d) $OC^2 = OA.OH$

Câu 4. [VDC] Cho tam giác MNP có $MN = 5cm$; $NP = 12cm$; $MP = 13cm$. Vẽ đường tròn $M; MN$, gọi Q là giao điểm của đường tròn với MP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- a) NP là tiếp tuyến của $M; MN$
- b) $\angle NPM = 30^\circ$
- c) Số đo cung nhỏ NQ bằng 67°
- d) $\angle PNQ = 35^\circ$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Số vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một đường tròn?

Câu 2. [NB] Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì cần điều kiện gì?

Câu 3. [TH] Cho đường thẳng a và $(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến a . Các giá trị của d so với R để a và (O) có điểm chung?

Câu 4. [TH] Cho đường tròn (O) ; hai điểm $A, B \in (O)$, điểm M nằm ngoài (O) . So sánh độ dài hai đoạn thẳng MA, MB để MA, MB là tiếp tuyến của (O) ?

Câu 5. [VD] Cho đường tròn (O) ; tiếp tuyến tại A và tiếp tuyến tại B của (O) cắt nhau tại P (với A, B là các tiếp điểm). Số đo cung AB bằng bao nhiêu để $\angle APB = 60^\circ$?

Câu 6. [VDC] Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ; d là tiếp tuyến của đường tròn tại A . Các tiếp tuyến của đường tròn tại C và B cắt d theo thứ tự ở D và E . BC là tiếp tuyến của đường tròn nào?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN



Ví dụ 1 [NB]:

Cho $(O; 4cm)$ và một đường thẳng d , khoảng cách từ O đến d là $2cm$.

a) Cho biết vị trí tương đối của đường thẳng d với (O) ?

b) Tính số đo cung AB .

Ví dụ 2 [TH]: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Ax, By là 2 tia tiếp tuyến của (O) (Ax, By cùng nửa mặt phẳng phía trên đường thẳng AB). Trên Ax lấy điểm C , trên By lấy điểm D sao cho $COD = 90^\circ$. Chứng minh rằng: CD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Ví dụ 3 [TH]:

Từ điểm A ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến Ax, Ay với đường tròn $(O; R)$ tại D và E . Từ điểm F trên đường tròn $(O; R)$ vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax, Ay thứ tự tại B và C . Chứng minh rằng:

a) $BC = BD + CE$.

b) Tính góc BOC biết $BAC = 60^\circ$.

Ví dụ 4 [VD]:

Cho tam giác ABC cân tại A , $BC = 2a$. Vẽ đường tròn có tâm O thuộc cạnh BC và tiếp xúc với hai cạnh bên. Một tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại M và N . Tính tích $BM.CN$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho $(O; 3cm)$ và hai đường thẳng d và d_1 , khoảng cách từ O đến d là $3cm$, khoảng cách từ O đến d_1 là $4cm$.

a) Cho biết vị trí tương đối của đường thẳng d với (O) ?

b) Cho biết vị trí tương đối của đường thẳng d_1 với (O) ?

Bài 2. [NB] Cho $\triangle ABC$ có $AB = 3cm$; $BC = 4cm$; $AC = 5cm$. Vẽ đường tròn $(A; 3cm)$. Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn $(A; 3cm)$.

Bài 3. [TH] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên cùng nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn vẽ các tiếp tuyến Ax, By . Từ điểm M trên nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) , tiếp tuyến này thứ tự cắt Ax, By tại C và D . Chứng minh rằng :

a) $CD = CA + DB$.

b) $OC \perp OD$.



Bài 4. [VD] Từ điểm M ở ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ tiếp tuyến MA với đường tròn.

- Vẽ dây $AB \perp OM$. Chứng minh rằng MB là tiếp tuyến của đường tròn.
- Cho biết $R = 3cm; OM = 5cm$ tính độ dài AB .

Bài 5. [VD] Cho tam giác ABC , hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H .

- Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, E cùng nằm trên một đường tròn đường kính AH .
- Gọi M là trung điểm của BC , chứng minh rằng MD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH .

Bài 6 [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Từ A và B kẻ tiếp tuyến Ax, By . Qua điểm M thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ 3 cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt tại E và F .

- AM cắt OE tại P , BM cắt OF tại Q . Tứ giác $MPOQ$ là hình gì? Tại sao?
- Kẻ $MH \perp AB (H \in AB)$. Gọi K là giao của MH và EB . So sánh MK và KH .

CHUYÊN ĐỀ: HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Dạng: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng song song với nhau, trung điểm của đoạn thẳng, hai đoạn thẳng bằng nhau.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1: [NB] Cho đường tròn tâm O , hai tiếp tuyến tại A và B ($A \neq B$) của đường tròn cắt nhau tại M . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $MA = MB$. B. $MA = AB$. C. $MB = AB$. D. $MA + MB = AB$.

Câu 2: [NB] Cho đường tròn (O) điểm nằm ngoài A đường tròn, kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Lấy điểm M trên cung nhỏ BC , qua M dựng tiếp tuyến với đường tròn cắt các tiếp tuyến AB và AC theo thứ tự D và E . Khi đó, chu vi tam giác ADE bằng

- A. AB . B. $2AB$. C. AC . D. $3AC$.

Câu 3: [NB] Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A . Chọn khẳng định sai.

- A. $OA \perp BC$. B. OA là đường trung trực của BC .
C. $AB = AC$. D. $OA \perp BC$ tại trung điểm của OA .

Câu 4: [NB] Cho đường tròn tâm O , hai tiếp tuyến tại A và B ($A \neq B$) của đường tròn cắt nhau tại M . Biết $\angle AMO = 30^\circ$ khi đó góc BMO bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 120° .

Câu 5: [TH] Cho đường tròn tâm O từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn tâm O (B, C là tiếp điểm). biết $BAC = 90^\circ$ tam giác ABO là
A. Tam giác đều B. Tam giác vuông. C. tam giác cân. D. Tam giác vuông cân.

Câu 6: [TH] Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A . Vẽ đường kính CD của (O). Khi đó:
A. $BD \parallel OA$. B. $BD \parallel AC$. C. $BD \perp OA$. D. BD cắt OA .

Câu 7: [TH] Tam giác ABC vuông tại A . Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC , tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại D và E thì tứ giác $ADOE$ là:
A. Hình vuông B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình thoi.

Câu 8: [TH] Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. $OA \perp BC$. B. OA là đường trung trực của BC .
C. $AB = AC$. D. $OA \perp BC$ tại trung điểm của AO .

Câu 9: [VD] Cho đường tròn tâm O , hai tiếp tuyến tại A và B ($A \neq B$) của đường tròn cắt nhau tại M . Cho biết $AMB = 60^\circ$ thì tam giác MAB là ?
A. Tam giác đều. B. Tam giác vuông. C. Tam giác tù. D. Tam giác nhọn.

Câu 10: [VD] Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi Ax, By là các tia tiếp tuyến của nửa đường tròn. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại C và D ; OC cắt AM tại H , OD cắt BM tại K . Tứ giác $OHMK$ là hình gì?
A. Hình vuông. B. Hình chữ nhật. C. Hình thoi. D. Hình thang cân.

Câu 11: [VD] Hai tiếp tuyến của đường tròn tại B và C cắt nhau tại A . Biết $OB = 3cm; OA = 5cm$. Vẽ đường kính CD của (O). Độ dài đoạn thẳng BD là
A. $2cm$. B. $4cm$. C. $1,8cm$. D. $3,6cm$.

Câu 12: [VDC] Cho đường tròn ($O; 2cm$) bàng tiếp tam giác đều ABC . Các cạnh của tam giác ABC bằng:
A. $\sqrt{3}cm$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}cm$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}cm$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. [TH] Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A .



- Câu 1. [NB]** Cho hình vẽ, đường tròn tâm O được gọi là gì?





Câu 3. [TH] Cho đường tròn tâm O từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn tâm O (B, C là tiếp điểm). biết $BAC = 90^\circ$ tam giác ABO là tam giác gì?

Câu 4. [TH] Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (với B và C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) , cắt các tiếp tuyến AB, AC lần lượt tại D và E . Tìm mối liên hệ giữa chu vi $\triangle ADE$ và AB ?

Câu 5. [VD] Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi Ax, By là các tia tiếp tuyến của nửa đường tròn. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại C và D . Tích $AC \cdot BD$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho $(O; R)$ và M là một điểm di động trên đường thẳng d cố định nằm ngoài (O) . Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là hình chiếu vuông góc của (O) trên d , dây cung AB cắt OH, OM lần lượt tại I, K . Tìm điểm cố định mà AB luôn đi qua khi M di động trên d ?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

□ Phương pháp: Sử dụng tính chất tiếp tuyến, quan hệ từ vuông góc đến song song, tính chất đường trung trực của đoạn thẳng, định lý về đường trung bình của tam giác, các trường hợp đồng dạng của tam giác, định lý Ta-let (thuận, đảo), định lý về đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông áp dụng vào tam giác vuông nội tiếp đường tròn.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. [NB] Từ điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO với BC . Chứng minh rằng AO vuông góc với BC và H là trung điểm của BC .

Ví dụ 2. [TH] Cho đường tròn (O) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (E, F là tiếp điểm). Kẻ dây FN song song với MO . Chứng minh rằng ba điểm E, O, N thẳng hàng.

Ví dụ 3. [TH] Cho đường tròn (O) , đường thẳng d không đi qua tâm và cắt đường tròn (O) tại A, B . Trên đường thẳng d lấy điểm C nằm ngoài đường tròn. Từ C kẻ tiếp tuyến CM, CN (M, N là hai tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của AB . Chứng minh: năm điểm C, M, I, O, N cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

Ví dụ 4. [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB , kẻ tiếp tuyến Ax tại điểm A của nửa đường tròn (Ax nằm cùng phía nửa đường tròn đối với AB). Trên tia Ax lấy điểm M khác A và B . Từ M kẻ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). Gọi N



là giao điểm của BC với Ax . Kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), CH cắt BM tại I . Chứng minh:

- M là trung điểm của AN .
- I là trung điểm của CH .

Ví dụ 5. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M nằm ngoài đường tròn sao cho $MO = 2R$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm).

- Chứng minh tam giác MAB là tam giác đều.
- Gọi I là giao điểm của đoạn thẳng MO với đường tròn $(O; R)$. Tứ giác $AOBI$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh I là trực tâm của tam giác MAB .

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. [NB] Từ điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO với BC .

Chứng minh AO là đường trung trực của BC .

Bài 2. [TH] Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By . Qua điểm M thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt ở C và D . Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại N .

- Chứng minh $AC + BD = CD$.
- Chứng minh $\angle COD = 90^\circ$
- Chứng minh $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$.

Bài 3. [VD] Cho đường tròn (O) đường kính AB . Từ điểm M nằm trên đường tròn (O) , kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$). Vẽ đường tròn $(M; MH)$. Kẻ hai tiếp tuyến AC, BD với đường tròn $(M; MH)$ (C, D là tiếp điểm). Chứng minh C, M, D thẳng hàng và $CD \perp OM$

BÀI 4. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M trên đường tròn. Gọi I là trung điểm của MO . Kẻ dây AB vuông góc với MO tại I . Kẻ hai tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại A và B , hai tiếp tuyến này cắt nhau ở C .

- Chứng minh tứ giác $AOBM$ là hình thoi.
- Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều.
- Chứng minh C, M, O thẳng hàng và M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .
- Gọi D, E là điểm đối xứng của điểm C lần lượt qua A và B . Chứng minh $\triangle CDE$ là ngoại tiếp đường tròn (O)

Bài 5. [VD] Cho đường tròn (O) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MCD không đi qua tâm O . Tia MC nằm



giữa hai tia MO, MA . Các tiếp tuyến của đường tròn tại C và D cắt nhau ở E . Chứng minh A, B, E thẳng hàng và $OE \perp CD$.

Bài 6. [VD] Cho $\triangle ABC$, đường tròn (O) tiếp xúc với các cạnh AB, BC, AC theo thứ tự tại E, D, F . Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, D, C trên EF .

a) Chứng minh $\triangle IEB \sim \triangle KFC$.

b) Chứng minh $BHI = CHK$.

Bài 7. [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn. Trên tiếp tuyến Ax lấy điểm M . Từ M kẻ tiếp tuyến MC với đường tròn (C là tiếp điểm). Tia BC cắt Ax tại D .

a) Chứng minh $AM = MD$.

b) Kẻ CH vuông góc với AB tại H . Tia CH cắt MO ở K . Chứng minh tứ giác $AMCK$ là hình thoi.

D. BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By . Qua điểm M thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt ở C và D . Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại N .

1) Chứng minh $AC + BD = CD$.

2) Chứng minh $\angle COD = 90^\circ$

3) Chứng minh $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$.

4) Chứng minh $OC \parallel BM$

5) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD .

6) Chứng minh $MN \perp AB$.

7) Gọi K là giao điểm của MN với AB . Chứng minh N là trung điểm của MK .

8) Xác định vị trí của M để chu vi tứ giác $ACDB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. [VD] Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc A , O là trung điểm của IK .

1) Chứng minh B, C, I, K cùng nằm trên một đường tròn (O) .

2) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 3. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì ($M \neq A$), kẻ cát tuyến MNP và gọi K là trung điểm của NP , kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$. Gọi H là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của OM và AB .



- 1) Kẻ đường kính AE của đường tròn (O) . Chứng minh $BE \parallel OM$.
- 2) Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn.
- 3) Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$; $OI \cdot MI = IA^2$.
- 4) Chứng minh $OAHB$ là hình thoi.
- 5) Chứng minh ba điểm O, H, M thẳng hàng.
- 6) Chứng minh khi M di chuyển trên đường thẳng d thì điểm H luôn chạy trên một đường cố định.
- 7) Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng d để $\triangle MAB$ là tam giác đều.

Bài 4. [VD] Cho tam giác ABC vuông ở A , đường cao AH . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH . Gọi HD là đường kính của đường tròn $(A; AH)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA ở E .

- 1) Chứng minh tam giác BEC cân.
- 2) Chứng minh rằng BE là tiếp tuyến của đường tròn $(A; AH)$.
- 3) Chứng minh $BE = BH + DE$.

Bài 5. [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm C trên nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại A và C của nửa đường tròn cắt nhau tại D . Tia BC cắt tia AD tại E .

- a) Chứng minh $DE = DA$.
- b) Kẻ $CH \perp AB$ tại H . Tia BD cắt CH tại I . Chứng minh $CI = IH$.
- c) Đường thẳng DC cắt tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn ở điểm F . Chứng minh rằng ba điểm A, I, F thẳng hàng.

Bài 6. [VD] Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Đường thẳng d vuông góc với bán kính OB tại H . Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm M thay đổi ($M \neq A, M \neq B, M$ không nằm trên d). Tia AM cắt đường thẳng d tại C . Tia BM cắt đường thẳng d tại D . Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt đường thẳng d ở K .

- a) Chứng minh $CK = KD$.
- b) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại E . Chứng minh B, E, C thẳng hàng.
- c) Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
- d) Chứng minh ME luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn (O) .

Bài 7. [VD] : Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AD của tam giác ABC cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Từ E vẽ EK vuông góc với đường thẳng AB tại K . Qua điểm A vẽ tiếp tuyến xy với đường tròn (O) . Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng xy tại Q .

- a) Chứng minh tứ giác $AQKE$ nội tiếp và $KQE = BCE$.
- b) Tia KD cắt AC tại N . Chứng minh tứ giác $DECN$ nội tiếp và $EN \cdot QK = ND \cdot EQ$.



c) Đường thẳng QE cắt BC và AB lần lượt tại I và F . Chứng minh $\frac{S_{END}}{S_{EQK}} = \frac{EI}{EF}$.

Bài 8. [VD] Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , với $AB < AC$. Gọi BM và CN là các đường cao của tam giác ABC . Các tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau tại D , các đường thẳng BC và OD cắt nhau tại I .

a) Chứng minh: Tứ giác $BCMN$ nội tiếp và $OD \perp BC$.

b) Chứng minh: $MA \cdot DB = IB \cdot AB$ và $\triangle AMI \sim \triangle ABD$.

c) Gọi K là giao điểm của AI và MN , P là giao điểm của AD và BC . Chứng minh rằng $KP \perp BC$.



CHUYÊN ĐỀ: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN VỀ HAI ĐƯỜNG TRÒN TIẾP XÚC NHAU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Hai đường tròn tiếp xúc nhau thì số điểm chung là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2. [NB] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ tiếp xúc trong và $OO' = d$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $d = R - r$. B. $d > R - r$. C. $d = R + r$. D. $d < R + r$.

Câu 3. [NB] Hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$. Biết $R = 5cm$; $R' = 2cm$ và $OO' = 3cm$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là:

- A. Tiếp xúc ngoài. B. Tiếp xúc trong. C. Cắt nhau. D. Đụng nhau.

Câu 4. [NB] Cho đoạn thẳng OO' và điểm A nằm trên đoạn OO' sao cho $OA = 2O'A$. Đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn (O') bán kính $O'A$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là:

- A. Tiếp xúc ngoài. B. Tiếp xúc trong. C. Cắt nhau. D. Đụng nhau.

Câu 5. [TH] Hai đường tròn $(O; 5cm)$ và $(I; R)$ với $R < 5$. Biết $OI = 3cm$. Giá trị của R để hai đường tròn tiếp xúc trong là:

- A. $1cm$. B. $2cm$. C. $4cm$. D. $8cm$.

Câu 6. [TH] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(I; r)$ với $R > r$ tiếp xúc trong tại điểm A . Dây AM của đường tròn $(O; R)$ cắt đường tròn $(I; r)$ tại điểm B . Biết $OMA = 30^\circ$. Số đo góc ABI là:

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 25° .

Câu 7. [TH] Cho hai đường tròn (I) và (K) tiếp xúc ngoài tại M và một đường thẳng tiếp xúc với (I) và (K) lần lượt tại B và C . Tứ giác $IBCK$ là:

- A. Hình vuông. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình bình hành.

Câu 8. [TH] Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài tại A và một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1) và (O_2) lần lượt tại B và C . Tam giác ABC là:

- A. Tam giác cân. B. Tam giác đều. C. Tam giác vuông. D. Tam giác vuông cân.

Câu 9. [TH] Cho đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn tâm I đường kính OA . Dây AC khác đường kính của đường tròn (O) cắt đường tròn (I) tại B . Khẳng định đúng là:

- A. $AB > BC$. B. $AB = BC$. C. $AB < BC$. D. $BC = OC$.

Câu 10. [VD] Cho nửa đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Vẽ nửa đường tròn tâm O' đường kính AO (cùng phía với nửa đường tròn (O)). Một cát tuyến bất kì qua A cắt (O') ; (O) lần lượt tại C, D . Nếu BC là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O') thì độ dài BC theo R là:



A. $BC = 2R$.

B. $BC = R\sqrt{2}$

C. $BC = R\sqrt{3}$.

D. $BC = R\sqrt{6}$.

Câu 11. [VD] Cho đoạn OO' và điểm A nằm trên đoạn OO' sao cho $OA = 2O'A$. Đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn (O') bán kính $O'A$. Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ tại C . Kết luận đúng là:

A. $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{AD}{AC} = 3$.

C. $\frac{AD}{AC} = 2$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 12. [VDC] Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ các đường kính AOB của (O) ; $AO'C$ của (O') . Gọi DE vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O) vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O') ($D \in (O)$; $E \in (O')$). Gọi M là giao điểm của BD và CE . Diện tích tứ giác $ADME$ biết $\angle DOA = 60^\circ$ và $OA = 8\text{cm}$ là:

A. $12\sqrt{3}\text{cm}^2$.

B. $\frac{64}{3}\sqrt{3}\text{cm}^2$.

C. $\frac{32}{3}\sqrt{3}\text{cm}^2$.

D. 36cm^2 .

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai đường tròn tiếp xúc ngoài.

- a) Hai đường tròn có điểm chung.
- b) Hai đường tròn có nhiều hơn một điểm chung.
- c) Hai đường tròn có đúng một điểm chung.
- d) Hai đường tròn không có điểm chung.

Câu 2. Cho đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn tâm I đường kính OA . Dây AC khác đường kính của đường tròn (O) cắt đường tròn (I) tại B .

- a) $BC = BA$.
- b) $BC > AO$.
- c) $AC > BC$.
- d) $AC < AB$.

Câu 3. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài tại A và một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1) và (O_2) lần lượt tại B và C . Lấy M là trung điểm của BC .

- a) AM là tiếp tuyến của đường tròn (O_1) .
- b) AM không là tiếp tuyến của đường tròn (O_2) .
- c) AM là đường trung bình của hình thang O_1BCO_2 .
- d) AM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

Câu 4. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ các đường kính AOB của (O) ; $AO'C$ của (O') . Gọi DE vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O) vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O') ($D \in (O)$; $E \in (O')$). Gọi M là giao điểm của BD và CE .

- a) $OD \parallel O'E$.
- b) Tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.
- c) $\angle AOD = 60^\circ$.



d) AM không là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hai đường tròn (O) và (I) tiếp xúc nhau thì chúng có bao nhiêu điểm chung?

Câu 2. [NB] Cho $OI = 8cm$, vẽ đường tròn $(O; 5cm)$ và $(I; 3cm)$. Hỏi vị trí tương đối của hai đường tròn là gì?

Câu 3. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 2cm)$ và $(A; 3cm)$ tiếp xúc trong tại điểm M . Độ dài OA là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Cho đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn tâm I đường kính OA . Dây AC khác đường kính của đường tròn (O) cắt đường tròn (I) tại B . Biết $AC = 8cm$. Độ dài AB là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Cho $(O_1; 3cm)$ tiếp xúc ngoài với $(O_2; 1cm)$. Vẽ bán kính O_1B và O_2C song song với nhau (Hai điểm B và C nằm cùng phía so với đường thẳng O_1O_2). Độ dài O_1D là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho đoạn OO' và điểm A nằm trên đoạn OO' sao cho $OA = 2OA'$. Đường tròn (O) bán kính OA và đường tròn (O') bán kính $O'A$. Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ tại C . Khi đó tỉ số của AD và DC là bao nhiêu?

Ví dụ 1 [NB]: Cho đoạn thẳng AB . Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB . Vẽ đường tròn tâm I đường kính OA . Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hai đường tròn $(O; 4cm)$ và $(O'; 11cm)$. Biết $OO' = 2a + 3$ (cm) với a là một số thực dương. Tìm a để hai đường tròn đã cho tiếp xúc nhau.

Ví dụ 3 [TH]: Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB . Vẽ nửa đường tròn tâm O' đường kính AO (cùng phía với nửa đường tròn (O)). Một cát tuyến bất kì qua A cắt (O') ; (O) lần lượt tại C, D . Chứng minh rằng:

a) C là trung điểm của AD .

b) $O'C \parallel OD$.

c) Các tiếp tuyến tại C và D của các nửa đường tròn song song với nhau.

Ví dụ 4 [VD]: Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ MN là tiếp tuyến của cả hai đường tròn với $M \in (O)$; $N \in (O')$; M khác N . Gọi P là điểm đối xứng với M qua OO' ; Q là điểm đối xứng với N qua OO' . Tiếp tuyến chung tại A của đường tròn (O) và (O') cắt MN tại B , cắt PQ tại C . Chứng minh rằng:

a) $MN = PQ$.

b) PQ cũng là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

c) Tứ giác $MPNQ$ là hình thang cân.

d) B là trung điểm của MN .

Bài 1. [NB] Cho hai đường tròn $(I; 7cm)$ và $(K; 5cm)$. Biết $IK = 2cm$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.



Bài 2. [TH] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(I; r)$ với $R > r$ tiếp xúc trong tại điểm A . Dây AM của đường tròn $(O; R)$ cắt đường tròn $(I; r)$ tại điểm B . Chứng minh rằng $IB \parallel OM$.

Bài 3. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc ngoài nhau tại A với $R > r$. Gọi BC là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (O) và (O') ($B \in (O), C \in (O')$). Tính BC theo R và r .

Bài 4. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài tại A với $R > R'$. Đường nối tâm OO' cắt (O) và (O') lần lượt tại B, C . Gọi K là trung điểm của BC . Dây DE của (O) vuông góc với BC tại K .

- Chứng minh rằng $BDCE$ là hình thoi.
- Gọi I là giao điểm của EC và (O') . Chứng minh rằng D, A, I thẳng hàng.
- Chứng minh KI là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

Bài 5. [VD] Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ các đường kính AOB của (O) ; $AO'C$ của (O') . Gọi DE vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O) vừa là tiếp tuyến của đường tròn (O') ($D \in (O)$; $E \in (O')$). Gọi M là giao điểm của BD và CE . Chứng minh rằng

- Tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.
- AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) và (O') .
- $MD \cdot MB = ME \cdot MC$.

Bài 6. [VD] Cho các đường tròn $(A; 10\text{cm})$; $(B; 15\text{cm})$; $(C; 15\text{cm})$ tiếp xúc ngoài với nhau đôi một. Hai đường tròn (B) và (C) tiếp xúc với nhau tại A' . Đường tròn (A) tiếp xúc với đường tròn (B) và (C) lần lượt tại C' và B' .

- Chứng minh AA' là tiếp tuyến chung của đường tròn.
- Tính AA' .

Bài 7. [VD] Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Tiếp tuyến của cả hai đường tròn có tiếp điểm với hai đường tròn lần lượt ở M và N . Tiếp tuyến của hai đường tròn tại A cắt MN tại I .

- Chứng minh tam giác MAN và OIO' là các tam giác vuông.
- Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MN với đường tròn đường kính OO' .
- Tính $S_{OIO'}$ biết bán kính của hai đường tròn tâm O và O' lần lượt bằng 48cm và 27cm .

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN VỀ HAI ĐƯỜNG TRÒN CẮT NHAU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Nếu hai đường tròn cắt nhau thì số điểm chung là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2. [NB] Hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ với $R > R'$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Hệ thức đúng là:

- A. $OO' = R + R'$. B. $R - R' < OO' < R + R'$. C. $OO' > R + R'$. D. $OO' > R + R'$.



Câu 3. [NB] Hai đường tròn $(O; R)$ và $(A; r)$. Biết $R = 1,5cm$; $r = 3,5cm$ và $OA = 4cm$. Vị trí tương đối

của hai đường tròn là:

- A.** Tiếp xúc trong. **B.** Tiếp xúc ngoài. **C.** Cắt nhau. **D.** Đụng nhau.

Câu 4. [NB] Cho $IK = 5cm$. Lấy điểm A nằm giữa I và K sao $AK = 2cm$. Vẽ đường tròn tâm $(I; 5cm)$ và $(A; 4cm)$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là:

- A.** Tiếp xúc trong. **B.** Tiếp xúc ngoài. **C.** Cắt nhau. **D.** Đụng nhau.

Câu 5. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 6cm)$ và $(O'; 5cm)$ có $OO' = 8cm$. Đường thẳng OO' cắt (O) và (O') cắt lần lượt tại A, B . Độ dài AB là:

- A.** $6cm$. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** $8cm$.

Câu 6. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 5)$ và $(O'; 5)$ cắt nhau tại A và B . Biết $OO' = 8$. Độ dài dây cung AB là:

- A.** $6cm$. **B.** $7cm$. **C.** $5cm$. **D.** $8cm$.

Câu 7. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 20cm)$ và $(O'; 15cm)$ cắt nhau tại A và B . Biết rằng $AB = 24cm$ và O, O' nằm cùng phía đối với AB . Độ dài đoạn nối tâm OO' là:

- A.** $OO' = 7cm$. **B.** $OO' = 8cm$. **C.** $OO' = 9cm$. **D.** $OO' = 25cm$.

Câu 8. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 8cm)$ và $(O'; 6cm)$ cắt nhau tại A, B sao cho OA là tiếp tuyến của (O') . Độ dài dây AB là:

- A.** $AB = 8,6cm$. **B.** $AB = 6,9cm$. **C.** $AB = 4,8cm$. **D.** $AB = 9,6cm$.

Câu 9. [VD] Cho hai đường tròn $(O); (O')$ cắt nhau tại A, B trong đó $O' \in (O)$. Kẻ đường kính $O'OC$ của đường tròn (O) . Chọn khẳng định đúng.

- A.** $\angle CAO' < 90^\circ$. **B.**

$\angle CBO' > 90^\circ$.

C. OO' là đường trung trực của AB .

D. $AC \neq CB$.

Câu 10. [VD] Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B . Gọi I là trung điểm của OO' . Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với IA cắt (O) tại C và cắt (O') tại D . So sánh AC và AD ta được kết luận là:

- A.** $AC = AD$. **B.** $AC < AD$.

C. $AC > AD$. **D.** Không so sánh được.

Câu 11. [VD] Cho hai đường tròn $(O); (O')$ cắt nhau tại A, B với O, O' nằm cùng phía đối với AB . Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) và đường kính AD của đường tròn (O') . Độ dài CD biết $OO' = 6cm$ là:

- A.** $6cm$. **B.** $8cm$ **C.** $12cm$. **D.** $15cm$.

Câu 12. [VD] Cho đường thẳng xy và đường tròn $(O; R)$ không giao nhau. Gọi M là một điểm di động trên xy . Vẽ đường tròn đường kính OM cắt đường tròn (O) tại A và B . Kẻ $OH \perp xy$. Khẳng định đúng là:



- A. Đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định là H .
- B. Đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định là trung điểm OH .
- C. Đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định là giao của OH và AB .
- D. Đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định là giao của OH và $(O; R)$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai đường tròn cắt nhau.

- a) Hai đường tròn có điểm chung.
- b) Hai đường tròn có nhiều hơn một điểm chung.
- c) Hai đường tròn có đúng một điểm chung.
- d) Hai đường tròn không có điểm chung.

Câu 2. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$ cắt nhau tại M và N . Biết $OO' = 24cm$, $MN = 10cm$

- a) $R > 14cm$.
- b) $R > 10cm$.
- c) $R = 13cm$.
- d) $R = 14cm$.

Câu 3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Gọi I là trung điểm của OO' . Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với IA , cắt các đường tròn (O) và (O') tại C và D (khác A).

- a) $AC = AD$.
- b) $AC > AD$.
- c) $AC < CD$.
- d) $AC = \frac{CD}{3}$.

Câu 4. Cho hai đường tròn $(O); (O')$ cắt nhau tại A, B (O, O' nằm khác phía đối với AB). Kẻ đường kính AC của đường tròn (O) và đường kính AD của đường tròn (O') .

- a) $OO' = \frac{CD}{2}$.
- b) C, B, D thẳng hàng.
- c) $OO' \perp AB$.
- d) $BC = BD$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hai đường tròn (O) và (I) cắt nhau thì chúng có bao nhiêu điểm chung?

Câu 2. [NB] Cho $OI = 6cm$, vẽ đường tròn $(O; 5cm)$ và $(I; 3cm)$. Hỏi vị trí tương đối của hai đường tròn là gì?

Câu 3. [TH] Cho $(O; 4cm)$ và $(A; 7cm)$. Độ dài đoạn OA cần thỏa mãn điều kiện gì để hai đường tròn đó cắt nhau?



Câu 4. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 4\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$ có $OO' = 5\text{cm}$. Đường thẳng OO' cắt (O) và (O') cắt lần lượt tại A, B . Độ dài AB là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm của CD . Vẽ đường tròn đường kính AE và đường tròn đường kính CD . Độ dài dây cung chung DF của hai đường tròn đó.

Câu 6. [VDC] Cho hai đường tròn $(O; 3\text{cm})$ và $(O'; 4\text{cm})$ cắt nhau tại A và B . Qua A kẻ đường thẳng d cắt $(O; 3\text{cm})$ tại M ($M \neq A$), cắt $(O'; 4\text{cm})$ tại N ($N \neq A$). Nếu $OO' = 5\text{cm}$ thì giá trị lớn nhất của MN là bao nhiêu?

Ví dụ 1 [NB]: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi M là trung điểm của OA . Vẽ đường tròn $(M; R)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn đó.

Ví dụ 2 [TH]:

(O) (O') A B AOC
 $AO'D$
 a) C, B, D
 b) $AB \perp CD$.

Ví dụ 3 [TH]:

$(O; 20)$ $(O'; 15)$ A B
 $OO' \perp AB = 24$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Vẽ đường kính AOC và đường kính $AO'D$. Qua A vẽ cát tuyến cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N .

- Chứng minh CD tiếp xúc với đường tròn đường kính AB .
- Chứng minh $MN \leq CD$.

Bài 1. [NB] Hai đường tròn $(O; 5)$ và $(O'; 8)$ có vị trí tương đối với nhau như thế nào biết $OO' = 12$.

Bài 2. [TH]

(O) (O') A B
 $AB \perp B$ (O) (O') C D B
 $OO' = \frac{1}{2}CD$.

Bài 3. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(I; R')$ cắt nhau tại K và H . Đường thẳng OH cắt (O) tại A cắt (I) tại B , đường thẳng IH cắt (O) tại C , cắt (I) tại D (A, D khác H). Chứng minh ba đường thẳng AC, BD, HK đồng quy tại một điểm.

Bài 4. [VD] Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B , trong đó O' nằm trên đường tròn (O) . Kẻ đường kính $O'OC$ của đường tròn (O) .

- Chứng minh rằng CA, CB là các tiếp tuyến của đường tròn.
- Đường vuông góc với AO' tại O' cắt CB ở I . Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng $O'B$ ở K . Chứng minh rằng ba điểm O, I, K thẳng hàng.

Bài 5. [VD] Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Dây AC của đường tròn (O) tiếp xúc với đường tròn (O') tại A . Dây AD của đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O)



tại A . Gọi K là điểm đối xứng với A qua trung điểm I của OO' , E là điểm đối xứng với A qua. Chứng minh rằng:

a) $AB \perp KB$.

b) Bốn điểm A, C, E, D cùng nằm trên một đường tròn.

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN VỀ HAI ĐƯỜNG TRÒN KHÔNG GIAO NHAU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Hai đường tròn không giao nhau thì số điểm chung là:

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. [NB] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ đựng nhau và $OO' = d$. Chọn khẳng định đúng.

- A.** $d = R - r$. **B.** $d < R - r$. **C.** $d = R + r$. **D.** $d > R + r$.

Câu 3. [NB] Hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$. Biết $R = 5\text{cm}$; $R' = 2\text{cm}$ và $OO' = 9\text{cm}$. Vị trí tương đối của hai đường tròn là:

- A.** Tiếp xúc. **B.** Ngoài nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Đựng nhau

Câu 4. [NB] Hai đường tròn $(O; 3\text{cm})$ và $(I; 7\text{cm})$. Biết $OI = 2\text{cm}$, số điểm chung của hai đường tròn là:

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 5. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và $(I; 3\text{cm})$ và $OI = 10\text{cm}$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đoạn OI với $(O; 5\text{cm})$ và $(I; 3\text{cm})$. Độ dài đoạn AB là:

- A.** 3cm . **B.** 4cm . **C.** 5cm . **D.** 2cm .

Câu 6. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và $(I; 3\text{cm})$ và $OI = 10\text{cm}$. Gọi M, A là giao điểm của OI với $(O; 5\text{cm})$ với. Gọi B, N là giao điểm của OI với $(I; 3\text{cm})$ với A, B nằm giữa hai điểm O và I . Độ dài đoạn MN là:

- A.** 20cm . **B.** 18cm . **C.** 15cm . **D.** 2cm .

Câu 7. [TH] Cho hai đường tròn $(A; 3\text{cm})$ và $(B; 6\text{cm})$ và $AB = 2\text{cm}$. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của tia AB với $(A; 3\text{cm})$ và $(B; 6\text{cm})$. Độ dài đoạn MN là:

- A.** 3cm . **B.** 4cm . **C.** 5cm . **D.** 2cm .

Câu 8. [TH] Cho hai đường tròn $(A; r)$ và $(B; R)$ trong nhau với $R > r$ và $AB = 2\text{cm}$. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AB với $(A; R)$. Gọi C, D lần lượt là giao điểm của AB với $(B; r)$ sao cho C, M nằm cùng phía đối với A còn N, D nằm cùng phía đối với B . Hiệu $ND - CM$ là:

- A.** 1cm . **B.** 2cm . **C.** 4cm . **D.** 6cm .

Câu 9. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ ở ngoài nhau. Gọi MN và EF là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (M và E thuộc (O) , N và F thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' ; E và F nằm cùng phía đối với OO' . Kết luận đúng là:

- A.** $MN < EF$. **B.** $MN = EF$. **C.** $MN > EF$. **D.** $OM = ON$.



Câu 10. [VD] Cho đường tròn $(O; 4)$ đường kính BC và đường tròn $(O; R)$ với $R < 4$. Kẻ tiếp tuyến CD của $(O; R)$ với $D \in (O; 4)$, cho $\angle BCD = 30^\circ$. Giá trị của R là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ ở ngoài nhau. Gọi MN là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (M thuộc (O) , N thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' . Gọi I là giao điểm của MN và OO' . Tỉ số $\frac{IO}{IO'}$ tính theo R và r là

- A. $\frac{R}{r}$. B. $\frac{R}{2r}$. C. $\frac{2R}{r}$. D. $\frac{R\sqrt{2}}{r}$.

Câu 12. [VDC] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ ở ngoài nhau. Gọi MN và EF là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (M và E thuộc (O) , N và F thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' và E và F nằm khác phía đối với OO' và M và E nằm cùng phía đối với OO' . Biết $OO' = 10\text{cm}$, $MN = 8\text{cm}$, $EF = 6\text{cm}$. Bán kính của đường tròn (O) là:

- A. 1cm . B. 2cm . C. 7cm . D. 6cm .

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai đường tròn ngoài nhau.

- a) Hai đường tròn có điểm chung.
b) Hai đường tròn có nhiều hơn một điểm chung.
c) Hai đường tròn có đúng một điểm chung.
d) Hai đường tròn không có điểm chung.

Câu 2. Cho hai đường tròn đồng tâm O . Biết BC là đường kính của đường tròn lớn. Dây CD của đường tròn lớn đồng thời là tiếp tuyến của đường tròn nhỏ sao cho $\angle BCD = 30^\circ$. Biết $BC = 4\text{cm}$.

- a) Điểm M là trung điểm CD .
b) $CD = 4\text{cm}$.
c) $MO \parallel BD$.
d) $\angle BDC$ là góc nhọn.

Câu 3. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ ở ngoài nhau. Gọi MN và EF là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (M và E thuộc (O) , N và F thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' ; E và F nằm cùng phía đối với OO' .

- a) $OM = r$.
b) $MN = EF$.
c) $OM < O'N$.
d) Ba điểm O, O', I thẳng hàng.

Câu 4. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ ở ngoài nhau. Gọi MN tiếp xúc với cả hai đường tròn (M thuộc (O) , N thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' . Gọi E là điểm đối xứng với M qua OO' . Gọi I là giao điểm của MN và OO' .

- a) $\frac{IO}{IO'} = \frac{2R}{r}$.



- b) $OM > r$.
 c) Tứ giác $MNO'O$ là hình thang cân.
 d) Đường thẳng EI tiếp xúc với $(O; R)$ và $(O'; r)$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hai đường tròn $(A; 3cm)$ và $(B; 5cm)$ và $AB = 10cm$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn này.

Câu 2. [NB] Cho hai đường tròn $(A; 3cm)$ và $(B; 5cm)$ và $AB = 1cm$. Hai đường tròn này có bao nhiêu điểm chung?

Câu 3. [TH] Cho hai đường tròn $(O; 4cm)$ và $(I; 3cm)$ và $OI = 3cm$. Gọi M lần lượt là giao điểm của tia IO với $(O; 4cm)$. Độ dài đoạn IM là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Cho hai đường tròn ở ngoài nhau. Hỏi có thể vẽ tất cả bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn?

Câu 5. [VD] Cho hai đường tròn $(A; 3cm)$ và $(B; 5cm)$ đựng nhau.. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AB với $(A; 3cm)$. Gọi C, D lần lượt là giao điểm của AB với $(B; 5cm)$ sao cho C, M nằm cùng phía đối với A còn N, D nằm cùng phía đối với B . Tổng $ND + CM$ là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho hai đường tròn $(O; 6cm)$ và $(O'; 2cm)$ nằm ngoài nhau. Gọi AB và CD là tiếp tuyến của cả hai đường tròn với A và B nằm cùng phía đối với OO' còn C và D nằm khác phía đối với OO' ($A, C \in (O); B, D \in (O')$). Biết $AB = 2CD$, tính độ dài đoạn nối tâm OO' .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai đường tròn $(A; 2cm)$ và $(B; 5cm)$ và $AB = 1,5cm$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn này.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hai đường tròn $(A; 3cm)$ và $(B; 5cm)$ và $AB = 1cm$. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của AB với $(A; 3cm)$. Gọi C, D lần lượt là giao điểm của AB với $(B; 5cm)$ sao cho C, M nằm cùng phía đối với A còn N, D nằm cùng phía đối với B . Tính hiệu $ND - CM$.

Ví dụ 3 [TH]: Cho hai đường tròn đồng tâm O . Biết BC là đường kính của đường tròn lớn và có độ dài bằng $12cm$. Dây CD của đường tròn lớn đồng thời là tiếp tuyến của đường tròn nhỏ và $BCD = 45^\circ$. Hãy tính bán kính đường tròn nhỏ.

Ví dụ 4 [VD]: Cho hai đường tròn (O) và (O') nằm ngoài nhau. Kẻ các tiếp tuyến AB và CD ($A, C \in (O); B, D \in (O')$) (với A và B nằm cùng phía đối với OO' ; C và D nằm cùng phía đối với OO') của cả hai đường tròn. Tiếp tuyến MN của cả hai đường tròn cắt AB, CD theo thứ tự tại E, F , ($M \in (O), N \in (O')$) với M và N nằm khác phía đối với OO' . Chứng minh:

- a) $AB = EF$.
 b) $EM = FN$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho hai đường tròn $(A; 2cm)$ và $(B; 4cm)$ và $AB = 8cm$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn này.



Bài 2. [TH] Cho hai đường tròn đồng tâm O . Biết BC là đường kính của đường tròn lớn. Dây CD của đường tròn lớn đồng thời là tiếp tuyến của đường tròn nhỏ sao cho $BCD = 60^\circ$. Biết $CD = 4\text{cm}$. Hãy tính bán kính đường tròn lớn.

Bài 3. [VD] Cho hai đường tròn đồng tâm $(O; 7\text{cm})$ và $(O; 5\text{cm})$. Tính diện tích hình vành khuyên tạo bởi hai đường tròn đó.

Bài 4. [VD] Cho hai đường tròn đồng tâm O , bán kính lần lượt là R và r , dây MN của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ tại A và B . Gọi BC là đường kính của đường tròn nhỏ. Tính theo R và r giá trị biểu thức $AC^2 + AM^2 + AN^2$.

Bài 5. [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ với $R > r$ ở ngoài nhau. Gọi MN và EF là tiếp tuyến của cả hai đường tròn (M và E thuộc (O) , N và F thuộc (O')) với M và N nằm cùng phía đối với OO' ; E và F nằm cùng phía đối với OO' . Chứng minh rằng:

- $MN = EF$.
- Ba đường thẳng MN, OO', EF đồng quy.
- Tứ giác $MNFE$ là hình thang cân.

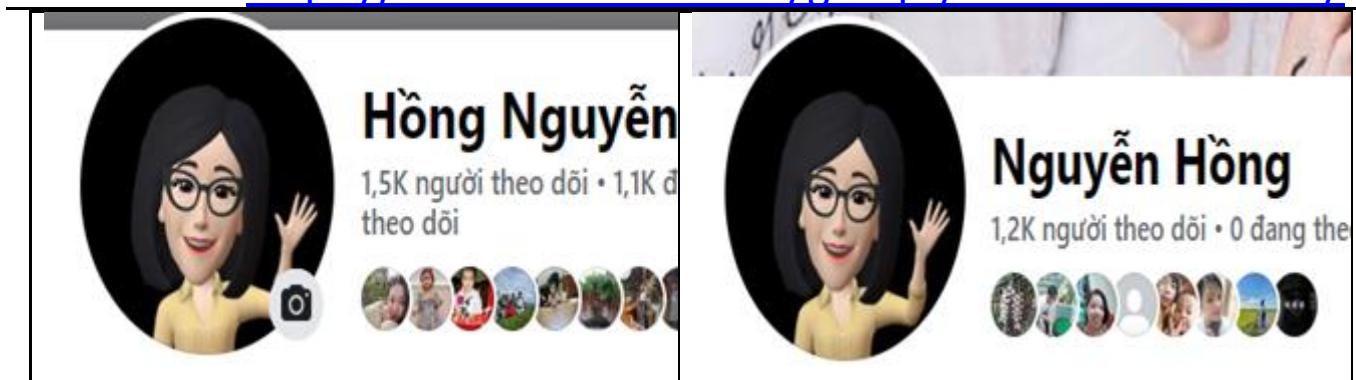
❧HẾT❧



SẢN PHẨM CỦA CỘNG ĐỒNG GV TOÁN VN

LIÊN HỆ: 0386536670

GROUP FB: <https://www.facebook.com/groups/316695390526053/>



CHỈ CHIA SẺ VÀ HỖ TRỢ THẦY CÔ TRÊN FB NHƯ TRÊN , ZALO DUY NHẤT.

Mọi hành vi kêu gọi mua bản quyền, mua chung, góp quỹ vào các group zalo đều là lừa đảo và chia sẻ trái phép sản phẩm của nhóm.





CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ $y = ax^2$

DẠNG 1: VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ, TÍNH BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các hàm số sau đây hàm số nào có dạng $y = ax^2 (a \neq 0)$?

A. $y = 0x^2$.

B. $y = 2x$.

C. $y = \frac{2}{x^2}$.

D. $y = \frac{x^2}{2}$.

Câu 2. [NB] Đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ có dạng:

A. Đường thẳng

B. Đường gấp khúc.

C. Đường cong Parabol.

D. Đường tròn.

Câu 3. [NB] Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$?

A. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành.

Câu 4. [NB] Trong các hàm số sau đây hàm số nào có dạng $y = ax^2 (a \neq 0)$?

A. $y = x^2 \cdot \frac{-1}{2}$.

B. $y = \frac{x^2}{0}$.

C. $y = \frac{2}{x^2}$.

D. $y = 2^2 x$.

Câu 5. [NB] Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$?

A. Đồ thị hàm số nhận Ox làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị hàm số có đỉnh là gốc tọa độ và nằm phía dưới trục hoành.

Câu 6. [TH] Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

A. $A(1;2)$.

B. $B(1;4)$.

C. $C(1;\frac{1}{2})$.

D. $D(1;0)$.

Câu 7. [TH] Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = -2x^2$?

A. $A(-1;2)$.

B. $B(-1;-2)$.

C. $C(1;2)$.

D. $D(1;4)$.

Câu 8. [TH] Điểm $A(1;4)$ thuộc đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = 2x^2$.

B. $y = 4x^2$.

C. $y = -2x^2$.

D. $y = -4x^2$.

Câu 9. [TH] Điểm $B(-\frac{1}{2};\frac{1}{4})$ thuộc đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{1}{2}x^2$.

B. $y = -\frac{1}{2}x^2$.

C. $y = -x^2$.

D. $y = x^2$.

Câu 10. [VD] Trong các điểm sau $A(1;2)$, $B(-1;-1)$, $C(10;-200)$, $D(\sqrt{10};-10)$ có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $(P) y = -x^2$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 11. [VD] Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là parabol (P) . Xác định m để điểm $A(\sqrt{2};m)$ nằm trên parabol (P) ?

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.



Câu 12. [VDC] Cho parabol (P) $y = -\sqrt{5}.x^2$ có đồ thị là parabol (P). Xác định m để điểm $A(\sqrt{5m}; -2\sqrt{5})$ nằm trên parabol (P)?

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = \frac{2}{5}$.

D. $m = -\frac{2}{5}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho parabol $y = -\frac{1}{2}x^2$. Xác định m để điểm $B(m; -2)$ nằm trên parabol?

a) $m = \frac{1}{2}$.

b) $m = 2$.

c) $m = -2$.

d) $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -x^2$ đi qua điểm?

a) $A(1; -1)$.

b) $B(-1; -1)$.

c) $C(1; 1)$.

d) $D(-1; 1)$.

Câu 3. Điểm $M(\sqrt{2}; 1)$ thuộc đồ thị hàm số

a) $y = -x^2$.

b) $y = -\frac{1}{2}x^2$.

c) $y = \frac{1}{2}x^2$.

d) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2$.

Câu 4. Diện tích của đường tròn bán kính R được tính bởi công thức $S = \pi R^2$, ($\pi = 3,14$)

a) Nếu R giảm $\frac{1}{2}$ lần thì S giảm $\frac{1}{4}$ lần.

b) Nếu R tăng gấp 5 lần thì S tăng gấp 10 lần.

c) Nếu $R = \frac{1}{2}$ thì $S = \frac{1}{4}\pi$.

d) Nếu $S = 3$ thì $R = \frac{3}{\pi}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Đồ thị hàm số $y = -x^2$ nhận trục nào làm trục đối xứng?

Câu 2. [NB] Điều kiện của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ nằm phía trên trục hoành là gì?

Câu 3. [TH] Cho hàm số $y = (2 - 5m)x^2$ với $m \neq \frac{2}{5}$. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành.

Câu 4. [TH] Cho hàm số $y = (-2m + 1).x^2$. Tìm giá trị của m để đồ thị đi qua điểm $A(-2; 4)$.



Câu 5. [VD] Cho hàm số $y = \frac{2m-3}{3}x^2$. Tìm giá trị của m để đồ thị đi qua điểm $B(-3;5)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

*** Kiểm tra tọa độ 1 điểm thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ hay không? Tìm hệ số a , tham số m của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$**

Phương pháp giải:

- ☑ Thay hoành độ của điểm đó vào hàm số
- ☑ Nếu giá trị của hàm số bằng với tung độ của nó thì điểm đó thuộc đồ thị hàm số
- ☑ Nếu giá trị của hàm số không bằng với tung độ của nó thì điểm đó không thuộc đồ thị hàm số.

*** Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.**

Phương pháp giải:

- ☑ Bước 1. Lập bảng các giá trị đặc biệt tương ứng giữa x và y của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$
- ☑ Bước 2. Biểu diễn các điểm đặc biệt trên mặt phẳng tọa độ và vẽ đồ thị dạng parabol của hàm số đi qua các điểm đặc biệt đó.

Ví dụ 1 [NB]:

Cho hàm số $y = 0,4x^2$. Các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số: $A(-2;1,6)$; $B(3;3,5)$; $C(\sqrt{5};0,2)$?

Ví dụ 2 [TH]: Cho hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$. Các điểm $A(2;6)$, $B(-\sqrt{2};3)$, $C(-4;-24)$, $D(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{3}{4})$ có thuộc đồ thị hàm số không?

Ví dụ 3 [TH]: Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có tung độ bằng 2?

Ví dụ 4 [VD]: Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$. Xác định hệ số a trong các trường hợp sau:

- a) Đồ thị của nó đi qua điểm $A(3;12)$.
- b) Đồ thị của nó đi qua điểm $A(-2; 3)$.

Ví dụ 5 [VD]:

Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.

- a) Xác định hệ số a , biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;2)$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị của a vừa tìm được.

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Trong hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x) = (m+2)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số trên đi qua các điểm:

- a) $A(-1;3)$.
- b) $B(\sqrt{2};-1)$.

Bài 2. [TH] Cho hai hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = 2x - 2$.

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị.

Bài 3. [VD]



- a) Xác định a biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-2;1)$
- b) Vẽ đồ thị hàm số (P) vừa tìm được ở câu a.
- c) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = x - 1$ bằng phép tính.

Bài 4. [VD]

Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ có đồ thị parabol (P) .

- a) Xác định a để (P) đi qua điểm $A(-\sqrt{2};4)$.
- b) Với giá trị a vừa tìm được ở trên, hãy:
 - i) Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ.
 - ii) Tìm các điểm trên (P) có tung độ bằng 2
 - iii) Tìm các điểm trên (P) cách đều hai trục tọa độ.



DẠNG 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ đạt giá trị là bao nhiêu khi $x = 2$?

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 2. [NB] Hàm số $y = -7x^2$ đạt giá trị là bao nhiêu khi $x = -3$?

- A. $a = 21$. B. $a = -21$. C. $a = 63$. D. $a = -63$.

Câu 3. [NB] Với $a = 5$ thì hàm số $y = ax^2$ có giá trị bằng bao nhiêu khi $x = -2$?

- A. 5. B. -10. C. 20. D. -20.

Câu 4. [NB] Với $a = -9\sqrt{7}$ thì hàm số $y = ax^2$ có giá trị bằng bao nhiêu khi $x = -\sqrt{2}$?

- A. $-9\sqrt{14}$. B. $18\sqrt{7}$. C. $9\sqrt{14}$. D. $-18\sqrt{7}$.

Câu 5. [TH] Xác định a biết hàm số $y = ax^2$ nhận giá trị bằng -1 khi $x = 2$.

- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{4}$. C. $a = -\frac{1}{4}$. D. $a = 4$.

Câu 6. [TH] Tìm giá trị của m để hàm số $y = (2m - 1)x^2$ nhận giá trị bằng 4 khi $x = -1$.

- A. $m = \frac{2}{5}$. B. $m = -\frac{2}{5}$. C. $m = -\frac{5}{2}$. D. $m = \frac{5}{2}$.

Câu 7. [TH] Hàm số $y = (2 - 3m)x^2$ nhận giá trị bằng $4\sqrt{3}$ khi $x = 2$ thì giá trị của m là:

- A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{3}$. B. $2 - \sqrt{3}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. [TH] Tìm giá trị của hàm số $y = ax^2$ tại $x = -3$ biết hàm số có giá trị là $-8\sqrt{3}$ khi $x = 2$.

- A. $18\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $-18\sqrt{3}$. D. $-2\sqrt{3}$.

Câu 9. [VD] Hình lăng trụ đứng tứ giác có đáy là hình vuông cạnh a (cm) và chiều cao 6 cm thì công thức tính thể tích V của lăng trụ theo a là:

- A. $6a^2$. B. $36a$. C. $6a$. D. $6 + a$.

Câu 10. [VD] Công thức tính diện tích toàn phần S (cm²) của hình lập phương cạnh a (cm) là:

- A. $6a$. B. $4a^2$. C. $6a^2$. D. a^2 .

Câu 11. [VD] Điều kiện của m để hàm số $y = (5m - 2)x^2$ ($m \neq \frac{2}{5}$) đạt giá trị lớn nhất là $y = 0$ khi $x = 0$ là:

- A. $m < \frac{5}{2}$. B. $m < \frac{2}{5}$. C. $m > \frac{5}{2}$. D. $m > \frac{2}{5}$.

Câu 12. [VDC] Một vật rơi tự do từ độ cao 100m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 4,9t^2$. Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất?

- A. $t \approx 4,3$ (giây). B. $t \approx 4,7$ (giây). C. $t \approx 4$ (giây). D. $t \approx 4,5$ (giây).

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai



Câu 1. Cho hàm số $y = -0,5x^2$. Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

- a) Giá trị của hàm số tại $x = -3$ là $y = -4,5$.
- b) Giá trị của hàm số tại $x = -2$ là $y = -2$.
- c) Giá trị của hàm số tại $x = -1$ là $y = -4,5$.
- d) Giá trị của hàm số tại $x = 0$ là $y = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = 3\sqrt{2}x^2$. Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

- a) Giá trị của hàm số tại $x = 1 + \sqrt{2}$ là $y = 9\sqrt{2} + 12$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 0$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 0$.
- d) Giá trị của hàm số tại $x = 8\sqrt{3}$ và giá trị của hàm số tại $x = -8\sqrt{3}$ là bằng nhau.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

- a) Với $a = 1$ thì hàm số có giá trị bằng 1 khi $x = 1$.
- b) Với $a = -3$ thì hàm số có giá trị bằng 9 khi $x = 1$.
- c) Với $a > 0$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.
- d) Với $a < 0$ thì hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) nhận giá trị bằng $4\sqrt{3}$ tại $x = 2$.

- a) Hệ số a của hàm số là $\sqrt{3}$.
- b) Giá trị của hàm số tại $x = -6$ là $36\sqrt{3}$.
- c) Hàm số đạt giá trị là $5\sqrt{3}$ tại $x = 5$.
- d) Hàm số đạt giá trị là $7\sqrt{3}$ tại $x = \sqrt{7}$ hoặc $x = -\sqrt{7}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN:

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y = f(x) = -8x^2$. Giá trị của hàm số tại $x = -\sqrt{5}$ là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Tìm hệ số a biết hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có giá trị bằng $9\sqrt{3}$ khi $x = 3$.

Câu 3. [TH] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (4\sqrt{5} - 7)x^2$.

Câu 4. [TH] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = (2\sqrt{7} - 9)x^2$.

Câu 5. [VD] Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (9m - \sqrt{3})x^2$ ($m \neq \frac{\sqrt{3}}{9}$) đạt giá trị nhỏ nhất là $y = 0$

khi $x = 0$?

Câu 6. [VDC] Một vật rơi tự do từ độ cao 550m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 4,9t^2$. Sau 10 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho hàm số $y = f(x) = x^2$. Tính các giá trị $f(-3); f(\sqrt{2}); f(0); f(1,2)$.

Ví dụ 2 [TH]: Tìm hệ số a biết hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có giá trị bằng 4 khi $x = 1$.



Ví dụ 3 [TH]: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2}{5}x^2$.

Ví dụ 4 [VD]: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (2m + 3)x^2$ ($m \neq -\frac{3}{2}$) đạt giá trị lớn nhất là $y = 0$ khi $x = 0$?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{3}{2}x^2$. Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	?	?	?	?	?	?	?

Bài 2. [NB] Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2$. Tính các giá trị $f(-1); f(\sqrt{3}); f(0); f(5)$.

Bài 3. [NB] Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2$. Tính các giá trị $f(1); f(-\sqrt{2}); f(0); f(-3)$.

Bài 4. [TH] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (9\sqrt{2} - 3)x^2$.

Bài 5. [TH] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = (-3\sqrt{2} - 1)x^2$.

Bài 6. [VD] Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (m + 5)x^2$ ($m \neq -5$) đạt giá trị lớn nhất là $y = 0$ khi $x = 0$?

Bài 7. [VD] Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (2m + 3)x^2$ ($m \neq -\frac{3}{2}$) đạt giá trị nhỏ nhất là $y = 0$ khi $x = 0$?

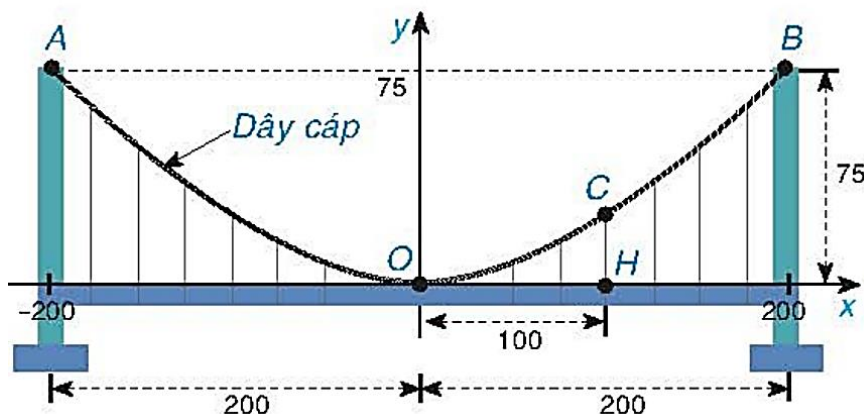
Bài 8. [VD] Tìm các giá trị a để hàm số $y = f(x) = -\frac{2}{5}x^2$ thỏa mãn: $f(a) = 3a$.

Bài 9. [VD] Một vật rơi tự do từ độ cao 98m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 4,9t^2$.

a) Sau 3 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất?

Bài 10. [VD] Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 75m so với mặt của cây cầu và cách nhau 400m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình dưới đây và được treo trên các đỉnh tháp. Tìm chiều cao CH của dây cáp biết điểm H cách tâm O của cây cầu 100m (giả sử mặt của cây cầu là bằng phẳng).





DẠNG 3: XÁC ĐỊNH HÀM SỐ THỎA MÃN TÍNH CHẤT ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Xác định hàm số $y = ax^2$. Biết đồ thị đi qua điểm $A(2;4)$.

- A. $y = x^2$. B. $y = 2x^2$. C. $y = 4x^2$. D. $y = -x^2$.

Câu 2. [NB] Với giá trị nào của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $A(-1; \frac{-1}{4})$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{-1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{-1}{2}$.

Câu 3. [NB] Với giá trị nào của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $B(2; \frac{-1}{4})$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{-1}{4}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{-1}{16}$.

Câu 4. [NB] Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Biết đồ thị đi qua điểm $A(-\frac{1}{2}; -2)$

- A. $y = \frac{1}{8}x^2$. B. $y = \frac{-1}{8}x^2$. C. $y = -8x^2$. D. $y = 8x^2$.

Câu 5. [TH] Cho hàm số $y = (2m + 2)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x; y)$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

- A. $m = \frac{7}{4}$. B. $m = \frac{1}{4}$. C. $m = \frac{7}{8}$. D. $m = \frac{-7}{8}$.

Câu 6. [TH] Cho hàm số $y = (-3m + 1)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x; y)$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - 3y = -2 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

- A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = \frac{-1}{3}$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 7. [TH] Cho hàm số $y = (-3m + 1)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x; y)$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - 3y = -2 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

- A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = \frac{-1}{3}$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 8. [TH] Cho hàm số $y = (-3m + 1)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x; y)$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - 3y = -2 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

- A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = \frac{-1}{3}$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 9. [VD] Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 5x^2$ biết điểm đó có hoành độ bằng -2 là .

- A. $(-2; 5)$. B. $(2; 5)$. C. $(2; -5)$. D. $(-2; -5)$.



Câu 10. [VD] Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -2x^2$ biết điểm đó có tung độ bằng -2 là .

A. $(-2; 1)$.

B. $(-1; -2)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ có tung độ bằng 3 là:

a) $(3; 3)$.

b) $(-3; 3)$.

c) $(\frac{1}{3}; 3)$.

d) $(-\frac{1}{3}; 3)$.

Câu 2. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^2$ có hoành độ bằng 2 là:

a) $(2; \frac{-1}{3})$.

b) $(2; \frac{1}{3})$.

c) $(2; \frac{-4}{3})$.

d) $(2; \frac{4}{3})$.

Câu 3. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có tung độ bằng -3 là:

A. $(6; -3)$.

B. $(\sqrt{6}; -3)$.

C. $(-6; -3)$.

D. $(-\sqrt{6}; -3)$.

Câu 4. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có hoành độ bằng -3 là .

A. $(-3; \frac{-1}{2})$.

B. $(-3; \frac{1}{2})$.

C. $(-3; \frac{-9}{2})$.

D. $(-3; \frac{9}{2})$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y = -x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số và có tung độ bằng $\frac{-1}{9}$ thì hoành độ bằng bao nhiêu?

**Câu 2. [NB]**

$y = \frac{2}{3}x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số và có hoành độ bằng $\frac{-1}{2}$ thì tung độ

bằng bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho hàm số $y = \sqrt{3}x^2$. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số và có tung độ gấp đôi hoành độ?

Câu 4. [TH] Cho hàm số $y = \frac{-2}{5}x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số khác gốc tọa độ $O(0;0)$ và có tung độ gấp ba lần hoành độ thì có hoành độ bằng bao nhiêu?
 $y = 8x^2$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN**Phương pháp giải:**

☑ Muốn xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0)$, ta thay $x = x_0$; $y = y_0$ vào hàm số để tìm a .

☑ Muốn xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số có dạng cho trước bằng hình vẽ, ta tìm một điểm $M(x_0; y_0)$ mà đồ thị hàm số đi qua, sau đó thay $x = x_0$; $y = y_0$ vào hàm số để tìm a .

BÀI TẬP MẪU**Ví dụ 1 [NB]:**

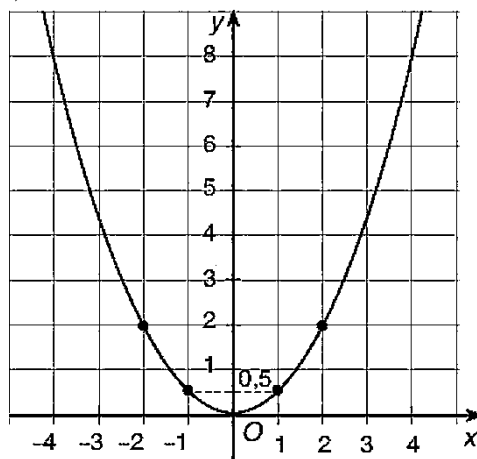
Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;4)$.

Ví dụ 2 [TH]:

Xác định hàm số $y = (4m - 5)x^2$ ($m \neq \frac{5}{4}$) biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;8)$.

Ví dụ 3 [TH]:

Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



Ví dụ 4 [VD]: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + 6$. Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

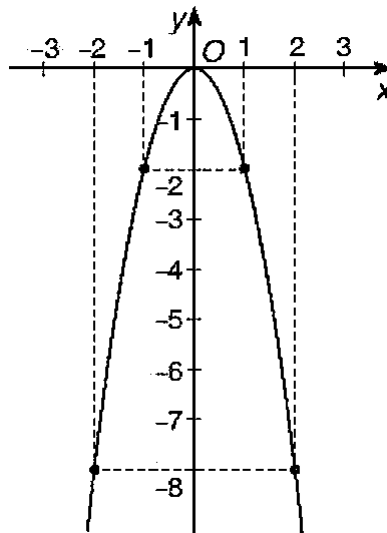
Bài 1. [NB] Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua điểm $N(-2;-12)$.



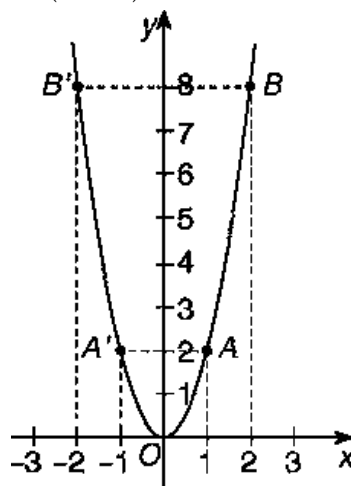
Bài 2. [NB] Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 4\sqrt{3})$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \sqrt{3}x^2$.

Bài 3. [TH] Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



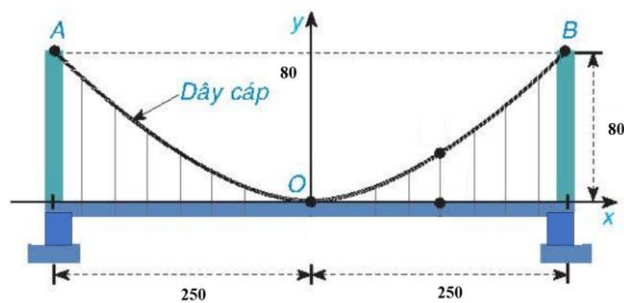
Bài 4. [TH] Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



$$y = 2x^2.$$

Bài 5. [VD] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng (d) có phương trình $y = 5x - 4$. Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

Bài 6. [VD] Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 80m so với mặt của cây cầu và cách nhau 500m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình vẽ và được treo trên các đỉnh tháp. Hãy xác định hàm số đó.



Bài 7. [VD] Một cổng vòm được thiết kế dạng parabol $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Biết chiều rộng của chân cổng là $AB = 6\text{m}$ và chiều cao của cổng là $OI = 4,5\text{m}$. Xác định hàm số $y = ax^2$.

Bài 8 [VDC] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng (d) có phương trình $y = 3$. Xác định hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A, B sao cho $S_{\triangle AOB} = 12$ (đơn vị diện tích).



CHUYÊN ĐỀ 2: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

DẠNG 1: NHẬN BIẾT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI. XÁC ĐỊNH CÁC HỆ SỐ A,B,C CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 2 = 0$, hệ số a của phương trình là:

- A. 1. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 2. [NB] Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

- A. $x^2 - \sqrt{x} + 1 = 0$. B. $2x^2 - 2018 = 0$. C. $x + \frac{1}{x} - 4 = 0$. D. $2x - 1 = 0$.

Câu 3. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn x ?

- A. $2021x - 4 = 0$ B. $3x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ C. $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$ D. $x^2 - x + 5 = 0$

Câu 4. [NB] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 2 = 0$, hệ số c của phương trình là:

- A. 1. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 5. [TH] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(2m+1)x + 2m = 0$, hệ số b của phương trình là:

- A. $m+1$. B. $2m+1$. C. $2m$. D. $-2(2m+1)$.

Câu 6. [TH] Giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2m - 1x + m + 1 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

- A. $m \neq 0$. B. $m \neq 1$. C. $m \neq -1$. D. $m \neq 0$ và $m \neq \pm 1$.

Câu 7. [TH] Giá trị của m để phương trình $\frac{m-2}{2m+3}x^2 - m - 3x + m + 4 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

- A. $m \neq 2$. B. $m \neq -\frac{3}{2}$. C. $m \neq 2$ và $m \neq -\frac{3}{2}$. D. $m \neq 2$, $m \neq 3$ và $m \neq -4$.

Câu 8. [TH] Giá trị của m để phương trình $\sqrt{m-2}x^2 - m + 3x + m + 4 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

- A. $m \neq 2$. B. $m \geq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 9. [VD] Cho phương trình bậc hai ẩn x sau $\frac{7}{2m-3}x + 5(m-1)x + 4 = 0$. Tìm m để hệ số a là số nguyên dương?

- A. 2;5. B. 1;2;5. C. 1;5. D. 1;2.

Câu 10. [VD] Cho phương trình $\frac{5}{m-2}x^2 + \frac{2}{m}x - 3m = 0$. Số các giá trị nguyên của m để hệ số b là số nguyên

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 11. [VD] Cho phương trình $\sqrt{5-m}x^2 + \sqrt{m+1}x - 9 = 0$, số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x ?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.



Câu 12. [VDC] Cho phương trình $\frac{\sqrt{7-m}}{\sqrt{m+3}}x^2 + 2(m-2)x + 15 = 0$, giá trị của m để phương trình đã cho là phương trình bậc hai một ẩn x ?

A. $m \neq 7$ và $m \neq -3$. **B.** $m < 7$.

C. $m > -3$.

D. $-3 < m < 7$.

2. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho phương trình $3x^2 - 11x - 1 = 0$. Xác định các hệ số $a; b; c$ của phương trình

Câu 2. [NB] Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m+1 = 0$. Xác định các hệ số $a; b; c$ của phương trình

Câu 3. [TH] Tìm m để phương trình $mx^2 - 2x - 1 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x .

Câu 4. [TH] Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - mx - 1 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x .

Câu 5. [VD] Cho phương trình $\frac{3}{7-m}x^2 + 3mx + 2 = 0$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của m để hệ số a của phương trình là số không âm.

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $\sqrt{2m-3}x^2 + (3m+1)x - 2 = 0$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để hệ số a của phương trình là số nhỏ hơn 3.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Ví dụ 1 [NB]: Xác định các hệ số $a; b; c$ của các phương trình sau

a) $x^2 + 5x + 2 = 0$ b) $-x^2 + 2x + 4 = 0$ c) $-3x^2 + 6x - 19 = 0$

Ví dụ 2 [TH]: Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m+5)x^2 + 3x - 4m = 0$ b) $(7-m)x^2 + 2(m+1)x - 5 = 0$

c) $(5-m)x^2 + 7mx + 8 = 0$ d) $(m^2+3)x^2 + 4(m+2)x - 2m - 3 = 0$

Ví dụ 3 [VD]: Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m+5)(m-4)x^2 + 3x - 4m = 0$ b) $\frac{m+3}{m-4}x^2 + 2(m+1)x - 5 = 0$

c) $(2m+3)(5-m)x^2 + 7mx + 8 = 0$ d) $(m-3)x^3 - (m^2+3)x^2 + 4(m+2)x - 2m - 3 = 0$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Xác định các hệ số $a; b; c$ của các phương trình sau

a) $2x^2 + 3x + 12 = 0$ b) $-3x^2 - 5x + 7 = 0$ c) $-6x^2 + 26x - 9 = 0$

Bài 2. [TH] Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m-2)x^2 + 5x + 14m = 0$ b) $(1-m)x^2 - 2(m+1)x - 3 = 0$

c) $(-5-m^2)x^2 + (7+m)x + 8 = 0$ d) $(m+3)x^2 + 3(m+2)x - 2m + 3 = 0$

Bài 3. [VD] Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(2m+6)(m-5)x^2 - 2x - 7m = 0$ b) $\frac{m+2}{m-3}x^2 - 2(m-1)x + 8 = 0$

c) $(3m+2)(4-m)x^2 + 9mx - 7 = 0$ d) $(m^2-25)x^3 - (m+5)x^2 + 4(m-4)x + 2m - 3 = 0$

DẠNG 2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Biệt thức Δ' của phương trình $4x^2 - 6x - 1 = 0$ có giá trị bằng:

A. 13.

B. 20.

C. 5.

D. 25.

Câu 2. [NB] Biệt thức Δ' của phương trình $4x^2 - 2mx - 1 = 0$ có giá trị bằng:

A. $m^2 + 16$.

B. $-m^2 + 4$.

C. $m^2 - 16$.

D. $m^2 + 4$.



Câu 3. [NB] Phương trình nào sau đây là vô nghiệm:

A. $x^2 + x + 2 = 0$.

B. $x^2 - 2x = 0$.

C. $(x^2 + 1)(x - 2) = 0$.

D. $(x^2 - 1)(x + 1) = 0$.

Câu 4. [NB] Nghiệm của phương trình $x^2 + 2024x - 2025 = 0$ là

A. $x = -1$ hoặc $x = -2025$.

B. $x = 1$ hoặc $x = -2025$.

C. $x = -1$ hoặc $x = 2025$.

D. $x = 1$ hoặc $x = 2025$.

Câu 5. [NB] Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm là:

A. $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

B. $x_1 = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

C. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

D. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{a}$.

Câu 6. [NB] Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm là:

A. $x_1 = x_2 = \frac{b}{2a}$.

B. $x_1 = -\frac{b}{2a}; x_2 = \frac{b}{2a}$.

C. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

D. $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.

Câu 7. [TH] Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

A. $-x^2 - 4x + 4 = 0$.

B. $x^2 - 4x - 4 = 0$.

C. $x^2 - 4x + 4 = 0$.

D. $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Câu 8. [TH] Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $x^2 - x + 1 = 0$.

B. $3x^2 - x + 8 = 0$.

C. $3x^2 - x - 8 = 0$.

D. $-3x^2 - x - 8 = 0$.

Câu 9. [TH] Phương trình $x^2 - 4x - 2 = 0$ có biệt thức Δ bằng:

A. 24.

B. 2.

C. 8.

D. 6.

Câu 10. [TH] Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt?

A. $9x^2 - 12x + 4 = 0$.

B. $x^2 - 6x + 9 = 0$.

C. $x^2 - 2x + 2 = 0$.

D. $4x^2 + 4x - 1 = 0$.

Câu 9. [VD] Tính biệt thức Δ từ đó tìm nghiệm của phương trình $9x^2 - 15x + 3 = 0$.

A. $\Delta = 117$ và phương trình có nghiệm kép.

B. $\Delta = -117$ và phương trình vô nghiệm.

C. $\Delta = 117$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt.

D. $\Delta = -117$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 10. [VD] Tính biệt thức Δ từ đó tìm nghiệm (nếu có) của phương trình $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$.

A. $\Delta = 0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$.

B. $\Delta < 0$ và phương trình vô nghiệm.

C. $\Delta = 0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\sqrt{2}$.

D. $\Delta > 0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = \sqrt{2}$.

Câu 11. [VD]. Tính biệt thức Δ từ đó tìm nghiệm (nếu có) của phương trình $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3} - 1x - 1 = 0$.

A. $\Delta > 0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

B. $\Delta < 0$ và phương trình vô nghiệm.

C. $\Delta = 0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\sqrt{3}$.



D. $\Delta > 0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}; x_2 = -1$.

Câu 12. [VD] Phương trình $5x^2 + 10 = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \emptyset$. **B.** $S = \sqrt{2}$. **C.** $S = -\sqrt{2}$. **D.** $S = \sqrt{2}; -\sqrt{2}$.

Câu 13. [VD] Biết phương trình $3x^2 - 7x + 4 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giả sử $x_1 < x_2$; khi đó biểu thức $\frac{x_1}{x_2}$ có giá trị là:

A. $-\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có $\Delta = 1$.
- b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 2; x_2 = 3$.
- c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.
- d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số tự nhiên liên tiếp.
- e) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -3; x_2 = -2$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có $\Delta' = 4$.
- b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = 5$.
- c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.
- d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -5; x_2 = -1$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 6x + 9 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có $\Delta' = -27$.
- b) Phương trình đã cho vô nghiệm
- c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.
- d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.
- e) Phương trình có $\Delta' = 0$
- f) Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 3$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.
- b) Phương trình đã cho vô nghiệm.
- c) Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.
- d) Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 9$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $x^2 - 8x + 5 = 0$ có biệt thức Δ' bằng bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Phương trình $x^2 - 3x + 5 = 0$ có biệt thức Δ bằng bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Phương trình $x^2 + 21x + 20 = 0$ có nghiệm bằng bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Phương trình $x^2 - 10x + 16 = 0$ có nghiệm nhỏ bằng bao nhiêu nghiệm lớn?

Câu 5. [VD] Phương trình $3x^2 - 8x + 5 = 0$ có nghiệm $x_1 < x_2$, Tính $\frac{x_1}{x_2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\frac{x^2}{3} + \frac{4x}{5} - \frac{1}{12} = 0$.

**PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN****Ví dụ 1 [NB]:** Giải phương trình

a) $x^2 - 8x = 0$ b) $3x^2 + 18x = 0$ c) $x^2 - 5 = 0$ d) $-3x^2 - 15 = 0$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

a) $x^2 - 6x + 3 = 0$ b) $3x^2 + 4x - 5 = 0$ c) $x^2 + 3x - 4 = 0$ d) $-5x^2 - 7x + 3 = 0$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình

a) $3x^2 - 5x - 8 = 0$ b) $5x^2 - \frac{10}{7}x + \frac{5}{40} = 0$ c) $5x^2 - 3x + 15 = 0$ d) $x^2 - 4x + 1 = 0$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình

a) $3x^2 + 7x + 2 = 0$ b) $\frac{3x^2}{4} + \frac{6}{5}x - \frac{3}{10} = 0$
c) $(5 - \sqrt{2})x^2 - 10x + 5 + \sqrt{2} = 0$ d) $(x - 1)(x + 2) = 70$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1. [NB]** Giải phương trình

a) $x^2 - 5x = 0$ b) $4x^2 + 16x = 0$ c) $x^2 - 25 = 0$ d) $13x^2 + 65 = 0$

Bài 2. [TH] Giải phương trình

a) $x^2 + 4x + 2 = 0$ b) $5x^2 + 6x - 11 = 0$ c) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ d) $-4x^2 - 5x + 1 = 0$

Bài 3. [TH] Giải phương trình

a) $3x^2 + 7x + 8 = 0$ b) $3x^2 - \frac{10}{7}x + \frac{5}{6} = 0$ c) $5x^2 - 6x - 3 = 0$ d) $x^2 + 4x + 3 = 0$

Bài 4. [VD] Giải phương trình

a) $3x^2 + \sqrt{29}x - 2 = 0$ b) $\frac{4x^2}{3} + \frac{12}{5}x - \frac{7}{15} = 0$
c) $(3 - \sqrt{2})x^2 - 6x + 3 + \sqrt{2} = 0$ d) $(x - 2)(x + 3) = 10$

DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Phương trình nào là phương trình trùng phương

A. $3x^4 - 4x + 2 = 0$. B. $\frac{1}{2}y^4 + 3y^2 - 2 = 0$. C. $x^4 - 3x^3 - 2 = 0$ D. $5x^2 - 12x + 7 = 0$.

Câu 2. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{2}y - \frac{3y}{y+2} + \frac{2y}{4y+8} = 5y - 3$ là

A. mọi $y \in \mathbb{R}$. B. $y \neq 0$. C. $y \neq -2$. D. $y \neq -8$.

Câu 3. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào đưa được về dạng phương trình bậc hai một ẩn

A. $\frac{1}{2}x(x-3) + 5x - 4 = x\left(\frac{1}{2}x + 4\right) - 7x$. B. $(2x-1)^2 = 4(x+2)^2$.

C. $\sqrt{x-3} = 2x+1$. D. $\frac{x}{2x+1} - 5x + 6 = \frac{x}{2x+1}$.

Câu 4. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** đưa được về dạng phương trình bậc hai một ẩn

A. $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$. B. $(2x-1)^2 = 3(x+2)^2 - 5x + 9$.



C. $|2x-5|=|2x+1|$.

D. $\frac{x}{2x+1}-5x+6=\frac{3x-7}{2x+1}$.

Câu 5. [TH] Phương trình $x^4-6x^2-7=0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 6. [TH] Phương trình $2x^4-9x^2+7=0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 7. [TH] Phương trình $\frac{2x}{x-2}-\frac{5}{x-3}=\frac{-9}{x^2-5x+6}$ có số nghiệm là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 8. [TH] Phương trình $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-4}=0$ có số nghiệm là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 9. [TH] Nếu phương trình $ax^4+bx^2+c=0 (a \neq 0)$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì

- A. $x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ B. $x_1+x_2=\frac{-b}{2a}$ C. $x_1+x_2=0$ D. $x_1.x_2=\frac{c}{a}$

Câu 10. [VD] Phương trình $(x+1)^4-5(x+1)^2-84=0$ có tổng các nghiệm là?

- A. $-\sqrt{12}$. B. -2. C. -1. D. $2\sqrt{12}$.

Câu 11. [VD] Phương trình $(2x+1)^4-8(2x+1)^2-9=0$ có tổng các nghiệm là:

- A. 1. B. -2. C. -1. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 12. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $(x+1)(x+4)(x^2+5x+6)=48$ là:

- A. $-\frac{5}{4}$. B. -5. C. $-\frac{5}{2}$. D. 5.

Câu 13. [VD] Phương trình $\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right):\left(\frac{1+x}{1-x}-1\right)=\frac{3}{14-x}$ có nghiệm là:

- A. $x=\sqrt{2}$. B. $x=2$. C. $x=3$. D. $x=5$.

Câu 14. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3)=8$ là:

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -4.

Câu 15. [VDC] Hai nghiệm của phương trình $\frac{x}{x+1}-10\frac{x+1}{x}=3$ là $x_1 > x_2$. Tính $3x_1+4x_2$.

- A. -3. B. 3. C. 7. D. -7.

Câu 16. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}+\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}=2$ là?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình luôn bằng 0.
b) Phương trình chỉ có hai nghiệm phân biệt khi $ac < 0$.
c) Phương trình chỉ có hai nghiệm phân biệt thì hai nghiệm là hai số đối nhau.
d) Khi $ac > 0$ phương trình có 4 nghiệm.

Câu 2. Cho phương trình $x^4-7x^2+12=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.
b) Phương trình có ba nghiệm phân biệt.
c) Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình luôn bằng 0.
d) Tập nghiệm của phương trình là $S = -2; -\sqrt{3}; \sqrt{3}; 2$.



Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 5 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Phương trình có bốn nghiệm phân biệt.
- c) Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình luôn bằng 3.
- d) Tích các nghiệm của phương trình là $\frac{5}{2}$.
- e) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 2\}$.

Câu 4. Cho phương trình $\frac{3x-5}{x+5} + x^2 = 25 - \frac{5-3x}{x+5}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq 5$.
- b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- d) Tích các nghiệm của phương trình là -25 .
- e) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho phương trình $2x^4 + 5x^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 2. [NB] Cho phương trình $(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 3. [TH] Nghiệm của phương trình $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Phương trình $(x^2 + 7x + 6)(3x^2 + 27) = 0$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Phương trình $\frac{x+2}{x-5} + 3 = \frac{6}{2-x}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\frac{3x}{\sqrt{6x-1}} + \frac{\sqrt{6x-1}}{3x} = 2$ là?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình

- a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
- b) $2x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
- c) $3x^4 + 10x^2 + 3 = 0$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

- a) $(3x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 0$
- b) $(2x^2 + x - 4)^2 - (2x - 1)^2 = 0$
- c) $(x^2 - 3x + 1)^2 = (2x + 3)^2$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình

- a) $\frac{4}{x+1} = \frac{-x^2 - x + 2}{(x+1)(x+2)}$
- b) $\frac{x(x-7)}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{x-4}{3}$
- c) $\frac{14}{x^2-9} = 1 - \frac{1}{3-x}$
- d) $\frac{2x}{x+1} = \frac{x^2 - x + 8}{(x+1)(x-4)}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình

- a) $(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) = 297$
- b) $(x+3)^4 - (x+5)^4 = 0$
- c) $\sqrt{x-5} = x-7$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải phương trình

- a) $4x^4 + 8x^2 - 12 = 0$
- b) $12x^4 - 5x^2 + 30 = 0$
- c) $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{3x}{x-2}$
- d) $(4x^2 - 25)(2x^2 - 7x - 9) = 0$

**Bài 2. [TH]** Giải phương trình

a) $5x^4 - 5x^2 + \frac{7}{10} = 0$

b) $8x^4 - x^2 - 7 = 0$

c) $\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x^2 - 5x + 6}$

d) $(2x^2 - 3)^2 - 4(x-1)^2 = 0$

Bài 3. [VD] Giải phương trình

a) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 8$

b) $3x^3 + 3x^2 + 5x + 5 = 0$

c) $\left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{2-x}{2+x}\right) : \left(\frac{2+x}{2-x} + 1\right) = \frac{2}{3x}$

Bài 4. [VD] Giải phương trình

a) $x^2 - 3x + 2 = (1-x)\sqrt{3x-2}$

b) $5(x+2)\sqrt{x-1} = x^2 + 7x + 10$

c) $\sqrt{x^2 + x + 1} = 3 - x$

d) $\sqrt{2x^2 + 6x + 1} = x + 2$

DẠNG 4: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**1. Phương trình dạng $ax + b = 0$ - Trường hợp 1: $a \neq 0$ thì PT có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$ - Trường hợp 2: $a = 0$ thì PT có dạng $0x + b = 0$ (*)Nếu $b = 0$ thì PT (*) vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}$ Nếu $b \neq 0$ thì PT (*) vô nghiệm2. Phương trình dạng $ax^2 + bx + c = 0$ - Trường hợp 1: $a \neq 0$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta = b^2 - 4ac$ Nếu $\Delta > 0$ thì PT có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ Nếu $\Delta = 0$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ Nếu $\Delta < 0$ thì PT vô nghiệm- Trường hợp 2: $a = 0$ thì PT có dạng $ax + b = 0$ **B. BÀI TẬP****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN****Câu 1. [NB]** Phương trình $x^2 - x - 2m = 0$ có nghiệm thì m có giá trị là:

A. $m \leq \frac{1}{8}$.

B. $m \geq \frac{1}{8}$.

C. $m < \frac{1}{8}$.

D. $m > \frac{1}{8}$.

Câu 2. [NB] Phương trình $x^2 - x - m = 0$ có nghiệm kép thì m có giá trị là:

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $m \leq \frac{1}{4}$.

D. $m \geq -\frac{1}{4}$.

Câu 3. [NB] Phương trình $x^2 - 4x - m^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì m có giá trị là:

A. $m > 4$.

B. $m > \pm 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 4. [NB] Phương trình $3x^2 - 2x + m = 0$ vô nghiệm thì m có giá trị là:

A. $m < -\frac{1}{3}$.

B. $m < \frac{1}{3}$.

C. $m > \frac{1}{3}$.

D. $m > -\frac{1}{3}$.

Câu 5. [TH] Khi $m = 1$ thì phương trình $(m-1)x^2 + 2x + 1 = 0$

A. Có hai nghiệm phân biệt

B. Có nghiệm

C. Vô số nghiệm

D. Vô nghiệm

Câu 6. [TH] Khi $m > 6$ thì phương trình $x^2 - (m-2)x + 4 = 0$



A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm . **D.** Vô nghiệm .

Câu 7. [TH] Khi $m < -\frac{1}{960}$ thì phương trình $48x^2 + x - 5m = 0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm . **D.** Vô nghiệm .

Câu 8. [TH] Khi $-2 < m < 6$ thì phương trình $x^2 - (m-2)x + 4 = 0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm . **D.** Vô nghiệm .

Câu 9. [VD] Phương trình $x^2 + (m+3)x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x = 2$ thì

A. $m = \frac{11}{3}$ **B.** $m = -\frac{11}{3}$ **C.** $m > \frac{11}{3}$. **D.** $m > -\frac{11}{3}$

Câu 10. [VD] Phương trình $kx^2 + 2k^2x + 1 = 0$ không có nghiệm $x = 2$ thì

A. $k = \frac{1}{2}$ **B.** $k = -\frac{1}{2}$ **C.** $k \neq \frac{1}{2}$. **D.** $k \neq -\frac{1}{2}$

Câu 11. [VD] Tập nghiệm của phương trình $(k-1)x^2 + 3kx + 2k + 1 = 0$ có một phần tử khi

A. $k \in \{-2; 1\}$ **B.** $k \in \{-2; -1\}$ **C.** $k \in \{2; 1\}$. **D.** $k \in \{2; -1\}$

Câu 12. [VDC] Phương trình $(x^2 - 3x + m)(x - 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi:

A. $m < \frac{9}{4}$ **B.** $m \neq 2$ **C.** $m < \frac{9}{4}; m \neq 2$. **D.** $m > \frac{9}{4}; m \neq 2$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Tập nghiệm của một phương trình bậc hai bất kì có thể có:

- a) Một phần tử
- b) Hai phần tử
- c) Không có phần tử nào
- d) Nhiều hơn hai phần tử

Câu 2. Với mọi $m \in \mathbb{R}$ thì phương trình $x^2 + 2mx + 3m^2 + 2 = 0$

- a) Vô nghiệm
- b) Có hai nghiệm phân biệt
- c) Có nghiệm kép
- d) Vô số nghiệm

Câu 3. Phương trình $(m^2 + 1)x^2 - 2(m + 3)x + 1 = 0$

- a) Vô nghiệm khi $m < -\frac{4}{3}$
- b) Có hai nghiệm phân biệt khi $m > -\frac{4}{3}$
- c) Có nghiệm kép khi $m = -\frac{4}{3}$
- d) Vô số nghiệm khi $m > \frac{4}{3}$

Câu 4. Khi $m = 0$ thì phương trình $mx^2 + 2m^2x + 1 = 0$

- a) Vô nghiệm
- b) Có hai nghiệm phân biệt
- c) Có nghiệm kép
- d) Vô số nghiệm

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN



Câu 1. [NB] Nhẩm nghiệm của phương trình $x^2 + (1 + 2m)x - 2(m + 1) = 0$ ta được nghiệm là gì?

Câu 2. [NB] Nhẩm nghiệm của phương trình $x^2 + (1 + 2m)x - 2(m + 1) = 0$ ta được nghiệm là gì?

Câu 3. [TH] Phương trình $x^2 + 2x - m^2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

Câu 4. [TH] Phương trình $(m - 1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi nào?

Câu 5. [VD] Với giá trị nguyên nào của m thỏa mãn $-3 \leq m \leq 5$ thì phương trình $mx^2 - mx + 1 = 0$ có nghiệm?

Câu 6. [VDC] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(d): y = 2x + m$ tiếp xúc với $(P): y = (m - 1)x^2 + 2mx + 3m - 1$?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☑ Bước 1: Giải phương trình trong trường hợp hệ số của x^2 bằng 0
- ☑ Bước 2: Giải phương trình trong trường hợp hệ số của x^2 khác 0
- ☑ Bước 3: Kết luận nghiệm của phương trình trong cả hai trường hợp trên

Ví dụ 1 [NB]: Cho phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + (m + 1) = 0$ (1) với m là tham số.

- a) Giải phương trình khi $m = 0$
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Viết hai nghiệm đó.
- c) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó
- d) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm

Ví dụ 2 [TH]: Tìm m để phương trình $(m - 1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có nghiệm

Ví dụ 3 [TH]: Giải và biện luận phương trình ẩn x $x^2 + 3x + m - 5 = 0$

Ví dụ 4 [VD]: Giải và biện luận phương trình ẩn x $(m^2 - 4)x^2 + 3mx - 6 = 0$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tìm m để mỗi PT ẩn x sau có nghiệm

- a) $x^2 + 2(m - 2)x + 2m^2 - 4m - 5 = 0$
- b) $-2x^2 + 3x + m^2 - 1 = 0$
- c) $-x^2 + 2(2 - m)x - 2 = 0$

Bài 2. [TH] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

- 1) $x^2 + (2m - 3)x + m^2 - 2m = 0$
- 2) $x^2 + (2m - 7)x - 2m = 0$
- 3) $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m = 0$
- 4) $x^2 - (m + 1)x + m = 0$
- 5) $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$
- 6) $x^2 - 2(m - 4)x + m^2 = 0$

Bài 3. [VD] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

- 1a) $mx^2 + (2m - 1)x + m = 0$
- 2) $mx^2 + 10x - m + 10 = 0$



3) $(m-1)x^2 + 2x - 1 = 0$

4) $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m + 5 = 0$

5) $(m-3)x^2 - 2mx + m - 6 = 0$

6) $(m-2)x^2 - (2m-1)x + m + 1 = 0$

7) $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m - 5 = 0$

8) $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$

9) $(m-1)x^2 + 3x + 5 = 0$

10) $(k-1)x^2 + 3kx + 2k + 1 = 0$

Bài 4 [VD] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

1) $(m^2 - 1)x^2 + 6(m-1)x + 9 = 0$

2) $(2m^2 + 5m + 2)x^2 - 4mx + 2 = 0$

3) $ax^2 - 2(a+b)x + a + 2b = 0$

Bài 5 [VD] Cho PT ẩn x: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x - 3 = 0$ Tìm m để tập nghiệm của PT chỉ có một phần tử



CHUYÊN ĐỀ: ĐỊNH LÝ VIETE VÀ ỨNG DỤNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lý Viet:

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) với x là ẩn; a, b, c là các số cho trước, với $a \neq 0$

Định lý Viete thuận: Nếu phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thì
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Định lý Viete đảo:

Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$

Điều kiện để có hai số đó là $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$

Chú ý: Trước khi sử dụng định lý Viete, chúng ta cần kiểm tra điều kiện phương trình có nghiệm, nghĩa là $\Delta \geq 0$.

2. Một số ứng dụng cơ bản của định lý Vi-et

2.1. Tính giá trị biểu thức nghiệm

– Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì:

+) $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

– Nếu $a + b = S$ và $ab = P$ thì a, b là nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

– Ứng dụng hệ thức Vi-ét vào giải phương trình:

+) Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có 1 nghiệm là $x = 1$, nghiệm còn lại $x = \frac{c}{a}$.

+) Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có 1 nghiệm là $x = -1$, nghiệm còn lại $x = -\frac{c}{a}$.

2.2. Tìm giá trị của tham số thỏa mãn các điều kiện cho trước giữa các nghiệm của phương trình

Biểu thức đối xứng giữa các nghiệm x_1, x_2 của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là biểu thức có giá trị không thay đổi khi ta hoán vị x_1 và x_2 .

Ví dụ: $x_1^2 + x_2^2$; $x_1^3 + x_2^3$...

*) Một số gợi ý để biểu diễn biểu thức đối xứng giữa x_1, x_2 qua tổng và tích các nghiệm số.

❶ $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2P$

❷ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{S}{P}$

❸ $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{S^2 - 2P}{P}$

❹ $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$

❺ $x_1^3 + x_2^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = S^3 - 3SP$

❻ $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3x_2^3} = \frac{S^3 - 3SP}{P^3}$

2.3. Tìm hai số khi biết tổng và tích hai nghiệm của phương trình



B. BÀI TẬP

DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC NGHIỆM

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 - 7x + 4 = 0$. Giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là:

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $-\frac{7}{3}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Câu 2. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 5x + 3 = 0$. Giá trị của tích $x_1 \cdot x_2$ là:

A. 5.

B. 3.

C. -5.

D. -3.

Câu 3. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 3x + m - 1 = 0$. Giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là

A. -3.

B. $m - 1$.

C. 3.

D. $1 - m$.

Câu 4. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 13x + m = 0$. Giá trị của tích $x_1 \cdot x_2$ là

A. 13.

B. -13.

C. $-m$.

D. m .

Câu 5. [TH] Cho phương trình $x^2 - x + 2m + 1 = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x = 1$ nghiệm còn lại của phương trình là

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Câu 6. [TH] Cho phương trình $x^2 - x + 3m + 1 = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x = 2$. Nghiệm còn lại của phương trình là

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Câu 7. [TH] Biết phương trình $x^2 + x + m^2 - 9 = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x = -1$, tổng các giá trị của m là

A. 4.

B. -1.

C. 1.

D. 0.

Câu 8. [TH] Cho phương trình $x^2 - 3x + m = 0$ có một nghiệm là -2. Khi $m = -10$, nghiệm còn lại của phương trình là :

A. -3.

B. 3.

C. 5.

D. -10.

Câu 9. [VD] Cho phương trình $x^2 - 4x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ là

A. 24.

B. -24.

C. 28.

D. 136.

Câu 10. [VD] Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$$

A. $\frac{23}{10}$.

B. $-\frac{3}{10}$.

C. $-\frac{23}{20}$.

D. $-\frac{23}{10}$.

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt là $x_1; x_2$, khi đó giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + 4mx_2 - 12m^2 - 6$ là

A. 4.

B. 3.

C. -4.

D. 5.

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$, với m là tham số. Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là $x_1; x_2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ là



A. -12.

B. 0.

C. -11.

D. -10.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI*Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai***Câu 1.** Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

a) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.

b) $x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$.

c) $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{a} - \frac{c}{a}$.

d) $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a} - \frac{c}{a}$.

Câu 2. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - (m-8)x + 12m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) $x_1 + x_2 = 8 - m$.

b) $x_1 \cdot x_2 = 12m - 1$.

c) $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 11m - 7$.

d) $2 \cdot (x_1 + x_2) + x_1 \cdot x_2 = 14m - 17$.

Câu 3. Cho phương trình $2x^2 - (m-1)x - m + 3 = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x = 1$ a) Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $m = 3$.b) Khi $m = 3$ nghiệm còn lại của phương trình là $x = 2$.c) Khi $m = -3$, tổng 2 nghiệm của phương trình là $x_1 + x_2 = -2$ d) Khi $m = 2$, tích 2 nghiệm của phương trình là $x_1 \cdot x_2 = 0$ **Câu 4.** Cho phương trình: $x^2 - mx + m + 3 = 0$ (1) (với ẩn là x) có 2 nghiệm x_1, x_2 a) Khi $m = -2$ thì $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = 1$

b) $x_1^2 + x_2^2 = m^2 - 2m - 6$

c) $x_1^3 - x_2^3 = m^3 - 3m^2 - 9$

d) Khi $x_1 = -3$ thì $x_2 = -1$ **3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN****Câu 1. [NB]** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$. Tính tổng $S = x_1 + x_2$ và tích $P = x_1 x_2$.**Câu 2. [NB]** Phương trình $3x^2 + 2x - 21 = 0$ có một nghiệm là -3 . Hãy tìm nghiệm kia.**Câu 3. [TH]** Biết phương trình: $3x^2 - 2(m-3)x + 5 = 0$ có nghiệm $x_1 = \frac{1}{3}$ tìm nghiệm x_2 , giá trị của m tương ứng.**Câu 4. [TH]** Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1 + x_2 - x_1 x_2$.**Câu 5. [VD]** Cho phương trình: $3x^2 - x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$.**Câu 6. [VDC]** Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ **PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN****BÀI TẬP MẪU**



Ví dụ 1 [NB]: Không giải phương trình, dùng hệ thức Vi-ét hãy tính tổng và tích các nghiệm của mỗi phương trình:

a) $3x^2 - 11x + 4 = 0$;

b) $x^2 - 3\sqrt{7}x + 2\sqrt{3} = 0$;

c) $5x^2 - 8x + 3,2 = 0$;

d) $7x^2 - 4x + 1 = 0$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho phương trình: $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$. Không giải phương trình, hãy tính:

a) $x_1^2 + x_2^2$

b) $x_1^3 + x_2^3$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình: $-3x^2 - 5x - 2 = 0$. Với $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình, không giải phương trình, hãy tính:

a) $M = x_1 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + x_2$;

b) $N = \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3}$;

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình: $x^2 - mx + m + 3 = 0$ (1) (với ẩn là x)

Gọi $x_1; x_2$ là các nghiệm của phương trình. Tính $x_1^2 + x_2^2$; $x_1^3 + x_2^3$ theo m

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ (1). Gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính: $2(x_1 + x_2)$

Bài 2. [TH] Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 - 2x - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2$

Bài 3. [VD] Cho phương trình $x^2 + (m-2)x + m - 3 = 0$ (ẩn x , tham số m) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính theo m biểu thức $A = 1 - x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$

Bài 4 [VDC] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (*) với m là tham số. Tính theo m để giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Tìm giá trị nhỏ nhất của A .

DẠNG 2: TÌM GIÁ TRỊ CỦA THAM SỐ THỎA MÃN CÁC ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC GIỮA CÁC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB]: Giá trị của m để $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ là phương trình bậc hai nhận $x = -2$ là nghiệm.

A. $m = -\frac{7}{9}$.

B. $m = -\frac{7}{5}$.

C. $m = -\frac{7}{8}$.

D. $m = -\frac{7}{4}$.

Câu 2. [NB] Tìm các giá trị của m để phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 23$.

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = -4$.

Câu 3. [NB] Cho phương trình $x^2 - 2x + m + 1 = 0$. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn hệ thức: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4$.



A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -\frac{1}{3}$.

D. $m = 1$.

Câu 4. [NB] Cho phương trình $x^2 + x - 3 = 0$ có một nghiệm $x = m$ (với m là tham số) tích các giá trị của m là

A. 2.

B. -1.

C. -3.

D. -2.

Câu 5. [TH] Cho biết phương trình $x^2 - (2m - n)x + 2m + 3n - 1 = 0$ (m, n là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giá trị của m, n để $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$ và $x_1^2 + x_2^2 = 13$ là

A. $m = n = -1$.

B. $m = n = -2$.

C. $m = n = 2$.

D. $m = n = -3$.

Câu 6. [TH] Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ để $x_1^2 + x_2^2 = 7$. Tổng các giá trị của m bằng.

A. 2.

B. 4.

C. -4.

D. -2.

Câu 7. [TH] Tổng các giá trị của m để phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức: $x_1x_2 + 15 = 3(x_1 + x_2)$

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 8. [TH] Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 3$. Tổng các giá trị tuyệt đối của tập hợp T bằng.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. -4.

Câu 9. [VD] Tìm giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1) < 4$.

A. $m > 1$.

B. $m < 0$.

C. $m > 2$.

D. $m < 3$.

Câu 10. [VD] Tìm giá trị của m để phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ và biểu thức $A = (x_1 - x_2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = 3$.

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2 - 2(m + 4)x + m^2 - 8 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$. Thỏa mãn $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{3}$.

B. $m = \frac{1}{3}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Câu 12. [VDC] Cho phương trình: $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Giá trị của m để biểu thức: $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2 - 2mx - (m^2 + 4) = 0$ (1), trong đó m là tham số có 2 nghiệm x_1, x_2

a) Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Biểu thức $x_1^2 + x_2^2 = 20$ khi $m = 2$

c) Số các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ là 0

d) Tổng các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ là 0

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2



- a) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $m < \frac{9}{4}$
b) Giá trị của m để $|x_1| + |x_2| = 4$ là $m = 1$
c) Giá trị của m để $3x_1 + 4x_2 = 6$ là $m = -1$
d) Giá trị của m để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -3$ là $m = 1$

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - mx + 2m - 5 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

- a) Có hai giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 2$
b) Tổng các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$ là 4
c) Tổng các giá trị tuyệt đối của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$ là 4
d) Giá trị dương của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 30$ là $m = 3(1 + \sqrt{6})$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0$ (1) (m là tham số).

- a) Phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) thì giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = m^2 - m + 9$
c) Biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = 1$
d) Giá trị lớn nhất của A là $\frac{35}{4}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho phương trình $x^2 - 6x + m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 4$.

Câu 2. [NB] Cho phương trình: $x^2 - mx - 1 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 + x_2| = 5$.

Câu 3. [TH] Cho phương trình $x^2 + 3x + m - 2 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 2x_2$.

Câu 4. [TH] Cho phương trình $x^2 + 4x - 2m = 0$. Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 5. [VD] Tìm m để phương trình $x^2 + 3mx + 2m^2 + m - 1 = 0$ có hai nghiệm nguyên dương.

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 2 = 0$ (1) (m là tham số).

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm m để biểu thức $P = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 - x_1^2x_2^2 - 4$ đạt giá trị lớn nhất.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx - 2 = 0$. (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 2m - 5 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 .
b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $3x_1 + 3x_2 = -\frac{1}{2}x_1 \cdot x_2$.



Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình ẩn x : $x^2 - (m+2)x + m+1 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

b) Tìm m để $(x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = -1$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) (với x là ẩn số, m là tham số).
Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$x_1^2 + 2(m-1)x_2 = m^2 + 1.$$

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho phương trình $x^2 - 8x + m = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức sau: $x_1 - x_2 = 2$

Bài 2. [TH] Không giải phương trình $2x^2 + mx - 4 = 0$ (1). Chứng tỏ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 rồi tìm giá trị m để $2x_1^2 + 2x_2^2 - 5x_1x_2 = 20$.

Bài 3. [VD] Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (*). Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $A = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. [VD] Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (1) với x là ẩn số, m là tham số.

Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \leq 3$.

DẠNG 3: TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG VÀ TÍCH HAI NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB]: Hai số có $S = x_1 + x_2 = -3$; $P = x_1x_2 = -5$ là nghiệm của phương trình

- A. $x^2 + 3x - 5 = 0$. B. $x^2 - 3x - 5 = 0$. C. $x^2 + 3x + 5 = 0$. D. $x^2 - 3x + 5 = 0$.

Câu 2. [NB] Hai số có $S = x_1 + x_2 = 9$; $P = x_1x_2 = 18$ là nghiệm của phương trình

- A. $x^2 - 9x - 18 = 0$. B. $x^2 + 9x + 18 = 0$. C. $x^2 - 18x + 9 = 0$. D. $x^2 - 9x + 18 = 0$.

Câu 3. [NB] Điều kiện tồn tại hai số thực có tổng là S , tích bằng P là:

- A. $S^2 + 4P > 0$. B. $S^2 - 4P \geq 0$. C. $S^2 + 4P \geq 0$. D. $S^2 - 4P > 0$.

Câu 4. [NB] Hai số x_1, x_2 có tổng là S và tích là P (Điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$). Thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình ?

- A. $x^2 + Sx + P = 0$. B. $x^2 + Sx - P = 0$. C. $x^2 - Sx + P = 0$. D. $x^2 - Sx - P = 0$.

Câu 5. [TH] Hai số u và v thỏa mãn $u+v=7$; $u.v=12$; $u < v$ là:

- A. $u=3, v=4$. B. $u=-3, v=-4$. C. $u=-3, v=4$. D.

$$u=3, v=-4.$$

Câu 6. [TH] Hai số u và v thỏa mãn $u+v=8$; $u.v=15$; $u > v$ là:

- A. $u=3, v=-5$. B. $u=5, v=3$. C. $u=-3, v=-5$. D. $u=5, v=-3$.

Câu 7. [TH] Gọi S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2 + 7x + 12 = 0$. Khi đó $S+P$ bằng:

- A. -5 . B. 5 . C. 12 . D. 7 .

Câu 8. [TH] Gọi S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 6 = 0$. Khi đó $S-P$ bằng:

- A. -5 . B. -6 . C. 7 . D. -7 .

Câu 9. [VD] Cho hai số x, y thỏa mãn $x+y=2$ và $xy=-24$ với $x > y$. Khi đó tỉ số $(x-y):xy$ bằng



A. 2:3.

B. 5:6.

C. 6:(-4).

D. 5:(-12).

Câu 10. [VD] Cho hai số x, y thỏa mãn $x + y = -5$ và $xy = 6$ với $x < y$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = x^2 - 2y + y^2$ bằng

A. 19.

B. 17.

C. 7.

D. -19.

Câu 11. [VD] Hai số u và v thỏa mãn $u - v = 10; u.v = 24$ là:

A. $u = 12, v = 2$.B. $u = -2, v = -12$.C. $u = 2, v = 12$.D. $u = 12, v = 2$ hoặc $u = -2, v = -12$.

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2 + 5x - 3m = 0$ (m là tham số) có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{2}{x_1^2}$ và $\frac{2}{x_2^2}$ là

A. $9m^2X^2 + 2(6m + 25)X + 4 = 0$.B. $9m^2X^2 - 2(6m + 25)X + 4 = 0$.C. $9m^2X^2 + 2(6m + 25)X - 4 = 0$.D. $9m^2X^2 - 2(6m + 25)X - 4 = 0$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai số u, v thỏa mãn $S = u + v = 7; P = u.v = -18$

a) u, v là nghiệm của phương trình $x^2 - 7x - 18 = 0$ b) Khi $u > v$ thì $u - v = -7$ c) Khi $u > v$ thì $u - 2v = 13$ d) Khi $u > v$ thì $u : v = 9 : 2$

Câu 2. Cho hai số u, v , đặt $S = u + v; P = u.v$

a) Khi $S = 3; P = 2$ thì $u = 1, v = 2$ hoặc $u = 2, v = 1$ b) Khi $S = 9; P = 20$ và $u < v$ thì $u - v = -2$ c) Khi $S = 2a; P = a^2$ thì $u = -v$ d) Khi $u = 2 + \sqrt{3}; v = 2 - \sqrt{3}$ thì u, v là nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$

Câu 3. Cho hai số x, y thỏa mãn $x > y > 0$, đặt $S = x + y; P = x.y$

a) Khi $x + y = 9; x^2 + y^2 = 41$ thì $S - P = 5$ b) Khi $x + y = 9; x^2 + y^2 = 41$ thì $S + 2P = 49$ c) Khi $x - y = 5; xy = 36$ thì $2S - P = 26$ d) Khi $x - y = 5; xy = 36$ thì $S : P = 13 : 36$

Câu 4. Cho hai số x_1, x_2

a) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 3 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = 2x_1 - x_2$ và $y_2 = 2x_2 - x_1$ là $y^2 - 7y - 71 = 0$ b) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 + 11x + 5 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = -x_1$ và $y_2 = -x_2$ là $y^2 + 11y + 5 = 0$ c) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 1 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = x_1 + 2$ và $y_2 = x_2 + 2$ là $y^2 - 7y + 9 = 0$ d) Khi $x_1 = \frac{1}{10 - \sqrt{72}}, x_2 = \frac{1}{10 + \sqrt{72}}$ thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - \frac{5}{7}x - \frac{1}{28} = 0$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hai số có $S = x_1 + x_2 = 7; P = x_1x_2 = 12$ là nghiệm của phương trình nào?



Câu 2. [NB] Hãy tìm hiệu của tổng các nghiệm và tích các nghiệm của phương trình sau:

$$4x^2 - 3x - 5 = 0.$$

Câu 3. [TH] Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2 + \sqrt{3}$ và $2 - \sqrt{3}$.

Câu 4. [TH] Tìm phương trình bậc hai biết nó nhận 7 và -11 là nghiệm.

Câu 5. [VD] Tìm $u - 2v$ biết rằng $u + v = 14$; $uv = 40$ và $u < v$.

Câu 6. [VDC] Tìm hai số u và v biết $u^2 + v^2 = 13$, $uv = 6$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Hãy lập các phương trình biết $S = y_1 + y_2$; $P = y_1 \cdot y_2$ (với $S^2 - 4P \geq 0$) trong mỗi trường hợp sau:

- a. $S = 5, P = 6$
- b. $S = -4, P = 3$.
- c. $S = 4, P = -12$.
- d. $S = 4, P = -7$.

Ví dụ 2 [TH]: Tìm hai số u, v trong các trường hợp sau:

- a. $u + v = 8; uv = 12$
- b. $u + v = 32; uv = 231$
- c. $u + v = -7; uv = 12$
- d. $u + v = 3; uv = 5$

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình $x^2 - 7x + q = 0$, biết hiệu hai nghiệm bằng 11. Tìm q và hai nghiệm của phương trình

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình $x^2 + x - 2 = 0$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số?

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] . Hãy lập các phương trình biết $S = x_1 + x_2$; $P = x_1 \cdot x_2$ với $(S^2 - 4P \geq 0)$ trong mỗi trường hợp sau:

- a. $S = 7; P = 10$
- b. $S = 4; P = 3$.
- c. $S = 8; P = 12$
- d. $S = -4; P = -7$

Bài 2. [TH] Tìm hai số u, v trong các trường hợp sau:

- a. $u + v = 8; uv = 15$
- b. $u + v = 18; uv = 17$
- c. $u + v = 14; uv = -15$
- d. $u + v = -4; uv = 7$

Bài 3. [VD] Cho phương trình $3x^2 + 4x - 2 = 0$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số?

DẠNG 4: TÌM HỆ THỨC ĐỘC LẬP GIỮA CÁC NGHIỆM KHÔNG PHỤ THUỘC VÀO THAM SỐ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



Câu 1. [VD] Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số). Hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m là

- A. $(x_1 + x_2) + x_1x_2 = -2$. B. $2(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 0$.
C. $(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 = -1$. D. $(x_1 + x_2) - x_1x_2 = -2$.

Câu 2. [VD] Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$ (m là tham số). Hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m .

- A. $(x_1 + x_2) - 4x_1x_2 = -4$. B. $2(x_1 + x_2) + 4x_1x_2 = 0$.
C. $2(x_1 + x_2) + 4x_1x_2 = -1$. D. $(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 2$.

Câu 3. [VD] Cho phương trình $(m+2)x^2 - (m+4)x + 2 - m = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m .

- A. $3(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 4$. B. $(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 = 0$.
C. $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 3$. D. $(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 2$.

Câu 4. [VD] Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + 3 - 4m = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m .

- A. $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 4$. B. $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.
C. $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 3$. D. $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 2$.

Câu 5. [VDC] Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m .

- A. $(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 5$. B. $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 4(x_1 + x_2) = 8$.
C. $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 6$. D. $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 8$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số)

- a) Phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m
b) Hệ thức $4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 5$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m
c) Không tìm được hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m
d) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1x_2 = -7$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m

Câu 2. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - (m-1)x - m + 3 = 0$ (m là tham số)

- a) Ta luôn lập được hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (*) không phụ thuộc vào m
b) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .
c) Hệ thức $x_1 + x_2 - x_1x_2 = -7$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .
d) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 2$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .

Câu 4. Cho phương trình bậc hai $mx^2 - (3m-2)x + 2m - 5 = 0$ (*) (với ẩn là x) có 2 nghiệm x_1, x_2

- a) Hệ thức $5(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .



- b) Hệ thức $2x_1x_2 + 5(x_1 + x_2) = -11$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .
- c) Hệ thức $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) = 11$ không là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .
- d) Hệ thức $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) = -11$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [VD]

$$x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0 \quad m$$

Câu 2. [VD]

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1), với m là tham số

Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , hãy lập một hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m

Câu 3. [VD] Biết rằng phương trình $x^2 - (2a-1)x - 4a - 3 = 0$ luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi a . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc a .

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1: Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Ví dụ 2 : Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$

a, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

b, Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m

Ví dụ 3 :

$$(m-4)x^2 - 2(m-2)x + m - 1 = 0 \quad m$$

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Hãy lập một hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc giá trị của m .

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m .

Bài 3. Cho phương trình $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m

Bài 4 Cho phương trình $x^2 - 2mx + 6m^2 - 11 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Viết hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc giá trị của m

DẠNG 5: XÉT DẤU HAI NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB]: Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (*) có hai nghiệm $x_1, x_2, (x_1 \leq x_2)$. Đặt S là tổng hai nghiệm, P là tích hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm dương khi nào?

A. $P > 0; S > 0$.

B. $P < 0$.

C. $P > 0; S < 0$.

D. $P < 0; S < 0$.



Câu 2. [NB] Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 (*)$ có hai nghiệm $x_1; x_2, (x_1 \leq x_2)$. Đặt S là tổng hai nghiệm, P là tích hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm âm khi nào?

- A. $P < 0$. B. $P > 0; S < 0$. C. $P < 0; S < 0$. D. $P > 0; S > 0$.

Câu 3. [NB] Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 (*)$ có hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm khác dấu khi nào?

- A. $b^2 - 4ac \geq 0$. B. $a.c > 0$. C. $a.c < 0$. D. $b^2 - 4ac > 0$.

Câu 4. [NB] Phương trình nào sau đây luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi tham số m?

- A. $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$. B. $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$.
C. $x^2 + 2(m+1)x + 1 = 0$. D. $x^2 + 2(m+1)x - m^2 - 1 = 0$.

Câu 5. [TH] Giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m-3)x + 8 - 4m = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- A. $m < 2$ và $m \neq 1$. B. $m < 3$. C. $m < 2$. D. $m > 0$.

Câu 6. [TH] Gọi B là tập hợp các giá trị số tự nhiên của m để phương trình $x^2 - 4x + 3m - 11 = 0$ có hai nghiệm trái dấu. Số các phần tử của B bằng.

- A. 5. B. 7. C. 4. D. 8.

Câu 7. [TH] Giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3(m-2) = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

- A. $m < 0$. B. $m > 1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 8. [TH] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên của m để phương trình $x^2 - (m+3)x + 3m - 17 = 0$ có hai nghiệm trái dấu. Tích các phần tử của S bằng

- A. 0. B. 150. C. 120. D. 210.

Câu 9. [VD] Số các giá trị nguyên của m để phương trình: $x^2 - 6x + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt là

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2 + (3m-1)x + m^2 = 0$ (với m là tham số). Giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt là:

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $1 < x_1 < x_2 < 6$.

- A. $m < 6$. B. $m > 4$. C. $-4 \leq m \leq 6$. D. $4 < m < 6$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2 - 4x + \sqrt{3} = 0$ (1)

- a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
b) Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu
c) Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt
d) Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

Câu 2. Cho các phương trình $3x^2 + 7x + 2 = 0$; $2x^2 + 13x + 8 = 0$; $5x^2 + 3x - 1 = 0$; $4x^2 + 11x + 8 = 0$

- a) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt là $3x^2 + 7x + 2 = 0$



b) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt là $2x^2 + 13x + 8 = 0$

c) Phương trình có hai nghiệm khác dấu là $5x^2 + 3x - 1 = 0$

d) Phương trình có nghiệm kép âm là $4x^2 + 11x + 8 = 0$

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$ (1)

a) Phương trình có nghiệm phân biệt cùng dấu khi $m > -1$;

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu khi $m < -1$

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm khi $-1 < m < 0$

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương khi $-1 < m < 3$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m = 0$ (1)

a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi $m > 0$

b) Phương trình (1) có nghiệm kép có giá trị âm khi $m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$

c) Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt khi $m < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$

d) Phương trình (1) có hai nghiệm là hai cạnh của một tam giác cân khi $m = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu

Câu 2. [NB] Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

Câu 3. [TH] Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x + 8 - 4m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm

Câu 4. [TH] Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1). Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương

Câu 5. [VD] Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$

.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8a^2 - 6ab + b^2}{4a^2 - 2ab + ac}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho các phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $x^2 + 5x + 1 = 0$

c) $2x^2 - 13x + 7 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 3 = 0$

Hãy xét dấu các nghiệm của các phương trình trên

Ví dụ 2 [TH]: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$2x^2 - 3(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$

Tìm giá trị m để phương trình có một nghiệm lớn hơn và một nghiệm nhỏ hơn 1.



Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình: $2x^2 - 3x + m - 1 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\frac{7}{2}$.

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho các phương trình sau:

a) $3x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $x^2 + 5x + 3 = 0$

c) $2x^2 - 11x + 4 = 0$

d) $-3x^2 - 3x + 10 = 0$

Hãy xét dấu các nghiệm của các phương trình trên

Bài 2. [TH] Cho phương trình bậc hai: $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm dương nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm

Bài 3. [TH] Cho phương trình $x^2 + (2m-1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Bài 4. [VD]

Cho phương trình bậc hai: $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm nhỏ hơn 2

Bài 5. [VD] Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{5}$?



CHUYÊN ĐỀ 4. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN KHÔNG CHỨA THAM SỐ

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Đường thẳng nào sau đây không có điểm chung với parabol $y = x^2$?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = 2x + 3$.

Câu 2. [NB] Cho (P): $y = x^2$ và (d): $y = 2x + 3$. Số điểm chung của (P) và (d) là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 3. [NB] (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và (d): $y = bx + c$. Nếu phương trình $ax^2 - bx - c = 0$ có nghiệm kép thì

- A. (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt. B. (d) và (P) không có điểm chung.
C. (d) tiếp xúc với (P). D. Không xác định được vị trí của (d) và (P).

Câu 4. [NB] Cho $y = x^2$ (P) và (d): $y = 2x - 1$. Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt. B. (d) và (P) có điểm chung.
C. (d) tiếp xúc với (P). D. Phương trình $x^2 - 2x + 1 = 0$ có nghiệm kép

Câu 5. [TH] Tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 2$ và parabol $y = -x^2$ là

- A. (1; -1) và (2; -4). B. (1; 1) và (-2; 4).
C. (-1; -1) và (2; -4). D. (1; -1) và (-2; -4).

Câu 6. [TH] Cho (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2x + 3$ cắt nhau tại hai điểm M, N. Giá trị gần đúng chu vi $\triangle OMN$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2) là

- A. 8,94. B. 8,95. C. 19,84. D. 19,85

Câu 7. [TH] Cho (P) $y = \frac{-1}{4}x^2$ và (d): $y = k$ ($k < 0$). Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt. B. (d) và (P) không có điểm chung.
C. (d) tiếp xúc với (P). D. Không xác định được vị trí của (d) và (P).

Câu 8. [TH] Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P). Đường thẳng đi qua 2 điểm thuộc (P) có hoành độ bằng -1 và 2 là.

- A. $y = -x + 2$. B. $y = x + 2$. C. $y = -x - 2$. D. $y = x - 2$.

Câu 9. [VD] Gọi A và B là giao điểm của đường thẳng $y = x - 2$ và parabol $y = -x^2$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 10. [VD] Cho đường thẳng $y = 6x + 9$ tiếp xúc với (P) $y = -x^2$ tại điểm M. Tính OM.

- A. $\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $3\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{10}$.

Câu 11. [VD] Đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm 4 và cắt Parabol $y = 2x^2$ tại hai điểm A và B. Diện tích tam giác OAB là (O là gốc tọa độ)

- A. $\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $8\sqrt{2}$.

Câu 12. [VDC] Cho điểm A(0;1), đường thẳng d đi qua điểm (0;-1) và song song với trục Ox. Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng tọa độ sao cho khoảng cách từ M đến A bằng khoảng cách từ M đến đường thẳng d là



A. Parabol $y = \frac{1}{2}x^2$.

B. Đường thẳng $y = \frac{1}{4}x$.

C. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$.

D. Parabol $y = \frac{1}{4}x^2$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P).

- a) (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.
- b) (P) và trục tung có một điểm chung.
- c) Trục Ox tiếp xúc với (P) tại O(0;0)
- d) (P) tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + 1$

Câu 2. Cho (P): $y = -x^2$.

- a) (P) và đường thẳng $y = -4$ có hai điểm chung phân biệt
- b) (P) cắt đường thẳng $y = -3x + 5$ tại hai điểm phân biệt.
- c) (P) cắt đường thẳng $y = 2x - 3$ tại hai điểm M(1;-1) và N(3;-9)
- d) (P) cắt đường thẳng $y = -3$ tại hai điểm có khoảng cách là $2\sqrt{3}$.

Câu 3. Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = b$.

- a) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nếu $b > 0$
- b) (d) tiếp xúc với (P) nếu $b = 0$
- c) (d) và (P) có điểm chung nếu $b \geq 0$
- d) Khi $b = 2$ thì (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B có độ dài bằng 2 (đvdt).

Câu 4. Cho (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - 1$.

- a) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt
- b) (d) tiếp xúc với (P)
- c) (d) và (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung
- d) (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm phía trên trục hoành.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho (P) $y = x^2$ và (d): $y = 2x + 2025$. Tìm số điểm chung của (P) và (d)

Câu 2. [TH] Cho (P) $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d): $y = 2x + 3$. Tính khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hoành độ các giao điểm của (d) và (P).

Câu 3. [TH] Cho (P) $y = -2x^2$ và (d): $y = 4x + 2$. Tìm tọa độ tiếp điểm của (d) và (P)

Câu 4. [TH] Cho (P) $y = 2x^2$ và (d): $y = 5x - 3$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Câu 5. [VD] Cho (P) $y = x^2$ và (d): $y = x + 2$ cắt nhau tại hai điểm A và B. Diện tích tam giác ΔOAB bằng bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho (P) $y = x^2$. Viết phương trình đường thẳng có hệ số góc dương, đi qua điểm P(0;-2) và tiếp xúc với (P) là....

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ ĐƯỜNG THẲNG CẮT, TIẾP XÚC, KHÔNG CẮT PARABOL

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



Câu 1. [NB] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x + m^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (d) và (P) không có điểm chung. B. (d) và (P) tiếp xúc nhau
C. (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m. D. Một đáp án khác

Câu 2. [NB] Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d): $y = -m$ cắt (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt?

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 3. [NB] Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d): $y = m$ tiếp xúc với (P): $y = x^2$?

- A. $m \neq 0$. B. $m = 0$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 4. [TH] Điều kiện của tham số m để parabol $y = mx^2$ cắt đường thẳng là (d): $y = 2x - 2$ tại hai điểm phân biệt

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m < \frac{1}{2}; m \neq 0$. D. $m > \frac{1}{2}$.

Câu 5. [TH] Điều kiện của tham số m và n để parabol (P): $y = x^2$ không có điểm chung với đường thẳng là (d): $y = mx + n$ là

- A. $m^2 + 4n < 0$. B. $m^2 + 4n \geq 0$. C. $m^2 + 2n < 0$. D. $m^2 + 2n \geq 0$.

Câu 6. [TH] Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ tiếp xúc với parabol (P): $y = 2x^2$?

- A. 1. B. 2. C. -2. D. 4.

Câu 7. [TH] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết điểm có hoành độ bằng 1 là một điểm chung của parabol $y = 2x^2$ và đường thẳng $y = (m-1)x - 2$, với m là tham số. Khi đó giá trị của m.

- A. $m = 1$. B. $m = 5$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 8. [TH] Đồ thị hàm số $y = ax^2$ cắt đường thẳng $y = -2x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 1 thì a là

- A. $a = 1$. B. $a = -1$. C. $a = \sqrt{5}$. D. $a = \pm\sqrt{5}$.

Câu 9. [VD] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = x + m$ tiếp xúc với parabol $y = x^2$?

- A. $m = -1$. B. $m = -\frac{1}{4}$. C. $m = \frac{1}{4}$. D. $m = 1$.

Câu 10. [VD] Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2m - 1$. Với giá trị nào của tham số m thì (d) cắt (P) tại hai điểm A, B nằm về hai phía của trục tung.

- A. $m \geq \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m < \frac{1}{2}$.

Câu 11. [VD] Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -m^2 - 4m + 5$. Số giá trị nguyên của tham số m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

- A. 0. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 12. [VDC] Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 1$. Với giá trị nào của tham số m thì (d) cắt (P) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho diện tích tam giác OAB là nhỏ nhất?

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\sqrt{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):



Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) .

- a) (P) luôn cắt đường thẳng $(d): y = mx + 1$ tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .
- b) Có hai đường thẳng dạng $(d): y = mx - 1$ tiếp xúc với (P)
- c) (P) tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$ khi $m = 1$.
- d) (P) và đường thẳng $y = -m^2 - 1$ luôn có hai điểm chung phân biệt.

Câu 2. Cho $(P): y = -x^2$ và $(d): y = mx + m - 1$.

- a) (d) tiếp xúc (P) khi $m = 2$
- b) (d) và (P) không có điểm chung khi $m > 2$
- c) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi $m \neq 2$
- d) (d) và (P) luôn có điểm chung với mọi giá trị của m

Câu 3. Cho $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = m - x$.

- a) Khi $m = 0$, khoảng cách hai giao điểm của (d) cắt (P) bằng $2\sqrt{2}$
- b) (d) và (P) có 2 điểm chung phân biệt nếu $m \geq -\frac{1}{2}$
- c) Khi $m = -\frac{1}{2}$ thì (d) tiếp xúc với (P)
- d) (d) tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ bằng $-\frac{1}{2}$

Câu 4. Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m + 2$.

- a) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nếu $m \geq \frac{4}{7}$
- b) (d) tiếp xúc với (P) nếu $m = \frac{7}{4}$
- c) Nếu $m > 2$ thì (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung
- d) (d) và (P) không có điểm chung.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho $y = x^2$ (P) và $(d): y = 2x - m$. Với $m = 0$, tìm số điểm chung của (P) và (d)

Câu 2. [NB] Cho $y = x^2$ (P) và $(d): y = mx - m + 1$. Với $m = 2$ thì vị trí của (P) và (d) là....

Câu 3. [TH] Cho $y = x^2$ (P) và $(d): y = mx - m + 1$. Khi đường thẳng (d) song song với trục hoành, (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích tam giác OAB .

Câu 4. [VD] Cho $y = 2x^2$ (P) và $(d): y = 2(m-1)x + m - 1$. Tính tổng các giá trị của m để đường thẳng (d) tiếp xúc với (P) .

Câu 5. [VD] Cho $(P) y = 2x^2$. Đường thẳng (d) tạo với trục Ox một góc 60° và tiếp xúc với (P) tại $M(x_0; y_0)$. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{x_0^2 + y_0}$ là...

Câu 6. [VD] Cho parabol $(P) y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m - 2$ (với m là tham số). Khi (d) tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ dương thì toạ độ tiếp điểm là....



PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Phương trình của Parabol và đường thẳng không chứa tham số

1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và (d): $y = bx + c$
2. Tính khoảng cách hai giao điểm, tính chu vi, diện tích ΔOAB (A, B là hai giao điểm)

Phương pháp giải:

- ☑ Lập phương trình hoành độ giao điểm (điểm chung) của (P) và (d): $ax^2 - bx - c = 0$
- ☑ Giải phương trình (1) tìm hoành độ giao điểm $x \Rightarrow$ Tung độ giao điểm $y \Rightarrow$ Tọa độ giao điểm.
- ☑ Tính độ dài đoạn thẳng, chu vi, diện tích
Công thức tính độ dài đoạn thẳng biết tọa độ điểm $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$
 $\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [TH]: Cho (P) $y = 2x^2$ và (d): $y = -3x + 5$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và Parabol.

Ví dụ 2 [TH]: Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - 2$. Chứng tỏ rằng đường thẳng (d) và parabol (P) có điểm chung duy nhất. Xác định tọa độ điểm chung đó.

Ví dụ 3 [VD]: Cho đường thẳng (d) $y = 3x - 4$ cắt (P) $y = -x^2$ tại hai điểm A; B.

- a) Tính AB.
- b) Tính chu vi ΔOAB (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)
- c) Tính diện tích ΔOAB

Dạng 2. Tìm tham số m để (d) cắt, tiếp xúc, không cắt (P)

Phương pháp giải:

- ☑ Lập phương trình hoành độ giao điểm (điểm chung) của (P) và (d): $ax^2 - bx - c = 0$ (1)
- ☑ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$
- ☑ Để (d) tiếp xúc với (P) thì phương trình (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0$
- ☑ Để (d) không có điểm chung với (P) thì phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [TH]. Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = x + m$

- a) Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) có điểm chung duy nhất.
- b) Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.
- c) Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) không có điểm chung

Ví dụ 2 [TH]. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = ax + b$. Tìm a và b để đường thẳng (d) và parabol (P) tiếp xúc nhau tại điểm A(1;1)



Ví dụ 3 [VD]. Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x - m^2 + 9$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Ví dụ 4 [VD]. Cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng : $y = mx + 1$. Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) : $y = -x + 6$ và parabol (P) : $y = x^2$.

a) [TH]. Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) [VD]. Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác ΔOAB .

Bài 2. [TH]. Cho hai hàm số (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = -\frac{1}{2}x + 2$

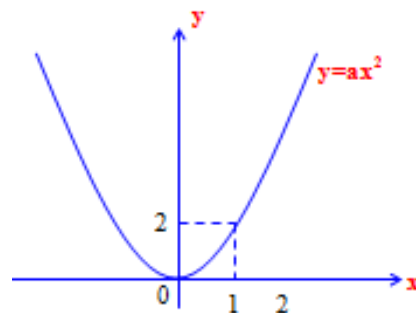
a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d).

Bài 3. [TH]. Biết rằng đường cong trong hình vẽ bên là một parabol $y = ax^2$.

a) Tìm hệ số a .

b) Gọi M và N là các giao điểm của đường thẳng $y = x + 4$ với parabol. Tìm tọa độ của các điểm M và N.



Bài 4. [TH]. Tìm tọa độ giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số

$y = 2x + 3$ và $y = x^2$. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tính S_{ABCD} .

Bài 5. [VD]. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x + 3$

a) Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

b) Gọi A, B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác ΔOAB (O là gốc tọa độ)

Bài 6. [TH]. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;2)$ có hệ số góc $k \neq 0$. Chứng minh rằng với mọi giá trị $k \neq 0$, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

Bài 7. [TH]. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx + 2$ (m là tham số). Tìm m để (d) và (P) có một điểm duy nhất.

Bài 8. [VD]. Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$

a) Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là k và đi qua điểm $M(1,5;-1)$

b) Tìm k để đường thẳng (d) và Parabol (P) tiếp xúc nhau

c) Tìm k để đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Bài 9. [VD]. Cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx$ với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 9.

b) Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm, mà khoảng cách giữa hai điểm này bằng $\sqrt{6}$

Bài 10. [VD]. Cho parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = (m-1)x - 2$ (m là tham số).

a) Vẽ (P).



- b) Tìm m để (d) tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ dương.
c) Với m tìm được ở câu b), hãy xác định tọa độ tiếp điểm của (P) và (d).

DẠNG 3: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ ĐƯỜNG THẲNG (D) CẮT PARABOL (P) TẠI HAI ĐIỂM THỎA MÃN VỊ TRÍ CHO TRƯỚC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Nếu Parabol P và đường thẳng d cắt nhau tại hai điểm $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Hai điểm A và B nằm ở hai phía so với trục tung khi

- A.** $x_1 \cdot x_2 < 0$. **B.** $x_1 \cdot x_2 > 0$. **C.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$.

Câu 2. [NB] Gọi hai điểm $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ là giao điểm của parabol P và đường thẳng d . Hai điểm A và B nằm ở bên phải trục tung khi

- A.** $x_1 \cdot x_2 < 0$. **B.** $x_1 \cdot x_2 > 0$. **C.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$.

Câu 3. [NB] Gọi hai điểm $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ là giao điểm của parabol P và đường thẳng d . Hai điểm A và B nằm ở bên trái trục tung khi

- A.** $x_1 \cdot x_2 < 0$. **B.** $x_1 \cdot x_2 > 0$. **C.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$.

Câu 4. [NB] Giả sử Parabol $P: y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng $d: y = bx + c$ ($b \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Khi đó cần thêm điều kiện gì để hai điểm A và B nằm ở bên góc phần tư thứ nhất?

- A.** $\begin{cases} a < 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a < 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$.

Câu 5. [TH] Parabol $P: y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x + 4$. Nhận định nào sau đây là đúng

- A.** P cắt d tại hai điểm nằm bên phải trục tung.
B. P cắt d tại hai điểm nằm bên trái trục tung.
C. P cắt d tại hai điểm nằm ở hai phía so với trục tung.
D. P cắt d tại hai điểm nằm bên dưới trục hoành.

Câu 6. [TH] Parabol $P: y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = 5x + 6$. Giao điểm của P và d nằm ở vị trí nào?

- A.** Góc phần tư thứ nhất. **B.** Góc phần tư thứ hai.
C. Góc phần tư thứ ba. **D.** Góc phần tư thứ tư.

Câu 7. [TH] Cho parabol $P: y = 2x^2$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt P tại hai điểm nằm bên trái trục tung

- A.** $y = -5x - 2$. **B.** $y = -5x + 2$. **C.** $y = 5x - 2$. **D.** $y = 5x + 2$.



Câu 8. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 4x + m^2 + 4$. Nhận định nào sau đây là **sai**?

- A. P cắt d tại hai điểm nằm phía trên trục hoành.
- B. P luôn cắt d tại hai điểm phân biệt.
- C. P cắt d tại hai điểm, một điểm nằm ở góc phần tư thứ nhất, một điểm nằm ở góc phần tư thứ tư.
- D. P cắt d tại hai điểm, một điểm nằm ở góc phần tư thứ nhất, một điểm nằm ở góc phần tư thứ nhất.

Câu 9. [VD] Tìm m để parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = -x + 2m$ cắt nhau tại 2 điểm nằm bên trái trục tung.

- A. $m > 0$.
- B. $m < 0$.
- C. $-\frac{1}{8} \leq m < 0$.
- D. $-\frac{1}{8} < m < 0$.

Câu 10. [VD] Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2m + 7x - m^2 + 4$ có hai nghiệm nào khác phía so với trục tung

- A. 1.
- B. -1.
- C. 2.
- D. -2.

Câu 11. [VD] Cho parabol $P : y = 2x^2$ và đường thẳng $d : y = 2mx - m^2 - m - \frac{1}{2}$. Nhận định nào sau đây là **đúng**?

- A. Giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ nhất khi $m = -1$
- B. Giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ hai khi $m \leq -1$
- C. Giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ hai khi $m = -1$
- D. Giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ hai khi $m \geq -1$

Câu 12. [VDC] Cho parabol $P : y = m - 1x^2$ (với $m \neq 1$) và đường thẳng $d : y = m + 5x - 6$. Tìm m để P và d có ít nhất một giao điểm nằm ở góc phần tư thứ ba.

- A. $m > 1$.
- B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 7 \end{cases}$.
- C. $m < 1$.
- D. $m \neq 1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho parabol $P : y = \frac{x^2}{2}$.

- a) P cắt $d_1 : y = -2x + 3$ tại hai điểm nằm ở hai phía của trục tung.
- b) P cắt $d_2 : y = x - 4$ tại hai điểm nằm ở bên phải trục tung.
- c) P cắt $d_3 : y = -x + 2$ tại hai điểm, trong đó có ít nhất một điểm nằm ở góc phần tư thứ hai.
- d) P cắt $d_4 : y = -m^2 + 1x + 2m^2 - 4m + 2$ tại hai điểm nằm ở bên trái trục tung.

Câu 2. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx + m + 1$.

- a) Khi $m = 0$ thì P cắt d tại hai điểm nhận trục Oy là trục đối xứng.
- b) Khi $m > -1$ thì P cắt d tại hai điểm nằm cùng phía so với trục tung.



- c) Khi $\begin{cases} m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$ thì P cắt d tại hai điểm nằm bên trái trục tung.
- d) Khi $m = -2$ thì giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ nhất.
- Câu 3.** Cho parabol $P : y = -x^2$ và đường thẳng $d : y = -m - 2x - 2m$.
- a) Khi $m = -2$ thì giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư thứ ba.
- b) Khi $m \neq -2$ thì P cắt d tại hai điểm nằm ở hai phía so với trục tung.
- c) Khi $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$ thì P cắt d tại hai điểm phân biệt nằm bên trái trục tung.
- d) Khi $m > 0$ thì P cắt d tại hai điểm nằm bên phải trục tung.

Câu 4. Cho parabol $P : y = mx^2$ và đường thẳng $d : y = m^2 + 2x - m$.

- a) Khi $m \neq 0$ thì P cắt d tại hai điểm nằm ở hai phía so với trục tung.
- b) Khi $m > 0$ thì P cắt d tại hai điểm nằm ở bên phải trục tung.
- c) Khi $m < 0$ thì P cắt d tại hai điểm, trong đó có một điểm nằm ở góc phần tư thứ ba.
- d) Khi $m > 0$ thì P cắt d tại hai điểm, một điểm nằm ở góc phần tư thứ nhất và điểm còn lại nằm ở góc phần tư thứ hai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Khi P cắt d tại hai điểm có hoành độ âm thì hai điểm ở phía bên nào trục tung?

Câu 2. [NB] Khi P cắt d tại hai điểm có tích hai hoành độ có giá trị dương thì hai điểm đó nằm cùng phía hay khác phía so với trục tung?

Câu 3. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = x + m$. Khi $-\frac{1}{4} < m < 0$ thì giao điểm của P và d nằm ở góc phần tư nào của hệ trục tọa độ Oxy ?

Câu 4. [TH] Cho parabol $P : y = -2x^2$ và đường thẳng $d : y = x + m - 1$. Với các giá trị nào của m thì P cắt d tại hai điểm phân biệt nằm khác phía so với trục tung?

Câu 5. [VD] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m + 2x - m + 6$. Để P cắt d tại hai điểm nằm bên phải trục tung thì giá trị nguyên nhỏ nhất của m là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x - m^2 + 9$. Với giá trị nào của m thì P cắt d tại hai điểm phân biệt nằm ở hai góc phần tư khác nhau?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = mx + 2 - m$. Tìm m để (d) cắt P tại hai điểm phân biệt A, B nằm về hai phía của trục tung.

Ví dụ 2 [TH]: Cho parabol $P : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2x + m + 5$. Tìm m để (d) cắt P tại hai điểm phân biệt A, B nằm bên trái trục tung.

Ví dụ 3 [TH]: Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2m + 3x - m^2 - 3$. Tìm m để (d) và P có một điểm chung và chứng minh rằng điểm chung đó nằm ở góc phần tư thứ nhất trên mặt phẳng tọa độ Oxy .



Ví dụ 4 [VD]: Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = -mx + 1$ Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$ trong đó có ít nhất một hoành độ lớn hơn hoặc bằng 2.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho parabol $P : y = 2x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 3m + 1 - x - m^2 + m + 6$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài 2. [TH] Cho parabol $P : y = m + 1 - x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 3mx - 4m$ Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 > x_2 > 0$.

Bài 3. [VD] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m + 2)x - 6m - 1$ Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 > 2; x_2 > 2$.

Bài 4 [VD] Cho parabol $P : y = 2x^2$ và đường thẳng $(d) : y = (m + 2)x - m^2 + 7$

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $x_1; x_2$ là hai số đối nhau.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho là hai số trái dấu và số âm có giá trị tuyệt đối bằng nghịch đảo của số kia.

DẠNG 4: TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ ĐƯỜNG THẲNG (D) CẮT PARABOL (P) TẠI HAI ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m + 5 - x + 3$. Tìm giá trị của m để giao điểm của P và d có hoành độ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 4$. D. $m = 3$.

Câu 2. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x + 3 - m$. Tìm giá trị của m để giao điểm của P và d có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 5$.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Câu 3. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m + 2 - x - 2m$. Tìm giá trị của m để giao điểm của P và d có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 - x_1 - x_2 = 7$.

- A. $m = 9$. B. $m = -3$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Câu 4. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m + 3 - x - m - 2$. Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của P và d . Số giá trị của m thỏa mãn $x_1x_2 \cdot x_1 + x_2 = 6$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 5. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx + 2$. Tìm tất cả giá trị của m để d cắt P tại hai điểm phân biệt có tọa độ $x_1; y_1$ và $x_2; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 = 5$

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = 0$.

Câu 6. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2mx - m^2 - m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để d cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3 - x_1x_2$

- A. $m = 1$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m \in \left\{-\frac{2}{3}; 1\right\}$. D. $m \in \left\{-1; \frac{2}{3}\right\}$.



Câu 7. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2m + 2x + 2m + 5$. Tìm tất cả giá trị của m để d cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 2$

- A. $m = -1$. B. $m = -3$. C. $m \in -1; 3$. D. $m \in -1; -3$.

Câu 8. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x - m + 3$. Tìm m để P và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2$

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m < 4$. D. $m = \frac{15}{4}$.

Câu 9. [VD] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx - m + 1$. Gọi x_1, x_2 là hoành độ của d và P . Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. A đạt giá trị nhỏ nhất là -4 khi $m = 4$. B. A đạt giá trị nhỏ nhất là 8 khi $m = 4$.
C. A đạt giá trị nhỏ nhất là 4 khi $m = 1$. D. A đạt giá trị nhỏ nhất là -8 khi $m = 4$.

Câu 10. [VD] Tìm giá trị của m để parabol $P : y = \frac{-1}{4}x^2$ và đường thẳng $d : y = \frac{-1}{2}x + m$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + 5x_2 = 5$

- A. $m = \frac{-5}{16}$. B. $m = \frac{5}{16}$. C. $m = \frac{-5}{4}$. D. $m = \frac{5}{4}$.

Câu 11. [VD] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2mx - 2m + 3$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ $x_1, y_1 ; x_2, y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 < 9$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 12. [VDC] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2mx + 4$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -3$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2m + 1x + 3$.

- a) d và P luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .
b) Nếu x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và P thì $x_1x_2 = 3$.
c) $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 2m + 2$.
d) $|x_1| - |x_2| = 5$ khi và chỉ khi $m = 2$.

Câu 2. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m - 3x - m + 4$.

- a) d và P luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .
b) Điểm $A(1;1)$ là giao điểm của d và P với mọi giá trị của m .
c) Nếu x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và P thì giá trị nhỏ nhất của $A = x_1^2 + x_2^2$ là 1 khi $m = 4$.
d) Với $m = 5$ thì d cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là hai cạnh của tam giác vuông cân.



Câu 3. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2m + 1x - 3m + 2$.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của P và d là $x^2 - 2m + 1x + 3m - 2 = 0$.

b) Khi $m = \frac{1}{2}$ thì P tiếp xúc với d .

c) Nếu x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và P thì $3x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 2$.

d) $x_1^2 + x_2^2 = 20$ khi $m \in \left\{ \frac{-3}{2}; 2 \right\}$.

Câu 4. Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx - m + 2$.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của P và d là $x^2 - mx - m + 2 = 0$.

b) d và P luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

c) Nếu x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và P thì $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ khi $m \neq 2$.

d) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ khi $m = 2$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m - 1x + 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì $x_1 \cdot x_2 = \dots$

Câu 2. [NB] Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx - m + 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thì $x_1 + x_2 = \dots$

Câu 3. [TH] Giá trị nào của m để parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 5x - m$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 có giá trị là số nguyên tố.

Câu 4. [TH] Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx - m + 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 khi đó có bao nhiêu giá trị của m thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 2$

Câu 5. [VD] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2x + m - 2$. Để P cắt d tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$ thì giá trị của m là bao nhiêu?

Câu 6. [VDC] Cho Parabol $P : y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d : y = m + 1x + m$. Gọi $x_1 ; x_2$ là hoành độ giao điểm của d và P . Khi đó giá trị của m là bao nhiêu để $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = 2m - 1x - 2m + 4$. Tìm m để (d) cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 2 [TH]: Cho Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = m - 2x + 5$. Chứng minh rằng (d) cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 5x_2 = 0$ (Trích đề Hà Nội: 2024-2025)

Ví dụ 3 [TH]: Cho Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = mx + 2$.

a) Chứng minh d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt A, B thuộc hai phía Oy.



b) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục tung. Tính độ dài đoạn HK theo m .

c) Tính độ dài đoạn AB theo m và chứng minh $AB \geq \sqrt{m^2 + 8} \quad \forall m$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho Parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = mx + m + 1$. Tìm m để (d) cắt P tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 - 3x_2 = 5$.

Ví dụ 5 [VD]: Cho parabol $P : y = x^2$ và đường tròn $(d) : y = 2m + 1 + 3$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $2|x_1| + |x_2| = 5$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 6(m-1)x + 9(m-3)$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $x_1 + x_2 = x_1x_2$.

Bài 2. [NB] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = (2m+1)x - m^2 - 2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $3x_1x_2 - 5x_1 + x_2 + 7 = 0 \quad x_1 > x_2 > 0$.

Bài 3. [TH] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = -(m-1)x - 5m + 6$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức $4x_1 + 3x_2 = 1$

Bài 4. [VD] Cho parabol $P : y = x^2$ và đường thẳng $d : y = m - 3x - m + 4$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

Bài 5. [VD] Cho Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2x - m - 1$ (m là tham số).

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $x_1 = \sqrt{\frac{x_2}{6}}$



CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1: QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ, CHỮ SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

(ghi lại nội dung chính của bài/ của chương: dạng liệt kê, bảng hoặc sơ đồ tư duy)

+) Số tự nhiên (tập hợp số tự nhiên ký hiệu N)

+) Số tự nhiên có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$

+) Số tự nhiên có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$

+) Phân số: $\frac{a}{b}$ ($a, b \in Z, b \neq 0$)

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Hai số có tổng bằng 7 tích bằng 12 là:

A. 2 và 5 B. 3 và 4 C. -3 và -4 D. 1 và 6

chúng là 109. Hai số đó là

A. 11 và 12 B. 10 và 11 C. 12 và 13 D. 13 và 14

Câu 3. [NB] Hai số chẵn nguyên dương liên tiếp có tổng bình phương của hai số là 244 là:

A. 16 và 18 B. 14 và 16 C. 12 và 14 D. 10 và 12

Câu 4. [NB] Hai số tự nhiên biết số lớn hơn số bé 3 đơn vị và tổng các bình phương của chúng bằng 369.

A. 12 và 15 B. 11 và 14 C. 10 và 13 D. 13 và 16

Câu 5. [TH] Hai số có tổng bằng 17 và tổng lập phương của chúng bằng 1241 là:

A. 10 và 7 B. 11 và 6 C. 8 và 9 D. 5 và 12

Câu 6. [TH] Phân số có tử số bé hơn mẫu số là 5. Hiệu bình phương của tử và mẫu bằng 55. Phân số đó

A. $\frac{-4}{9}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{4}{9}$

Câu 7. [TH] Số tự nhiên có hai chữ số mà tổng hai chữ số bằng 9. Hiệu bình phương hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị bằng 9 là:

A. 54. B. 36. C. 45. D. 63.

Câu 8. [TH] Hai số nguyên liên tiếp mà bình phương số thứ nhất cộng hai lần số thứ hai bằng là:

A. 4 và 3 B. 3 và 4 C. -3 và -4 D. -4 và -3

Câu 9. [VD] Có bao nhiêu cặp số lẻ liên tiếp thỏa mãn tổng các bình phương của chúng bằng 202?

A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 10. [VD] Tìm $\overline{x15}$ để tồn tại số tự nhiên x sao cho hiệu hai bình phương của chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục bằng 15.

A. $x=8$ B. $x=3$ C. $x=4$ D. $x=7$

Câu 11. [VD] Một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó bằng 1. Bình phương của số đó là:

A. 1225 B. 2809 C. 529 D. 961



Câu 12. [VDC] . Một số tự nhiên có ba chữ số với tổng các chữ số là 12, chữ số hàng chục là 3. Nếu bỏ đi chữ số hàng trăm thì ta được số mới có hai lần bình phương của tích của các chữ số lớn hơn số ban đầu 15 đơn vị. Thương của số tự nhiên ban đầu với 5 là:

- A** 78 **B** 87 **C** 17 **D** 18

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong giờ trả bài môn toán lớp có 40 học sinh. Có 20 bạn đạt điểm 7, 5 bạn đạt điểm 8, 10 bạn đạt điểm 9, 5 bạn đạt điểm 9,5.

- a) Lớp có 10 đạt điểm từ 7,5 trở lên
- b) Lớp không có bạn nào đạt điểm dưới 7
- c) Có 30 bạn đạt trên 8 điểm.
- d) Có 15 bạn đạt điểm từ 9 trở lên.

Câu 3. Giá của hãng Taxi tính như sau: 1 km đầu 20000 từ km thứ 2 đến km thứ 10 là 15000 đ, từ km 11 đến km thứ 20 là 14000 đồng.

- a) Bạn Anh đi 10 km hết 155000 đ
- b) Bạn Anh đi 10 km hết 150000 đ
- c) Bạn Anh đi 20 km hết 295000 đ
- d) Bạn Anh đi 20 km hết 290000 đ

Câu 4. Số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng chục là a , $a \neq 0$, chữ số hàng đơn vị là b được viết là:

- a)** ab **b)** $\overline{ab}$ **c)** $\overline{ba}$ **d)** $\overline{ab} = 10a + b$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] . Hai số có tổng bằng 7, tích bằng 12 thì hiệu của số lớn và số bé bằng bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Trong lúc học nhóm bạn Hùng yêu cầu bạn Minh và bạn Lan mỗi người chọn một số sao cho hai số hơn kém nhau là 5 và tích của chúng bằng 150 vậy hai bạn nghĩ ra số nào?

Câu 3. [TH]. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 7 hiệu hai bình phương của nó bằng 7

Câu 4. [TH] Có bao nhiêu số mà bình phương lên rồi trừ đi nó lấy kết quả nhân với 5 bằng 100

Câu 5. [VD] Tìm số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị hai đơn vị. Tổng bình phương hai chữ số của nó bằng 100

Câu 6: [VD] Tìm một số tự nhiên mà một nửa của nó trừ đi một nửa đơn vị rồi nhân với một nửa của nó bằng một nửa đơn vị:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Bước 1: Lập phương trình. - Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn (nếu có). - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết. - Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: So sánh với điều kiện và kết luận.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng hiệu giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là -2 và tích của chúng bằng 15.

Nội dung

Vậy chữ số hàng chục là 3 chữ số hàng đơn vị là 5

Ví dụ 2 [TH]: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 13 và nếu cộng 34 vào tích của hai chữ số đó thì ta được chính số đó.

Số cần tìm là 76



Ví dụ 3 [TH]: Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó

⇒ Phân số phải tìm là $\frac{-5}{6}$

Ví dụ 4 [VD]: Một số tự nhiên có ba chữ số, chữ số hàng chục gấp ba lần chữ số hàng trăm và lớn hơn chữ số hàng đơn vị 1 đơn vị. Biết rằng tích của số tự nhiên đó với số tự nhiên mới nhận được khi bỏ đi chữ số hàng trăm là 4224. Tổng các chữ số của số tự nhiên ban đầu là:

Vậy số cần tìm là : 132

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tìm 2 số biết tổng của hai số đó bằng 19 và tổng bình phương của hai số đó bằng 185

Bài 2. [TH] Tìm hai số biết tổng của hai số bằng 51 và $\frac{2}{3}$ số thứ nhất bằng $\frac{1}{6}$ số thứ hai

Bài 3. [VD] Tìm hai số biết rằng tổng của hai số đó bằng 17. Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì tích của hai số đó bằng 105

Bài 4. [VD] . . Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12. Tìm số đã cho.

DẠNG II: TOÁN NĂNG SUẤT CÔNG VIỆC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

+ Bài toán về năng suất có 3 đại lượng: khối lượng công việc, năng suất và thời gian.

+ Mỗi quan hệ giữa 3 đại lượng:

Khối lượng công việc = Năng suất x Thời gian

Năng suất = Khối lượng công việc : Thời gian

Thời gian = Khối lượng công việc : Năng suất

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Bài I: Hai đội thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 4 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì đội I hoàn thành công việc nhanh hơn đội II là 6 ngày. Nếu gọi thời gian đội I làm một mình xong việc là x ngày thì

Câu 1(NB): x cần điều kiện gì?

A. $x > 0$ B. $x > 4$ C. $x > 4, x \in N$ D. $x \in N^*$

Câu 2(TH): Thời gian đội II làm một mình xong công việc là:

A. $x+6$ (ngày) B. $x-6$ (ngày) C. $x-4$ (ngày) D. $x+4$ (ngày)

Câu 3(TH): phương trình là

A/ $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$

B/ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$

C/ $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{6}$

Bài II: Hai đội cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì thời gian tổng cộng hai đội phải làm là 25 giờ. Nếu hai đội cùng làm chung công việc thì hoàn thành công việc trong 6 giờ. Nếu gọi x giờ là thời gian đội thứ nhất đào một mình xong con mương thì

Câu 4 (NB): Trong 1 giờ đội thứ nhất làm được:

A. $\frac{1}{25-x}$ con mương

B. $\frac{1}{x}$ con mương



C. $\frac{1}{x-25}$ con mương

D. $\frac{1}{25+x}$ con mương

Câu 5 (VD): x bằng:

A. 10 hoặc 15

B. 12

C. 14

D. 16

Bài III: Theo kế hoạch, một đội xe vận tải cần phải chở 24 tấn hàng đến một địa điểm quy định. Thực tế khi chuyên chở trong đội có hai xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại của đội phải chở thêm 1 tấn hàng. Nếu gọi số xe của đội lúc đầu là x (xe) thì

Câu 6 (NB): Điều kiện của x là:

A. $x > 2$

B. $x \in \mathbb{N}^*$

C. $x \in \mathbb{N}^*; x > 2$

D. $x \in \mathbb{N}^*; x \geq 2$

Câu 7 (TH): Trên thực tế mỗi xe chở được số hàng là:

A. $\frac{24}{x}$ (tấn)

B. $\frac{24}{x+2}$ (tấn)

C. $\frac{24}{x-2}$ (tấn)

D. $\frac{24}{x-1}$ (tấn)

Câu 8 (TH): Phương trình lập được là:

A. $\frac{24}{x+2} - \frac{24}{x} = 1$

B. $\frac{24}{x} - \frac{24}{x-2} = 1$

C. $\frac{24}{x-2} + \frac{24}{x} = 1$

D. $\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x} = 1$

Bài IV: Một nhóm học sinh tham gia lao động chuyển 90 bó sách về thư viện của trường. Đến buổi lao động thì 3 bạn được cô giáo chủ nhiệm chuyển sang làm việc khác, vì vậy mỗi bạn còn lại phải chuyển thêm 5 bó sách nữa mới hết số sách cần chuyển. Gọi số học sinh của nhóm đó là x học sinh thì

Câu 9 (NB): Điều kiện của x là:

A. $x \in \mathbb{N}^*; x > 3$

B. $x \in \mathbb{N}^*$

C. $x > 3$

D. $x \in \mathbb{N}^*; x \geq 5$

Câu 10.(TH) Theo dự định mỗi học sinh chuyển số bó sách là:

A. $\frac{90}{x-3}$

B. $\frac{90}{x}$

C. $\frac{90}{x+3}$

D. $\frac{90}{x+5}$

Câu 11 (VDC): x bằng:

A. 9

B. 10

C. 8

D. 7

Bài V: Theo kế hoạch, trong cùng một thời gian như nhau, đội I phải làm được 810 sản phẩm, đội II phải làm được 900 sản phẩm. Thực tế, kết quả đội I đã hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, đội II hoàn thành trước thời hạn 6 ngày. Tính số sản phẩm thực tế mỗi đội làm được trong một ngày, biết rằng mỗi ngày đội II làm được nhiều hơn đội I 4 sản phẩm. Nếu gọi số sản phẩm thực tế đội II làm được trong 1 ngày là x (sản phẩm) thì

Câu 12(NB): x cần điều kiện gì?

A. $x > 0$

B. $x > 4$

C. $x > 4, x \in \mathbb{N}$

D. $x \in \mathbb{N}^*$

Câu 13(TH): Thời gian hoàn thành theo kế hoạch của đội II là

A. $\frac{900}{x} + 3$

B. $\frac{900}{x} + 6$

C. $\frac{900}{x} - 6$

D. $\frac{900}{x} - 3$

Câu 14(TH): Phương trình là

A. $\frac{810}{x-4} - 3 = \frac{900}{x} - 6$

B. $\frac{810}{x-4} + 3 = \frac{900}{x} + 6$

C. $\frac{810}{x} + 3 = \frac{900}{x+4} + 6$

D. $\frac{810}{x} - 3 = \frac{900}{x} - 6$

Bài VI: Theo kế hoạch, một xưởng sản xuất phải may xong 680 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn kế hoạch 6 bộ quần áo nên đã hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Tính thời gian quy định? Nếu gọi thời gian quy định là x (ngày) thì

Câu 15 (NB): Năng suất quy định là:



D. $\frac{680}{x-3}$

Câu 16 (VD): x bằng:

- B. 17 B. 18 C. 19 D. 20

Bài VII: Một tổ sản xuất có kế hoạch sản xuất 720 sản phẩm theo năng suất dự kiến. Trong kế hoạch, tổ sản xuất tính toán được nếu tăng năng suất thêm 10 sản phẩm mỗi ngày thì công việc sẽ được hoàn thành sớm hơn 4 ngày so với trường hợp bị giảm năng suất 20 sản phẩm mỗi ngày. Tính năng suất dự kiến theo kế hoạch. Nếu gọi năng suất dự kiến là x (sản phẩm) thì

Câu 17 (NB): Điều kiện của x là:

- A.
- $x > 10, x \in \mathbb{N}$
- B.
- $x > 0, x \in \mathbb{N}$
- C.
- $x > 20, x \in \mathbb{N}$
- D.
- $x < 720, x \in \mathbb{N}$

Câu 18 (TH): Phương trình lập được là:

- A. $\frac{720}{x} - 4 = \frac{720}{x+10}$ B. $\frac{720}{x} - 4 = \frac{720}{x-20}$
 C. $\frac{720}{x+10} + 4 = \frac{720}{x-20}$ D. $\frac{720}{x+10} + 4 = \frac{720}{x-20}$

Câu 19 (TH): Năng suất dự kiến x bằng:

- A. 60 sản phẩm B. 70 sản phẩm C. 80 sản phẩm D. 90 sản phẩm

Câu 20 (VD): Một bể chứa có thể tích 60m^3 , trong bể đang chứa sẵn 10m^3 nước. Một máy bơm theo kế hoạch bơm đầy nước đó trong một thời gian nhất định. Do người công nhân đã cho máy bơm hoạt động với công suất tăng thêm $5\text{m}^3/\text{h}$ nên bể đã được bơm đầy sớm hơn dự kiến 1 giờ 40 phút. Tính công suất máy bơm đã được công nhân cho hoạt động.

- A.
- $10\text{ m}^3/\text{h}$
- B.
- $15\text{ m}^3/\text{h}$
- C.
- $5\text{ m}^3/\text{h}$
- D.
- $20\text{ m}^3/\text{h}$

Bài VIII: Một nhóm thợ thủ công lên kế hoạch làm 1200 chiếc đèn lồng cho dịp lễ Trung Thu. Trong 12 ngày đầu họ làm đúng theo kế hoạch. Những ngày còn lại do có thêm người làm cùng nên mỗi ngày họ đã làm vượt mức 20 chiếc và hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Theo kế hoạch, mỗi ngày nhóm thợ phải làm bao nhiêu chiếc đèn lồng? Gọi số đèn lồng phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (đèn) thì

Câu 21 (NB): Thời gian làm thực tế là:

- A. $\frac{1200}{x} - 2$ B. $\frac{1220}{x} - 2$ C. $\frac{1200}{x+20}$ D. $\frac{1200}{x} + 2$

Câu 22 (VDC): x bằng:

- A. 60 B. 80 C. 70 D. 90

Câu 23 (VD): Hai vòi nước chảy vào hai bể có dung tích như nhau là 2400 lít. Mỗi phút vòi thứ hai chảy nhiều hơn vòi thứ nhất 8 lít nên thời gian để vòi thứ hai chảy đầy bể ít hơn vòi thứ nhất là 10 phút. Mỗi phút cả hai vòi chảy được bao nhiêu lít?

- A. 40 B. 44 C. 88 D. 80

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 10 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì một xe phải điều đi làm công việc khác, nên mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 0,5 tấn so với dự định (Khối lượng hàng mỗi xe chở là như nhau). Nếu đoàn xe lúc đầu có x chiếc thì

a. $x > 1$ b. Đoàn xe lúc sau có $x - 1$ (chiếc)c. Mỗi xe lúc đầu chở được $\frac{x}{x-1}$ (tấn)d. Mỗi xe lúc sau chở được $\frac{x}{10}$ (tấn)



Câu 2: Một anh công nhân phải làm 50 sản phẩm trong một thời gian quy định. Do cải tiến lao động nên mỗi giờ làm thêm được 5 sản phẩm. Do đó anh công nhân đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định là 1 giờ 40 phút. Nếu gọi số sản phẩm anh công nhân làm trong 1 giờ theo quy định là x sản phẩm thì

a. Số sản phẩm anh công nhân làm trong 1 giờ trên thực tế là $x + 5$ (sản phẩm)

b. Thời gian làm việc của anh công nhân theo quy định là $\frac{50}{x+5}$ giờ

c. Thời gian làm việc của anh công nhân trên thực tế là $\frac{50}{x}$ giờ

d. $x = 10$

Câu 3: Một đội sản xuất phải làm 1000 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, mỗi ngày đội làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy chẳng những đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm mà còn hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với quy định. Nếu gọi số sản phẩm mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch là x thì:

a. Số sản phẩm mà đội sản xuất phải làm trong một ngày trên thực tế là $x + 10$ (sản phẩm)

b. Năng suất theo dự định là: $\frac{1000}{x+10}$ sản phẩm

c. Phương trình là: $\frac{1000}{x} - \frac{1080}{x+10} = 2$

d. $x = 50$

Câu 4: Một phân xưởng theo kế hoạch phải sản xuất 630 sản phẩm trong số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, phân xưởng phải sản xuất trong thời gian là bao lâu? Nếu gọi thời gian theo kế hoạch là x thì:

a. Thời gian thực tế là $x+3$ (ngày)

b. Năng suất thực tế là $\frac{630}{x-3}$ (sản phẩm/ngày)

c. Năng suất theo kế hoạch là $\frac{630}{x}$ (sản phẩm/ ngày)

d. Phương trình lập được là $\frac{630}{x-3} = \frac{630}{x} - 5$

Câu 5: Một đoàn xe vận tải dự định sử dụng một số xe cùng loại để chuyên chở 90 tấn thiết bị y tế. Để đáp ứng kịp thời nhu cầu phục vụ công tác phòng chống Covid-19, đoàn được bổ sung thêm 5 chiếc xe cùng loại. Do đó, mỗi xe chở ít hơn dự định 0,2 tấn. Biết khối lượng hàng mỗi xe chuyên chở là như nhau, hỏi ban đầu đoàn có bao nhiêu chiếc xe? Gọi số xe ban đầu là x (xe) thì:

a. Thực tế mỗi xe phải chở: $\frac{90}{x}$ (tấn)

b. Số xe thực tế : $x+5$ (xe)

c. Phương trình lập được là : $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+5} = \frac{1}{5}$.

d. $x = 50$

Câu 6: Hướng ứng phong trào tết trồng cây, một chi đoàn thanh niên dự định trồng 80 cây trong một thời gian quy định. Do mỗi giờ chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định 5 cây nên đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 12 phút và trồng thêm được 10 cây. Tính thời gian mà chi đoàn đã dự định để trồng hết 80 cây. Gọi thời gian dự định là x (giờ) thì:

a. $x > 12$

b. Thời gian thực tế: $x-0,2$ (giờ)



$$x + \text{d. Phương trình: } \frac{80}{x} + 5 = \frac{90}{x-0,2}$$

Câu 7: Một công nhân theo kế hoạch phải may 120 chiếc khẩu trang vải trong một thời gian quy định. Khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người đó may thêm được 3 chiếc khẩu trang nên đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 tiếng. Trong 2 tiếng đó, người công nhân tiếp tục may thêm khẩu trang với năng suất như kế hoạch. Nếu phát miễn phí cho mỗi người 3 chiếc khẩu trang thì với số khẩu trang mà công nhân đó may được sẽ được phát cho bao nhiêu người? Nếu gọi năng suất theo kế hoạch là x (khẩu trang/tiếng) thì:

a. Phương trình lập được là: $\frac{120}{x} - 2 = \frac{120}{x+3}$

b. Trong 2 tiếng người đó may được: 30 (khẩu trang)

c. Số khẩu trang thực tế may được 144 (khẩu trang)

d. Số khẩu trang được phát cho 48 người

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Bài I. Một đội công nhân hoàn thành một công việc với mức 420 ngày công. Biết rằng nếu đội tăng thêm 5 người thì số ngày để hoàn thành công việc sẽ giảm đi 7 ngày. Nếu gọi số công nhân của đội là x người thì

Câu 1. Điều kiện của x là:

Câu 2. Số công nhân sau khi tăng 5 người là:

Câu 3. Số ngày hoàn thành công việc với x người là:

Câu 4. Sau khi tăng thêm 5 người thì số ngày hoàn thành công việc là:

Câu 5. x bằng:

Bài II: Một xưởng cơ khí phải làm 350 chi tiết máy trong thời gian quy định. Nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày xưởng làm thêm được 5 chi tiết. Do đó không những xưởng vượt mức 10 chi tiết mà còn hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Nếu gọi số chi tiết máy xưởng làm được trong một ngày theo dự định là x thì:

Câu 6. Số chi tiết máy xưởng làm được trong một ngày trên thực tế là:

Câu 7. Số ngày để xưởng hoàn thành công việc trên thực tế là:

Câu 8. Phương trình của bài toán là:

Bài III: Để đưa 180 học sinh đi tham quan có thể dùng 2 loại xe. Nếu dùng xe to thì cần ít hơn 2 xe so với xe nhỏ. Biết mỗi xe to nhiều hơn xe nhỏ 15 chỗ. Nếu gọi số xe to là x thì:

Câu 9. Số xe nhỏ cần dùng để chở được 180 học sinh là :

Câu 10. Mỗi xe to có số chỗ ngồi là:.

Câu 11. Mỗi xe nhỏ có số chỗ ngồi là:

Câu 12. x bằng :

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

A. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trên một công trình thủy lợi, một đội dân công phải đào đắp 500m³ đất. Nếu vắng 5 người thì mỗi người còn lại phải đào đắp thêm 5 m³ mới hoàn thành kế hoạch. Tính xem đội dân công có bao nhiêu người? (Coi như mỗi người đều đào đắp được số đất như nhau).

Bài 2. Một đội xe ô tô cần chở 30 tấn hàng từ TP này đến TP kia. Khi sắp chở thì có thêm một ô tô nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn theo dự kiến. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu ô tô?

Bài 3. Một xí nghiệp đặt kế hoạch sản xuất 3000 sản phẩm trong một thời gian. Trong 6 ngày đầu họ thực hiện đúng tiến độ, những ngày sau đó mỗi ngày vượt 10 sản phẩm nên chẳng những hoàn thành sớm được 1 ngày mà còn vượt mức 60 sản phẩm. Tính năng suất dự kiến theo kế hoạch?

Bài 4. Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để chở 15 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi thực hiện công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe có trọng tải nhỏ hơn nửa tấn. Để



đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn ?

Bài 5. Một tổ máy trộn bê tông phải sản xuất $450m^3$ bê tông cho một đập thủy lợi trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất mỗi ngày $4,5m^3$ nên 4 ngày trước thời hạn quy định tổ đã làm được 96% công việc. Hỏi thời gian quy định là bao nhiêu ngày ?

Bài 6: Một xí nghiệp giao cho một công nhân làm 120 sản phẩm trong thời gian quy định. Sau khi làm được 2 giờ, người đó cải tiến kỹ thuật nên đã tăng được 4 sản phẩm mỗi giờ so với dự kiến. Vì vậy trong thời gian quy định không những hoàn thành kế hoạch trước 1 giờ mà còn vượt mức 16 sản phẩm. Tính năng suất làm lúc đầu (biết rằng mỗi giờ xí nghiệp làm được số sản phẩm là như nhau)

Bài 7: Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm thảm. Trong 8 ngày đầu, họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm?

Bài 8. Một tổ công nhân theo kế hoạch phải sản xuất được 280 sản phẩm với năng suất định trước. Do mỗi ngày tổ đó đã sản xuất vượt mức 10 sản phẩm nên tổ đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định là 1 ngày và còn sản xuất thêm được 20 sản phẩm. Tính năng suất định trước.

Bài 9: Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày

Bài 10: Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 11: Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 15 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì một xe phải điều đi làm công việc khác, nên mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 0,5 tấn hàng so với dự định. Hỏi thực tế có bao nhiêu xe tham gia vận chuyển. (Biết khối lượng hàng mỗi xe chở như nhau)

Bài 12: Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong thời gian quy định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Vì vậy mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm, song thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút. Tính năng suất dự kiến, biết rằng mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Theo kế hoạch, một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Bài 2. Một đội sản xuất phải làm 1000 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất nên mỗi ngày đội làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy, chẳng những đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm mà còn hoàn thành sớm hơn 2 ngày so với quy định. Tính số sản phẩm mà đội phải làm trong 1 ngày theo kế hoạch

Bài 3. Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần (mỗi tuần trồng được diện tích bằng nhau). Thực tế, mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên cuối cùng đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn dự định một tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

Bài 4 : Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi



số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt 15 tấn.

Bài 5: Một công nhân theo kế hoạch phải làm 85 sản phẩm trong một khoảng thời gian dự định. Nhưng do yêu cầu đột xuất, người công nhân đó phải làm 96 sản phẩm. Do người công nhân mỗi giờ đã làm tăng thêm 3 sản phẩm nên người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn so với thời gian dự định là 20 phút. Tính xem theo dự định mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng mỗi giờ chỉ được làm không quá 20 sản phẩm.

Bài 6: Hướng ứng phong trào: "Vì biển đảo Trường Sa" một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì một số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với quy định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết rằng các tàu chở số tấn hàng bằng nhau.

DẠNG 3: TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

B1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng

B2: Giải phương trình

B3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận

2. Một số lưu ý

- Nếu hình chữ nhật có 2 cạnh là a và b thì diện tích của hình chữ nhật là ab , chu vi của hình chữ nhật là $2.(a + b)$
- Nếu hình vuông có cạnh bằng a thì diện tích hình vuông là a^2 , chu vi của hình vuông là $4a$
- Chu vi tam giác bằng tổng độ dài 3 cạnh, diện tích tam giác bằng một nửa tích độ dài đường cao nhân cạnh đáy tương ứng
- Nếu tam giác vuông có 2 cạnh góc vuông là a và b , cạnh huyền là c thì :

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $4m$. Nếu gọi chiều dài của hình chữ nhật là $x(m)$ ($x > 4$) thì chiều rộng của hình chữ nhật là:

- A.** $x - 4(m)$ **B.** $4 - x(m)$ **C.** $x + 4(m)$ **D.** $4x(m)$

Câu 2. [NB] Độ dài cạnh của hình vuông là $x(m)$ ($x > 0$) Diện tích của hình vuông là $35m^2$. Phương trình lập được là:

- A.** $4x = 35$ **B.** $x^2 = 35$ **C.** $x^3 = 35$ **D.** $2x - 35 = 0$

Câu 3. [NB] Một hình chữ nhật có chiều rộng là $x(cm)$ ($x > 0$). Chiều dài hơn chiều rộng là $3cm$. Diện tích của hình chữ nhật là $40cm^2$. Phương trình lập được là:

- A.** $3x = 40$ **B.** $x.(x + 3) = 40$ **C.** $3.(x - 3) = 40$ **D.** $x.(x - 3) = 40$

Câu 4. [NB] Một tam giác vuông có độ dài một cạnh góc vuông là $x(cm)$ ($5 > x > 0$), độ dài cạnh huyền là $5cm$. Bình phương độ dài cạnh góc vuông còn lại được biểu diễn là:

- A.** $5 - x$ **B.** $25 + x^2$ **C.** $25 - x^2$ **D.** $x^2 - 25$



Câu 5. [TH] Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Diện tích của hình chữ nhật là $50m^2$. Chiều rộng của hình chữ nhật đó là:

- A. $5cm$ B. $10cm$ C. $15cm$ D. $20cm$

Câu 6. [TH] Nếu tăng độ dài mỗi cạnh hình vuông lên gấp đôi thì ta được hình vuông mới có diện tích lớn hơn diện tích hình vuông ban đầu là $15cm^2$. Độ dài cạnh hình vuông lúc đầu là:

- A. $5cm$ B. $\sqrt{5}cm$ C. $7,5cm$ D. $15cm$

Câu 7. [TH] Một hình tròn có diện tích là $706,5cm^2$, biết $\pi = 3,14$. Nếu tăng bán kính thêm $2cm$ thì chu vi hình tròn là:

- A. $17cm$ B. $53,4cm$ C. $106,8cm$ D. $907,5cm$

Câu 8. [TH] Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau $2cm$. Biết diện tích tam giác vuông đó là $31,5cm^2$. Độ dài cạnh góc vuông nhỏ là:

- A. $7cm$ B. $9cm$ C. $11cm$ D. $13cm$

Câu 9. [VD] Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là $40cm$ và diện tích là $75cm^2$. Chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó là:

- A. $5cm$ B. $15cm$ C. $10cm$ D. $20cm$

Câu 10. [VD] Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $720m^2$, nếu tăng chiều dài $6m$ và giảm chiều rộng $4m$ thì diện tích của mảnh đất không đổi. Chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó lần lượt là :

- A. $20m, 36m$ B. $36m, 20m$ C. $30m, 24m$ D. $24m, 30m$

Câu 11. [VD] Một thửa ruộng tam giác có diện tích $180m^2$. Tính chiều dài cạnh đáy thửa ruộng, biết rằng nếu tăng cạnh đáy lên $4m$ và chiều cao tương ứng giảm đi $1m$ thì diện tích tăng $228m^2$

- A. $10m$ B. $18m$ C. $20m$ D. $36m$

Câu 12. [VDC] Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 15cm$. M là một điểm tùy ý thuộc AB . Từ M kẻ $MD \parallel AC$, $D \in BC$ và $ME \parallel BC$, $E \in AC$. Tìm vị trí của điểm M để diện tích tứ giác $MECD$ bằng $54cm^2$

- A. M cách A $6cm$ B. M cách B $6cm$
C. M cách A $9cm$ D. Cả ba đáp án A, B, C đều đúng

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một hình chữ nhật có chu vi $372m$, nếu tăng chiều dài $21m$ và tăng chiều rộng $10m$ thì diện tích tăng $2862m^2$. Gọi chiều rộng khu vườn là x (m , $0 < x < 186$)

- a) Chiều dài khu vườn là $x + 21(m)$
b) Chiều rộng khu vườn nếu tăng thêm $10m$ là $x + 10(m)$
c) Biểu thức biểu thị diện tích khu vườn là $x.(186 - x)(m^2)$
d) Chiều dài khu vườn là $112(m)$

Câu 2. Hình chữ nhật có đường chéo $10cm$. Chiều rộng kém chiều dài $2cm$. Gọi chiều dài của hình chữ nhật là a (cm , $2 < a < 10$).

- a) Chiều rộng của hình chữ nhật là $a - 2(cm)$



b) Biểu thức biểu thị diện tích hình chữ nhật là : $a.(2 - a) (cm^2)$

c) Phương trình lập được của bài toán là : $a^2 - 2a + 48 = 0$

d) Diện tích hình chữ nhật là $48 cm^2$

Câu 3. Một hình tròn nếu tăng bán kính thêm $5cm$ thì diện tích sẽ tăng gấp 2 lần. Gọi bán kính hình tròn là $x (cm, x > 0)$

a) Diện tích hình tròn được biểu diễn là: $2\pi x (cm^2)$

b) Diện tích hình tròn nếu tăng bán kính thêm $5cm$ là: $\pi(x + 5)^2 (cm^2)$

c) Nếu tăng bán kính hình tròn thêm $5cm$ thì diện tích sẽ tăng gấp 2 lần nên ta có phương trình là: $x^2 - 10x - 25 = 0$

d) Bán kính hình tròn khoảng $12,07cm$

Câu 4. Một mảnh đất hình tam giác vuông có chu vi là $60m$ và có cạnh huyền là $25m$. Giả sử độ dài một cạnh góc vuông là $t(m, 0 < t < 25)$.

a) Tổng độ dài hai cạnh góc vuông của mảnh đất hình tam giác vuông là $25m$

b) Độ dài cạnh góc vuông còn lại của mảnh đất hình tam giác vuông được biểu diễn là: $25 - t (m)$

c) Độ dài hai cạnh góc vuông của mảnh đất hình tam giác vuông đó $20m, 15m$

d) Trên mảnh ruộng đó người ta đem trồng lúa, mỗi mét vuông thu hoạch được $0,8kg$ thóc. Số kg thóc thu hoạch được là $240kg$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Một hình vuông có diện tích là $12cm^2$ thì độ dài cạnh của hình vuông là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Một hình tròn có diện tích là $15cm^2$ thì bán kính của hình tròn đó là bao nhiêu?

(kết quả làm tròn đến ba chữ số thập phân)

Câu 3. [TH] Nếu tăng mỗi cạnh của hình vuông thêm $2cm$ thì diện tích hình vuông tăng gấp đôi.

Độ dài cạnh của hình vuông là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4. [TH] Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng $5cm$. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau $1cm$. Độ dài các cạnh góc vuông của tam giác là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $250m$. Tính diện tích của khu vườn biết rằng nếu một cạnh giảm 3 lần và cạnh còn lại tăng 2 lần thì diện tích khu vườn giảm $1250m^2$.

Người ta sử dụng $\frac{1}{5}$ diện tích khu vườn để trồng hoa. Hỏi diện tích đất còn lại là bao nhiêu?

Câu 6. [VD] Một sân bóng hình chữ nhật có diện tích là $100m^2$. Tính các kích thước của sân bóng, biết rằng nếu tăng chiều rộng của sân bóng lên $2m$ và giảm chiều dài của sân bóng đi $5m$ thì diện tích của sân bóng sẽ tăng thêm $5m^2$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ Nắm vững ba bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

☒ Ghi nhớ các công thức về chu vi, diện tích của các hình vuông, hình chữ nhật, hình tam giác,...

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Biết diện tích hình chữ nhật bằng $72cm^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho



Ví dụ 2 [TH]: Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm $3dm$ và cạnh đáy giảm đi $3dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12dm^2$. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác

Ví dụ 3 [TH]: Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $10cm$. Nếu giảm chiều dài đi 20% và tăng chiều rộng thêm $20cm$ thì diện tích mới bằng $\frac{6}{5}$ diện tích cũ. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Ví dụ 4 [VD]: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $280m$. Người ta làm lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng $2m$. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là $4256m^2$.

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $30cm$ và diện tích $1800cm^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Bài 2. [TH] Tính độ dài các cạnh của một tam giác vuông, biết rằng chúng là ba số tự nhiên chẵn liên tiếp.

Bài 3. [VD] Một sân hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $3m$. Nếu tăng chiều dài thêm $1m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì diện tích hình chữ nhật tăng gấp đôi. Tính chiều dài của chiếc sân đó.

Bài 4 [VD] Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi $28m$. Đường chéo hình chữ nhật dài $10m$. Người ta sử dụng một nửa diện tích thửa ruộng để trồng rau. Hỏi diện tích trồng rau là bao nhiêu ?



DẠNG 4: TOÁN CHUYỂN ĐỘNG PHƯƠNG PHÁP CHUNG:

Bước 1: Lập phương trình:

- Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết thông qua ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: Đối chiếu nghiệm của phương trình (nếu có) với điều kiện của ẩn số để trả lời.

Chú ý: Tùy từng bài tập cụ thể mà ta có thể lập phương trình bậc nhất một ẩn, hệ phương trình hay phương trình bậc hai.

Khi đặt điều kiện cho ẩn ta phải dựa vào nội dung bài toán và những kiến thức thực tế...

CHU Ý:

*Nếu gọi quãng đường là S ; Vận tốc là v ; thời gian là t thì:

$$S = v.t; v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$$

*Gọi vận tốc thực của ca nô là v_1 vận tốc dòng nước là v_2 thì:

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng nước là $v = v_1 + v_2$.

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là $v = v_1 - v_2$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $24(\text{km})$. Gọi x (km/h) là vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B . Hỏi thời gian để đi từ A đến B theo x là?

- A. $\frac{24}{x}$. B. $24.x$. C. $\frac{1}{24x}$. D. $\frac{x}{24}$.

Câu 2. [NB] Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $24(\text{km})$. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm $4(\text{km/h})$ so với lúc đi. Gọi x (km/h) là vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B . Hỏi thời gian để đi từ B về đến A theo x là?

- A. $\frac{24}{x}$. B. $\frac{24}{x-4}$. C. $\frac{24}{x+4}$. D. $\frac{x}{24}$.

Câu 3. [NB] Một tàu du lịch đi từ bến sông A đến B có khoảng cách là $36(\text{km})$, vận tốc của dòng nước là $3(\text{km/h})$. Gọi x (km/h) là vận tốc thực của tàu du lịch. Hỏi thời gian để tàu đi xuôi dòng theo x là?

- A. $\frac{36}{x-3}$. B. $\frac{3}{x}$. C. $\frac{1}{3x}$. D. $\frac{36}{x+3}$.

Câu 4. [NB] Một tàu du lịch đi từ bến sông A đến B có khoảng cách là $54(\text{km})$, vận tốc của dòng nước là $5(\text{km/h})$. Gọi x (km/h) là vận tốc thực của tàu du lịch. Hỏi thời gian để tàu đi ngược dòng theo x là?

- A. $\frac{54}{x-5}$. B. $\frac{5}{x}$. C. $\frac{1}{5x}$. D. $\frac{54}{x+5}$.

Câu 5. [TH] Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau $24(\text{km})$. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm $4(\text{km/h})$ so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B ?

- A. 12 B. 13 C. 32 D. 33



Câu 6. [TH] Quãng đường AB dài 400(km), một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A, ô tô tăng vận tốc thêm 10(km/h). Tổng thời gian đi và về là 18 giờ. Tính vận tốc lúc đi.

- A. 12 B. 40 C. 32 D. 30

Câu 7. [TH] Hai bến sông cách nhau 15(km). Thời gian một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B, tại bến B nghỉ 20 phút rồi ngược dòng từ bến B trở về bến A tổng cộng là 3 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 3(km/h).

- A. 12 B. 13 C. 32 D. 11

Câu 8. [TH] Một canô tuần tra đi xuôi dòng từ A đến B hết 1 giờ 20 phút và ngược dòng từ B về A hết 2 giờ. Tính vận tốc riêng của canô, biết vận tốc dòng nước là 3(km/h).

- A. 20 B. 24 C. 22 D. 15

Câu 9. [VD] Khoảng cách giữa 2 thành phố A và B là 180(km). Một ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B rồi lại từ B về A. Thời gian từ lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5(km). Tính vận tốc lúc đi của ô tô.

- A. 46 B. 24 C. 45 D. 40

Câu 10. [VD] Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 60(km). Khi từ B trở về A do trời mưa nên người đó giảm vận tốc bé hơn vận tốc khi đi là 10(km/h) do đó thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi ?

- A. 46 B. 24 C. 45 D. 40

Câu 11. [VD] Một người đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 50(km). Sau đó 1 giờ 30 phút người đi xe máy cũng đi từ A và đến B sớm hơn 1 giờ. Tính vận tốc của xe đạp, biết rằng vận tốc xe máy gấp 2,5 lần vận tốc xe đạp.

- A. 16 B. 12 C. 34 D. 36

Câu 12. [VDC] Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40(km/h). Khi còn cách trung điểm quãng đường 60(km) thì xe tăng vận tốc thêm 10(km/h) nên đã đến B sớm hơn dự định là 1 giờ. Tính quãng đường AB.

- A. 281 B. 280 C. 282 D. 284

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một khúc sông từ bến A đến bến B dài 50(km). Một canô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết tất cả 10 giờ (không tính thời gian nghỉ). Biết vận tốc của dòng nước là 5(km/h). Gọi vận tốc riêng của canô là x (km/h) ($x > 5$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a	Vận tốc khi xuôi dòng là $x - 10$ (km/h)		
b	Vận tốc khi ngược dòng là $x - 5$ (km/h)		
c	Thời gian canô đi xuôi dòng từ A đến B là $\frac{50}{x+5}$ (h)		
d	Thời gian canô đi ngược dòng từ B đến A là: $\frac{50}{x-5}$ (h)		

Câu 2. Một khúc sông từ bến A đến bến B dài 45(km). Một canô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết tất cả 6 giờ 15 phút (không tính thời gian nghỉ). Biết vận tốc của dòng nước là 3(km/h). Gọi vận tốc riêng của canô là x (km/h). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a	Điều kiện của x là $x > 3$		
b	vận tốc của canô khi nước lặng là $12(\text{km/h})$.		
c	Vận tốc khi xuôi dòng là $18(\text{km/h})$		
d	Vận tốc khi ngược dòng là $12(\text{km/h})$		

Câu 3. Một xuồng du lịch đi từ thành phố Cà Mau đến Đất Mũi theo một đường sông dài $120(\text{km})$. Trên đường đi, xuồng có nghỉ lại 1 giờ ở thị trấn Nam Căn. Khi về, xuồng đi theo đường khác dài hơn đường đi $5(\text{km})$ và với vận tốc lúc về nhỏ hơn vận tốc lúc đi là $5(\text{km/h})$. Gọi vận tốc của xuồng lúc đi là $x(\text{km/h})(x > 0)$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a	Vận tốc lúc về là $x + 5(\text{km/h})$		
b	Thời gian đi 120km là $\frac{120}{x}(\text{h})$		
c	Thời gian về là $\frac{125}{x-5}(\text{h})$		
d	Vận tốc của xuồng đi là $30(\text{km/h})$.		

Câu 4. Thầy Minh đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau $60(\text{km})$ với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A do trời mưa, thầy Minh giảm vận tốc của xe máy xuống $10(\text{km/h})$ so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút. Gọi vận tốc lúc về của thầy Minh là $x(\text{km/h})$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a	Điều kiện của x là $x \in \mathbb{N}$		
b	Điều kiện của x là $x > 0$		
c	Vận tốc lúc về của thầy Minh là $30(\text{km/h})$		
d	Vận tốc lúc về của thầy Minh là $35(\text{km/h})$		

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Mỗi ngày Ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên Ba của bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên $15(\text{km/h})$ và đến sớm hơn thường ngày là 10 phút. Gọi vận tốc đi hằng ngày của Ba bạn An là $x(\text{km/h})(x > 0)$. Hỏi quãng đường Ba bạn An đi được hôm tuyển sinh theo x là?

Câu 2. [NB] Xe máy thứ nhất đi trên quãng đường từ Hà Nội về Thái Bình hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai $3(\text{km})$. Tính vận tốc của mỗi xe thứ 2?

Câu 3. [TH] Một chiếc canô theo dòng sông từ A đến B, rồi lại ngược dòng từ B về A hết 5 giờ. Tìm vận tốc riêng của canô (vận tốc của canô khi dòng nước đứng yên). Biết rằng vận tốc của dòng nước là $4(\text{km/h})$ và khoảng cách từ A đến B là $48(\text{km})$.

Câu 4. [TH] Một ô tô đi trên quãng đường dài $520(\text{km})$. Khi đi được $240(\text{km})$ thì ô tô tăng vận tốc thêm $10(\text{km/h})$ nữa và đi hết quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của ô tô biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ.



Câu 5. [VD] Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc $4(\text{km/h})$, rồi đi ô tô từ B đến C với vận tốc $40(\text{km/h})$ (B ở giữa A và C). Lúc về người đó đi xe đạp trên cả quãng đường từ C về A với vận tốc $16(\text{km/h})$. Biết quãng đường AB ngắn hơn quãng đường BC là $24(\text{km})$ và thời gian lúc đi bằng thời gian lúc về. Tính quãng đường AC.

Câu 6. [VDC] Lúc 7 giờ một ô tô đi từ A đến B. Lúc 7 giờ 30 phút một xe máy đi từ B đến A với vận tốc kém vận tốc của ô tô là $24(\text{km/h})$. Ô tô đến B được 20 phút thì xe máy mới đến A. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài $120(\text{km})$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Một canô xuôi dòng $42(\text{km})$ rồi ngược dòng trở lại $20(\text{km})$ hết tổng cộng 5 giờ. Biết rằng vận tốc dòng chảy là $2(\text{km/h})$. Gọi vận tốc riêng của canô là $x(\text{km/h})$ ($x > 2$). Hỏi thời gian xuôi dòng và ngược dòng của canô theo x là?

Ví dụ 2 [TH]: Hai xe máy khởi hành lúc 7 giờ sáng từ A để đến B. Xe máy thứ nhất chạy với vận tốc $30(\text{km/h})$, xe máy thứ hai chạy với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy thứ nhất là $6(\text{km/h})$. Trên đường đi xe thứ hai dừng lại nghỉ 40 phút rồi lại tiếp tục chạy với vận tốc cũ. Tính chiều dài quãng đường AB, biết cả hai xe đến B cùng lúc.

Ví dụ 3 [TH]: Một canô xuôi dòng $42(\text{km})$ rồi ngược dòng trở lại $20(\text{km})$ hết tổng cộng 5 giờ. Biết rằng vận tốc dòng chảy là $2(\text{km/h})$. Tính vận tốc của canô lúc nước lặng.

Ví dụ 4 [VD]: Một canô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B cách nhau $80(\text{km/h})$, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách B là $72(\text{km/h})$, thời gian canô xuôi dòng ít hơn thời gian canô ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của canô, biết vận tốc của dòng nước là $4(\text{km/h})$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau $24(\text{km})$; cũng từ A về B một chiếc bè trôi với vận tốc dòng nước là $4(\text{km/h})$. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè tại điểm C cách A là $8(\text{km})$. Gọi vận tốc riêng của canô là $x(\text{km/h})$ ($x > 4$). Hỏi thời gian xuôi dòng và ngược dòng của canô theo x là?

Bài 2. [TH] Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau $24(\text{km})$; cũng từ A về B một chiếc bè trôi với vận tốc dòng nước là $4(\text{km/h})$. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè tại điểm C cách A là $8(\text{km})$. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 3. [VD] Hai canô cùng khởi hành từ 2 bến A và B cách nhau $85(\text{km})$ đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc riêng của canô biết rằng vận tốc của canô đi xuôi lớn hơn vận tốc canô đi ngược là $9(\text{km/h})$ và vận tốc dòng nước là $3(\text{km/h})$.

Bài 4 [VD] Một canô xuôi dòng từ A đến B. Cùng lúc đó một bè nửa cũng trôi từ tự do từ A đến B. Sau khi đi được $24(\text{km})$ canô quay lại và gặp bè nửa tại D cách A là $8(\text{km})$. Tính vận tốc riêng của canô. Biết rằng vận tốc của dòng nước là $4(\text{km/h})$.

DẠNG 5: TOÁN LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



Câu 1. [NB] Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì hoàn thành công việc. Vậy trong 1 giờ cả hai người làm được số phần công việc là

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Câu 2. [NB] Nếu thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày) thì trong 1 ngày người I, người II làm được số phần công việc lần lượt là

- A. x, y . B. $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$. C. $\frac{x}{y}; \frac{y}{x}$. D. $\frac{2}{x}; \frac{2}{y}$.

Câu 3. [NB] Nếu vòi I chảy một mình đầy bể trong x giờ, vòi II chảy một mình đầy bể trong y giờ thì cả hai vòi chảy chung trong 5 giờ và vòi II chảy thêm trong 2 giờ thì được số phần bể là

- A. $\frac{7}{x} + \frac{5}{y}$. B. $\frac{5}{x+y} + \frac{2}{y}$. C. $\frac{5}{x} + \frac{7}{y}$. D. $\frac{5}{xy} + \frac{2}{y}$.

Câu 4. [NB] Hai vòi nước cùng chảy vào bể không chứa nước trong 10 giờ thì đầy bể. Vậy trong 2 giờ cả hai vòi nước chảy được số phần bể là

- A. $\frac{1}{20}$ bể. B. $\frac{1}{2}$ bể. C. $\frac{1}{10}$ bể. D. $\frac{1}{5}$ bể.

Câu 5. [TH] Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ I làm trong 3 giờ và người thứ II làm trong 6 giờ thì hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì người thứ I hoàn thành công việc trong

- A. 24 giờ. B. 48 giờ. C. 16 giờ. D. Đáp số khác.

Câu 6. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 1h 30 phút sẽ đầy bể.

Nếu mở vòi thứ I chảy trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ II chảy trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể. Vậy nếu vòi II chảy riêng thì sẽ đầy bể trong thời gian là

- A. $\frac{5}{2}$ giờ. B. $\frac{2}{5}$ giờ. C. $\frac{15}{4}$ giờ. D. $\frac{4}{15}$ giờ.

Câu 7. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không chứa nước thì sau 1h 20 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ I chảy trong 10 phút và mở vòi thứ II chảy trong 12 phút thì được $\frac{2}{5}$ bể. Vậy nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để vòi I, vòi II chảy đầy bể trong thời gian lần lượt là

- A. 4 giờ và 2 giờ. B. 2 giờ và 4 giờ. C. 3 giờ và 2 giờ. D. 4 giờ và 3 giờ.

Câu 8. [TH] Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 15 giờ rồi người thứ hai làm tiếp 6 giờ thì hoàn thành được 75% công việc. Hỏi nếu làm công việc đó một mình thì người thứ hai hoàn thành công việc trong thời gian là

- A. 25 giờ. B. 28 giờ. C. 24 giờ. D. 48 giờ.

Câu 9. [VD] Để hoàn thành công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì tổ I, tổ II sẽ hoàn thành công việc trong thời gian lần lượt là

- A. 10 giờ và 15 giờ. B. 15 giờ và 10 giờ. C. 15 giờ và 20 giờ. D. 20 giờ và 10 giờ.

Câu 10. [VD] Hai người thợ cùng làm một công việc. Nếu làm riêng, mỗi người làm một nửa công việc thì tổng thời gian hai người làm là 12,5 giờ. Nếu hai người cùng làm thì chỉ trong 6 giờ là hoàn thành công việc. Hỏi nếu làm riêng để hoàn thành công việc thì mất bao lâu?

- A. 7,5 giờ và 5 giờ. C. 8 giờ và 12 giờ. B. 10 giờ và 8 giờ. D. 15 giờ và 10 giờ.



Câu 11. [VD] Cho ba vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước. Biết vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy đầy bể trong 72 phút. Vòi thứ nhất và vòi thứ ba chảy đầy bể trong 63 phút. Vòi thứ hai và vòi thứ ba chảy đầy bể trong 56 phút. Hỏi vòi thứ hai chảy một mình đầy bể trong thời gian là

A. 168 phút. **B.** 120 phút. **C.** 126 phút. **D.** 110 phút.

Câu 12. [VDC] Cho ba vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước. Biết vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy đầy bể trong 72 phút. Vòi thứ nhất và vòi thứ ba chảy đầy bể trong 63 phút. Vòi thứ hai và vòi thứ ba chảy đầy bể trong 56 phút. Vậy cả ba vòi cùng chảy để đầy bể thì hết số thời gian là

A. 21 phút. **B.** 42 phút. **C.** 63 phút. **D.** 24 phút.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì sau 12 giờ xong. Nếu tổ I làm một mình trong 4 giờ; tổ II làm một mình trong 14 giờ thì cả hai tổ làm xong công việc. Khi đó

- a) Trong 1 giờ cả hai tổ làm chung được số phần công việc là $\frac{1}{12}$ (công việc).
 b) Thời gian tổ I làm một mình để hoàn thành xong công việc là 15 giờ
 c) Thời gian tổ II làm một mình để hoàn thành xong công việc là 60 giờ.
 d) Khi làm một mình để hoàn thành công việc thì tổ II hoàn thành sớm hơn so với tổ I là 45 giờ.

Câu 2. Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc thì đó thì đội I cần thời gian ít hơn đội II là 6 giờ. Nếu gọi thời gian đội I, đội II làm một mình để hoàn thành xong công việc lần lượt là x, y giờ thì ta có

- a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$.
 b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$.
 c) $x = y + 6$.
 d) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ x = y - 6 \end{cases}$.

Câu 3. Hai tổ cùng làm chung một công việc thì sau 4 giờ xong. Nếu tổ I làm một mình thì xong việc nhanh gấp đôi tổ II. Khi đó

- a) Thời gian hoàn thành công việc khi làm một mình của tổ I bằng một nửa thời gian tổ II hoàn thành công việc khi làm một mình.
 b) Một giờ cả hai tổ làm chung được số phần công việc là $\frac{1}{6}$ công việc.
 c) Thời gian tổ I hoàn thành công việc khi làm một mình là 8 giờ.
 d) Thời gian tổ II hoàn thành công việc khi làm một mình là 12 giờ.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy vào bể không chứa nước sau 6 giờ thì đầy bể. Sau khi hai vòi cùng chảy chung 2 giờ thì vòi II khóa lại, vòi I phải chảy trong 10 giờ thì đầy bể. Khi đó

- a) Cả hai vòi chảy chung thì được $\frac{1}{6}$ bể.
 b) Thực tế vòi I chảy trong 12 giờ, vòi II chảy trong 10 giờ.
 c) Để đầy bể thì vòi I chảy một mình trong 15 giờ
 d) Thời gian hai vòi chảy một mình để đầy bể là bằng nhau.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hai người làm chung sau k ngày thì hoàn thành công việc. Vậy mỗi ngày hai người làm chung được số phần công việc là?



Câu 2. [NB] Nếu thời gian người I, người II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày) thì trong người I làm riêng trong 5 ngày, người II làm riêng trong 12 ngày thì được tổng số phần công việc là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì bể sẽ đầy trong 4 giờ 48 phút. Người ta cho vòi I chảy trong 4 giờ rồi khóa vòi thứ nhất, vòi thứ hai tiếp tục chảy trong 2 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể. Thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Hai người cùng làm một công việc trong 1 ngày thì được $\frac{3}{10}$ công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 ngày và người thứ hai làm một mình trong 2 ngày thì mới được $\frac{4}{5}$ công việc. Hỏi người thứ hai làm một mình thì hết bao lâu mới hoàn thành công việc?

Câu 5. [VD] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một nửa công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

Câu 6. [VDC] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm chậm hơn B là 12 ngày.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Chú ý hai dạng toán cơ bản sau đây

☑ **Bài toán cơ bản 1:** Nếu hai người làm chung thì sau k ngày (giờ, phút,...) xong công việc.. Nếu người I làm một mình m ngày rồi nghỉ và người II làm tiếp n ngày (giờ, phút,...) nữa thì xong công việc. Hỏi nếu làm một mình để hoàn thành công việc mỗi người mất mấy ngày (giờ, phút,...)

☑ **Bài toán cơ bản 2:** Nếu hai người làm chung thì sau k ngày (giờ, phút,...) xong công việc. làm chung được m ngày thì người I nghỉ và người II làm tiếp n ngày (giờ, phút,...) nữa thì xong công việc. Hỏi nếu làm một mình thì để hoàn thành công việc mỗi người mất mấy ngày (giờ, phút,...)

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [TH]:

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì tổng số họ làm được 50% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình sẽ mất bao lâu thì xong công việc?

Ví dụ 2 [VD]:

Hai người thợ cùng làm một công việc thì sau 2 giờ 40 phút sẽ hoàn thành công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình và 3 giờ sau người thứ hai cùng vào làm thì mất 40 phút nữa mới hoàn thành. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình thì mấy giờ sẽ xong?

Ví dụ 3 [VDC]:

Hai người cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu người thứ I làm một mình trong 3 ngày rồi nghỉ thì người thứ hai hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì người thứ hai làm lâu hơn người thứ nhất là 9 ngày.

✓ **BÀI TẬP TỰ LUYỆN**



Bài 1. [TH] Hai công nhân làm chung một công việc thì mất 40 giờ. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành $\frac{2}{15}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì mất bao nhiêu giờ mới hoàn thành công việc?

Bài 2. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 4 giờ, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 3. [VD] Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình bao lâu xong công việc?

Bài 4. [VD] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 2 giờ 55 phút đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình mà đầy bể

❧HẾT❧



CHUYÊN ĐỀ 1: PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- A. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.
- B. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa
- C. Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.
- D. Bỏ hai viên bi trắng và ba viên bi vàng trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

Câu 2. [NB] Gieo một con xúc xắc. Phần tử nào sau đây không phải phần tử của không gian mẫu ?

- A. mặt 7 chấm.
- B. mặt 6 chấm.
- C. mặt 5 chấm.
- D. mặt 1 chấm.

Câu 3. [NB] Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 8.

Câu 4. [NB] Gieo một con xúc xắc và một đồng tiền . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 24.
- B. 12.
- C. 6.
- D. 8.

Câu 5. [TH] Gieo một con xúc xắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

- A. 6.
- B. 12.
- C. 18.
- D. 36.

Câu 6. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 9.
- B. 10.
- C. 11.
- D. 12.

Câu 7. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 90.
- B. 89.
- C. 80.
- D. 81.

Câu 8. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên chẵn có hai chữ số. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 49.
- B. 45.
- C. 46.
- D. 50.

Câu 9. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có hai chữ số. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 45.
- B. 46.
- C. 47.
- D. 48.



Câu 10. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số nguyên tố lẻ nhỏ hơn 20. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 11. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 20. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 12. [TH] Cho tập hợp A là tập các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập ra từ các chữ số 1; 2; 3. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp A . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 13. [TH] Cho tập hợp A là tập các số tự nhiên có hai chữ số được lập ra từ các chữ số 1; 2; 3. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp A . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 14. [TH] Cho tập hợp A là tập các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập ra từ các chữ số 0; 5; 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp A . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 15. [TH] Cho tập hợp A là tập các số tự nhiên có hai chữ số được lập ra từ các chữ số 0; 5; 7. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp A . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 16. [VD] Cho tập hợp A là tập các số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau được lập ra từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp A . Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 10. B. 15. C. 20. D. 30.

Câu 17. [VD] Gieo 3 đồng tiền xu là một phép thử ngẫu nhiên có số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 1. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 18. [VD] Xếp 4 quyển sách khác loại vào một kệ sách. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 4. B. 6. C. 12. D. 24.

Câu 19. [VD] Chọn một số chính phương nhỏ hơn 100. Không gian mẫu là:

- A. $\Omega = \{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$. B. $\Omega = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$.

- C. $\Omega = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 48; 64; 81\}$. D. $\Omega = \{0; 1; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$.

Câu 20. [VDC] Xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh. Số cách xếp chỗ ngồi là:

- A. 120. B. 60. C. 30. D. 15.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ Nhận biết phép thử và kết quả của phép thử



- ☒ Liệt kê các kết quả có thể xảy ra của phép thử
- ☒ Mô tả không gian mẫu của phép thử

BÀI TẬP MẪU

Bài 1. [NB] Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất. Quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 2. [TH] Bạn Long tung một đồng xu và bạn An gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 3. [TH] Tại một cửa hàng có bán 3 loại vở, bút bi và bút chì. Bạn Hồng muốn mua một quyển vở và một chiếc bút.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 4. [TH] Một hộp kín đựng 3 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước được đánh số 1; 4; 7. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp. Quan sát số của quả bóng được lấy ra.

Bài 5. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 6. [TH] Chọn ngẫu nhiên một số nguyên tố nhỏ hơn 50.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 7. [TH] Chọn một số chính phương có hai chữ số nhỏ hơn 100 và không chia hết cho 5.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 8. [TH] Xếp ngẫu nhiên ba quyển sách Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh trên một giá sách.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 9. [VD] Có hai nhóm học sinh: Nhóm I có ba học sinh là Nghĩa, Thịnh, Hiệp; nhóm II có ba học sinh là Linh, Vân, Tuyết. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm để làm lớp trưởng và lớp phó.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Bài 10. [VD] Xếp ngẫu nhiên bốn bạn Ánh, Bảo, Cường, Dương trên một chiếc ghế dài.



a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

CHUYÊN ĐỀ 2: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN TỚI PHÉP THỬ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Kết quả thuận lợi cho một biến cố liên quan đến phép thử.

Cho phép thử T . Xét biến cố E , ở đó việc xảy ra hay không xảy ra của E tùy thuộc vào kết quả của phép thử T . Kết quả của phép thử T làm cho biến cố E xảy ra gọi là **kết quả thuận lợi** cho E .

B. BÀI TẬP

DẠNG 1 Kết quả thuận lợi cho một biến cố liên quan đến phép thử.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Gieo một đồng xu có 2 mặt (mặt sấp và mặt ngửa) cân đối liên tiếp 2 lần. Số kết quả thuận lợi của biến cố A “ít nhất 1 đồng xu có mặt sấp”

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 2. [NB] Bạn Lan gieo một con xúc xắc liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

- A. 2. B. 4 C. 6. D. 36.

Câu 3. [NB] Bạn Hà gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần. Biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 7” có số kết quả thuận lợi là

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 4. [NB] Bạn Lan gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần. Biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 6” có số kết quả thuận lợi là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 12.

Câu 5. [TH] Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Số kết quả thuận lợi của biến cố “Con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 3 chấm” là

- A. 4. B. 5. C. 10. D. 6.

Câu 6. [TH] Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Số kết quả thuận lợi của biến cố “Có đúng 1 lần xuất hiện mặt 2 chấm” là

- A. 3. B. 10. C. 7. D. 6.

Câu 7. [TH] Gieo một đồng xu cân đối liên tiếp 2 lần. Số kết quả thuận lợi của biến cố cả 2 lần gieo xuất hiện mặt sấp là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Câu 8. [TH] Ba bạn An, Bình và Chi được xếp ngẫu nhiên trên một hàng ghế có 3 chỗ ngồi. Số kết quả thuận lợi của biến cố Bình và Chi không ngồi cạnh nhau là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 9. [VD] Trên một dãy phố có ba quán ăn sáng: Bún, Mỳ, Phở. Hai bạn Linh, Mai mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một quán. Số xác suất hai bạn cùng vào một quán là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 10. [VD] Có hai túi I và II. Túi I chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Túi 2 chứa 4 tấm thẻ 1; 2; 3; 4. Số kết quả thuận lợi để tích hai số ghi trên trên thẻ là một số lẻ là

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 11. [VD] Hai bạn Hoa và Hà chơi trò chơi: Hoa chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4; 5; 6; 7\}$. Hà chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8\}$. Bạn nào chọn số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn bằng nhau thì hòa. Số kết quả thuận lợi của biến cố “bạn Hà thắng cuộc” là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 12. [VDC] Một hộp đựng 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ trong hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai quả bóng được lấy ra. Số kết quả thuận lợi của biến cố “tích hai số ghi trên hai quả bóng là số nguyên tố” là

- A. 4. B. 5. C. 9. D. 6.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Gieo hai con xúc xắc.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 36 phần tử.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt bằng 11” là 3.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Tổng số chấm trên hai mặt là số chia hết cho 9” là 5.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Tích số chấm trên hai mặt là số nguyên tố” là 6.

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên ba bạn Anh, Bình, Chung vào một chiếc ghế dài.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 5 phần tử.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Bình ngồi giữa” là 2.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Chung không ngồi ngoài cùng bên phải” là 4.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Anh và Bình không ngồi cạnh nhau” là 3.

Câu 3. Bạn Minh lấy ngẫu nhiên từ một tấm thẻ trong hộp chứa các tấm thẻ A, B, C, D. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ một túi đựng hai quả cầu màu vàng và màu xanh.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 8 phần tử.



- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Bạn Hoa lấy được quả cầu màu xanh” là 5.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Bạn Minh rút được tấm thẻ A và bạn Hoa lấy được quả cầu màu vàng” là $\frac{1}{5}$.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Bạn Minh rút được tấm thẻ C” là 2.

Câu 4. Có hai túi A và B chứa năm tấm thẻ được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Rút ngẫu nhiên từ một túi ra 1 tấm thẻ và nhân hai số trên hai tấm thẻ với nhau.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 10 phần tử.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Kết quả là số lẻ” là $\frac{9}{25}$.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Kết quả là số chẵn” là 16.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “Kết quả là số chính phương” là 7.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con và quan sát giới tính của hai người con đó. Số kết quả thuận lợi của biến cố “ Gia đình có hai con đều là con gái” là:.....

Câu 2. [NB] Gieo một đồng xu cân đối liên tiếp 2 lần. Số kết quả thuận lợi của biến cố “ Trong hai lần gieo có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt sấp” là

Câu 3. [TH] Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Số kết quả thuận lợi của biến cố “ Hai con xúc xắc có tổng số chấm là 7” là

Câu 4. [TH] Có hai nhóm học sinh: nhóm 1 có 3 học sinh: Anh, Bảo, Chi. Nhóm 2 có 3 học sinh: Dung, Hà, Lam. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh ở mỗi nhóm thành đôi bạn cùng tiến. Số kết quả thuận lợi của biến cố “đôi bạn cùng tiến có bạn Hà” là

Câu 5. [VD] Có hai túi 1 và 2. Túi 1 chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Túi 2 chứa 5 tấm thẻ 1; 2; 3; 4; 5. Số kết quả thuận lợi để cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số giống nhau là

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Cho phép thử T . Xét biến cố E , ở đó việc xảy ra hay không xảy ra của E tùy thuộc vào kết quả của phép thử T . Kết quả của phép thử T **làm cho biến cố E xảy ra** gọi là **kết quả thuận lợi** cho E .

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tung một đồng xu cân đối, đồng chất 2 lần.

- a) Hãy mô tả không gian mẫu
- b) Xác định các quả thuận lợi cho biến cố
- A: “Xuất hiện 2 lần mặt ngửa”
- B: “Xuất hiện 1 lần mặt sấp, 1 lần mặt ngửa”
- C: “Xuất hiện ít nhất một lần mặt sấp”
- D: “Không xuất hiện mặt sấp nào”

Ví dụ 2 [TH]: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất.



- a) Mô tả không gian mẫu, tìm số phần tử của không gian mẫu.
- b) Tính số kết quả thuận lợi của các biến cố
A: “Xuất hiện hai mặt có số chấm đề là số lẻ”;
B: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc lớn hơn 10”.
C: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”
D: “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 2 chấm”
E: “Tích số chấm trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 4”

Ví dụ 3 [TH]: Cho hai túi I và II, mỗi túi chứa 3 tấm thẻ được ghi các số 2; 6; 7. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và ghép thành số có hai chữ số với chữ số trên tấm thẻ rút từ túi I là chữ số hàng chục. Tính các kết quả thuận lợi của các biến cố sau:

- a) A: “Số tạo thành chia hết cho 3”;
- b) B: “Số tạo thành là số nguyên tố”;
- c) C: “Số tạo thành là số lẻ”.

Ví dụ 4 [VD]: Một nhà hát có 12 dãy ghế ký hiệu là A; B; C; D; E; F; G; H; I; K; L; M. Mỗi dãy ghế gồm 15 ghế đánh số từ 1 đến 15. Mỗi chỗ ngồi có ký hiệu là dãy ghế - số ghế (ví dụ A-1). Chọn ngẫu nhiên một chiếc ghế trong nhà hát. Số các kết quả thuận lợi cho biến cố

- a) A: “ Ghế được chọn thuộc ghế hàng A hoặc B và số là số lẻ”;
- b) B: “Ghế được chọn là ghế thuộc các hàng G, H, I, K, M và là số chính phương”;

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

- a) Tìm số phần tử không gian mẫu Ω gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố A: “Số tự nhiên được viết ra là số chia hết cho 13”.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố B: “Số tự nhiên được viết ra là số chính phương”.

Bài 2. [TH] Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất.

- a) Tìm số phần tử của không gian mẫu.
- b) Số kết quả thuận lợi của các biến cố:
A: “Xuất hiện hai mặt có số chấm cùng chia hết cho 3”;
B: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 5”.
C: “ Tích số chấm trên 2 con xúc xắc là số lẻ”

Bài 3. [TH]). Bạn Mai gieo một đồng xu cân đối và bạn Mạnh tung một con xúc xắc 6 mặt cân đối. Số các kết quả thuận lợi của các biến cố sau:

- A: “Số chấm nhận được là số nguyên tố”
- B: “Nhận được mặt ngựa và số chấm nhận được lớn hơn 4”;
- C: “Xuất hiện mặt sấp và không xuất hiện 4 chấm”.

Bài 4. [TH] Có hai túi 1 và 2. Túi 1 chứa 6 tấm thẻ, đánh số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Túi 2 chứa 5 tấm thẻ 1; 3; 6; 8; 9. Tìm số kết quả thuận lợi của biến cố A “cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số giống nhau”.



Bài 5. [TH] Bạn Huy lấy ngẫu nhiên từ một tấm thẻ trong hộp chứa các tấm thẻ A, B, C, D . Bạn Hà lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ một túi đựng ba quả cầu 1 màu vàng, 1 màu xanh, 1 màu Hồng. Số các kết quả thuận lợi của các biến cố

- a) A “ Huy lấy được thẻ chữ B ”
- b) B “ Hà lấy được quả cầu màu xanh”
- c) C “ Huy lấy được thẻ chữ A và Hà không lấy được quả cầu màu xanh”

Bài 6. [VD] Có hai nhóm học sinh: nhóm 1 có 3 học sinh: An, Bình, Chi. Nhóm 2 có 3 học sinh: Dũng, Hoa, Linh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh ở mỗi nhóm thành đôi bạn cùng tiến. Tính số kết quả thuận lợi của biến cố A “đôi bạn cùng tiến có bạn Hoa” và biến cố B “đôi bạn cùng tiến không có bạn Hoa”

Bài 7. [VD] Một hộp đựng 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ trong hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai quả bóng được lấy ra. Số kết quả thuận lợi của biến cố “tích hai số ghi trên hai quả bóng là số nguyên tố” là

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 6.



CHUYÊN ĐỀ 3: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ MÔ HÌNH XÁC SUẤT ĐƠN GIẢN

DẠNG 1: TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN ĐẾN PHÉP THỬ KHI CÁC KẾT QUẢ ĐỒNG KHẢ NĂNG

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Câu 1. [NB]

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 2. [NB] Gieo đồng thời hai đồng xu cân đối và đồng chất I và II. Xác suất để được cả hai mặt đều Sấp là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 3. [NB] Chọn ngẫu nhiên một gia đình sinh hai con. Xác suất để gia đình có con trai là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 4. [NB] Bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5. Xác suất rút được tấm thẻ ghi số lẻ là:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 5. [TH] Một bình chứa 6 viên bi, trong đó có 2 bi xanh, 2 bi đỏ và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu là

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 6. [TH] Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

- A. $\frac{9}{30}$. B. $\frac{12}{30}$. C. $\frac{10}{30}$. D. $\frac{6}{30}$.

Câu 7. [TH] Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối và đồng chất I và II. Xác suất để tổng số chấm trên hai con xúc sắc bằng 4 là:

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{2}{36}$.

Câu 8. [TH] Trên một tuyến phố có 3 cửa hàng A, B, C bán sách. Hai bạn An và Bình mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một cửa hàng để mua sách. Tính xác suất để cả hai bạn cùng vào một cửa hàng?



A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9. [VD] Có hai túi I và II. Túi I chứa 4 tấm thẻ đánh số 1; 2; 3; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là:

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{4}{21}$.

Câu 10. [VD] Có hai túi I và II. Túi I chứa 4 tấm thẻ đánh số 1; 2; 3; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để tích hai tấm thẻ rút ra nhỏ hơn 5 là:

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{8}{20}$.

D. $\frac{9}{20}$.

Câu 11. [VD] Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2cm, 4cm, 6cm, 8cm và 10cm. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{9}{10}$

C. $\frac{7}{10}$

D. $\frac{4}{5}$

Câu 12. [VDC] Một hộp có 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Rút ngẫu nhiên hai thẻ, tìm xác suất của biến cố “Tích hai số trên thẻ là một chính phương”

A. $\frac{4}{406}$.

B. $\frac{10}{435}$.

C. $\frac{14}{435}$.

D. $\frac{50}{406}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Việc tính xác suất của một biến cố E gồm các bước sau:

- Bước 1. Mô tả không gian mẫu của phép thử. Từ đó xác định số phần tử của không gian mẫu Ω .
- Bước 2. Chứng tỏ các kết quả thuận lợi của phép thử là đồng khả năng.
- Bước 3. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố E. Từ đó xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố E.
- Bước 4. Lập tỉ số giữa số phần tử của không gian mẫu Ω với số kết quả thuận lợi cho biến cố E.

Câu 2. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cảnh đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cảnh đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cảnh đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người được phỏng vấn.

a) Xác suất để người đó mua cảnh đào hoặc cây quất là $\frac{19}{25}$

b) Xác suất để người được chọn mua cảnh đào và không mua cây quất là $\frac{11}{25}$



Câu 3. Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2; 3; 4. Túi II chứa 2 tấm thẻ, đánh số 5; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Gọi biến cố A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị". Các khẳng định sau Đúng hay Sai:

- a) Các kết quả có thể xảy ra ở trên là không đồng khả năng.
- b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3$
- d) Xác suất biến cố A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị" là $P(A) = \frac{1}{3}$

Câu 4. Một cuộc thi bắn cung có 20 người tham gia. Trong lần bắn đầu tiên có 18 người bắn trúng mục tiêu. Trong lần bắn thứ hai có 15 người bắn trúng mục tiêu. Trong lần bắn thứ ba chỉ có 10 người bắn trúng mục tiêu.

- a) Số người bắn trượt mục tiêu lần đầu là 2.
- b) Số người bắn trượt mục tiêu lần thứ hai là 6.
- c) Số người bắn trượt mục tiêu trong lần bắn thứ nhất và thứ hai là 8.
- d) Số người bắn trúng mục tiêu trong cả ba lần bắn ít nhất là 3.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hai bạn nam Hùng, Dũng và hai bạn nữ Dung, Nguyệt tham gia đội văn nghệ của lớp 9A. Cô giáo phụ trách đội chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.

- a) Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca?
- b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

B: "Trong hai bạn được chọn ra, có một bạn nam và một bạn nữ"

C: "Trong hai bạn được chọn ra, có bạn Nguyệt"

Câu 2. [NB] Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp".

Tính xác suất của biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia cho 7 dư 1"?

Câu 3. [TH] Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó.

- a) Có bao nhiêu cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện?
- b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

R: "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ"?

T: "Trong 2 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ"?



Câu 4. [TH] Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 52; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 19 và nhỏ hơn 51”.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]:

Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau: A: “Không có con xúc xắc nào xuất hiện mặt 6 chấm”

Ví dụ 2 [TH]: Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 10”;

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 hoặc 9”;

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 5”.

Ví dụ 3 [TH]: Hai bạn Mai và Lan chơi một trò chơi như sau: Mai chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Lan chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4; 5; 7; 8; 9; 11\}$.

Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hoà. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: “Bạn Mai thắng”;

b) B: “Bạn Lan thắng”.

Ví dụ 4 [VD]: Đội văn nghệ của lớp 9A có 3 bạn nam và 3 bạn nữ. Cô giáo phụ trách đội chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca. Tính xác suất của biến cố T: “Trong hai bạn được chọn ra, có một bạn nam và một bạn nữ”.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Một hộp có 25 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 2, 4, 6, ..., 48, 50; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 26”?

Bài 2. [TH] Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1 000.

Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 100”;

B: “Số tự nhiên được viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.

Bài 3. [VD] Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1 000.

Tính xác suất của biến cố B: “Số tự nhiên được viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.

Bài 4 [VD] Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ, ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ và một điểm tô màu xanh (trong năm điểm đó) để nối thành một đoạn thẳng. Tính xác suất của biến cố P: “Trong hai điểm được chọn ra, có điểm A”.





DẠNG 2: BÀI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN ĐẾN PHÉP THỬ

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Bạn Giang gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất của biến cố “Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 5 chấm” là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 2. [NB] Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử:

- A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.

Câu 3. [NB] Có hai hộp đựng thẻ. Hộp 1 đựng 6 thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 6, hộp 2 đựng 5 thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 5. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một thẻ. Gọi A là biến cố: “Lần đầu lấy được thẻ ghi số 6”. Số phần tử của biến cố A là

- A. 6. B. 10. C. 15. D. 5.

Câu 4. [NB] Một lớp học có 18 học sinh nam và 11 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp đó. Tính xác suất của biến cố chọn được một học sinh nam.

- A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{11}{39}$. D. $\frac{7}{13}$.

Câu 5. [TH] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 6. [TH] Từ một hộp chứa 4 viên bi đỏ và 6 viên bi trắng lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Xác suất để lấy được bi đỏ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 7. [TH] Một nhóm học sinh gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đi lên bảng làm bài tập. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8. [TH] Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là

- A. $\frac{4}{16}$. B. $\frac{6}{16}$. C. $\frac{2}{16}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 9. [TH] Một hộp kín chứa 3 quả bóng xanh và 5 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên trong hộp một quả bóng. Xác suất để lấy được quả bóng màu đỏ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.



Câu 10. [TH] Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để kết quả của hai lần gieo là như nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 11. [VD] Một hộp có 25 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 2, 4, 6, ..., 48, 50; hai thẻ khác nhau thì viết hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 26” là:

A. $\frac{14}{25}$.

B. $\frac{13}{25}$.

C. $\frac{12}{25}$.

D. $\frac{24}{25}$.

Câu 12. [VD] Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất của biến cố “Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số lẻ” là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 13. [VD] Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là:

A. $\frac{12}{216}$.

B. $\frac{3}{126}$.

C. $\frac{6}{216}$.

D. $\frac{1}{216}$.

Câu 14. [VD] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Xác suất để mặt có số chấm lẻ xuất hiện là

A. 0,3.

B. 0,5.

C. 0,4.

D. 0,2.

Câu 15. [VD] Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 35. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{6}{35}$.

D. $\frac{3}{17}$.

Câu 16. [VD] Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để kết quả của hai lần gieo là như nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 17. [VD] Tung một đồng xu 3 lần. Xác suất đồng xu xuất hiện 2 lần mặt ngửa và một lần mặt sấp là:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 18. [VD] Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng số chấm trong hai lần gieo nhỏ hơn 6.



A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{11}{36}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Câu 19. [VDC] Bạn Mai có 8 chiếc váy màu khác nhau và 8 túi xách màu khác nhau là xanh, đỏ, tím, vàng, hồng, trắng, đen, nâu. Mai thường phối đồ theo nguyên tắc chọn váy màu xanh thì không mang túi xách màu đỏ. Một buổi sáng cuối tuần, Mai có hẹn đến nhà bạn chơi, vì vội nên bạn chọn ngẫu nhiên một chiếc váy và một túi xách theo thói quen phối đồ thường ngày. Số phần tử của không gian mẫu?

A. 7.

B. 56.

C. 63.

D. 64.

Câu 20. [VDC] Một túi chứa 3 viên bi màu xanh và một số viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Luân lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được viên bi màu xanh” là 0,6. Hỏi trong túi có tổng bao nhiêu viên bi?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Nền ẩm thực Việt Nam được đánh giá cao trên thế giới, thu hút nhiều người sành ăn trong nước và quốc tế. 16 món ngon đặc sắc đến từ các tỉnh, thành phố được chọn ra như sau: phở Thìn (Hà Nội), bánh đa kê (Bắc Ninh), bánh đậu xanh (Hải Dương), bún cá cay (Hải Phòng), gà đồi Yên Thế (Bắc Giang), nộm da trâu (Sơn La), thắng cố (Lào Cai), miến lươn (Nghệ An), cơm hến (Huế), cá mực nhảy (Hà Tĩnh), bánh mì Hội An (Quảng Nam), sủi cảo (TP Hồ Chí Minh), bánh canh Trảng Bàng (Tây Ninh), cá lóc nướng (Cần Thơ), cơm dừa (Bến Tre), gỏi cá (Kiên Giang).

a) Miến lươn là món ngon được chọn thuộc Tỉnh Nghệ An

b) Cá mực nhảy món ngon được chọn thuộc Tỉnh Hà Tĩnh

c) $\frac{5}{16}$ là xác suất: “Món ngon được chọn thuộc miền Nam”.

d) $\frac{7}{16}$: “Món ngon được chọn thuộc miền Trung”.

Câu 2. Các kết quả của mỗi phép thử sau là đồng khả năng xảy ra:

a) Rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10.

b) Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ danh sách lớp.

c) Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ một hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 8 viên bi trắng rồi quan sát màu của nó, biết rằng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng.

d) Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất.

Câu 3. Một chiếc hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 3; 5; 6; 7; 9. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Cho biến cố sau:

A: “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ chia hết cho 3”;



B: “Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ lớn hơn 13”.

- a) Xác suất biến cố A là 0,9
- b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B.
- c) Xác suất biến cố B là 0,3
- d) Biến cố A có khả năng xảy ra cao hơn biến cố B.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Hãy thực hiện hành động: Tung một đồng xu một lần.

Xét phép thử “Tung một đồng xu một lần”. Viết tập hợp Ω (đọc là ô-mê-ga) gồm các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu.

Câu 2. [NB] Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 4; 7; 9. Bạn Khuê và bạn Hương lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ”;

Câu 3. [TH] Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 4; 7; 9. Bạn Khuê và bạn Hương lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

C: “Số ghi trên tấm thẻ của bạn Khuê nhỏ hơn số ghi trên tấm thẻ của bạn Hương”.

Câu 4. [TH] Một chiếc hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 1 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Dung lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi. a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Tính xác suất của biến cố sau: A: “Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng”.

Câu 5. [VD] Bạn Thắng có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n . Bạn Thắng rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số là 0,18. Hỏi bạn Thắng có bao nhiêu tấm thẻ?

Câu 6. [VDC] Một hộp chứa 3 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 5; 10; 15. Lấy lần lượt 3 tấm thẻ từ hộp 1 cách ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố “Lần lấy thứ hai có thẻ số 10”

Câu 7. [VDC] Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau: A: “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”; B: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc lớn hơn 8”. Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?



CHUYÊN ĐỀ: ON TẬP XÁC SUẤT THÔNG KE

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB]

A. 4. B. 6. C. 8. D. 16.

A. 6. B. 8. C. 4. D. 3.

A. 24. B. 12. C. 6. D. 8.

A. 36. B. 216. C. 18. D. 108.

A. 0. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 6. [TH] Trong một trò chơi điện tử, người chơi cần chọn một số từ 1 đến 10. Xác suất để người chơi chọn được số 7 bằng:

A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 7. [TH] Một công ty có 3 nhân viên nam và 2 nhân viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên để cử đi công tác. Xác suất để chọn được nhân viên nữ bằng:

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8. [TH] Một hộp có 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng. Xác suất để lấy được quả bóng có số chẵn là:

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 9. [TH] Gieo một con súc sắc cân đối. Xác suất của biến cố "số chấm xuất hiện là số chẵn" bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 10. [TH] Trong một kỳ thi trắc nghiệm, thí sinh A làm đúng 30 câu trong số 50 câu hỏi. Xác suất để thí sinh A chọn sai câu trả lời đầu tiên là:

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 11. [TH] Trong một hộp bút chì có 20 chiếc bút chì màu đỏ, 30 chiếc bút chì màu xanh và 10 chiếc bút chì màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút chì. Xác suất để lấy được chiếc bút chì màu không phải màu đỏ bằng:



A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 12. [TH] Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:

A. 0.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 13. [TH] Một túi đựng bốn viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi. Xác suất để tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3” là:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Câu 14. [VDC] Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Khi tính xác suất của biến cố “Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh”, ta được kết quả

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 15. [NB] Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

a) $\{NN, NS, SN, SS\}$

b) $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

c) $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

d) $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Câu 16. [TH] Tung một con xúc xắc 6 mặt. Biến cố D là biến cố "số chấm xuất hiện nhỏ hơn 4". Xác suất của biến cố D là:

a) $\frac{1}{3}$.

b) $\frac{1}{2}$.

c) $\frac{2}{3}$.

d) $\frac{5}{6}$.

Câu 17. [VDC] Một cuộc thi bắn cung có 20 người tham gia. Trong lần bắn đầu tiên có 18 người bắn trúng mục tiêu. Trong lần bắn thứ hai có 15 người bắn trúng mục tiêu. Trong lần bắn thứ ba chỉ có 10 người bắn trúng mục tiêu.

a) Số người bắn trượt mục tiêu lần đầu là 2.

b) Số người bắn trượt mục tiêu lần thứ hai là 6.

c) Số người bắn trượt mục tiêu trong lần bắn thứ nhất và thứ hai là 8.

d) Số người bắn trúng mục tiêu trong cả ba lần bắn ít nhất là 3.

Câu 18. [VDC] Một cuộc thi đua ngựa có 22 người tham gia. Trong lần thi đầu tiên có 20 người về đích không phạm luật. Trong lần thi thứ hai có 17 người về đích không phạm luật. Trong lần thi thứ ba chỉ có 12 người về đích không phạm luật.

a) Số người không về đích thành công lần thi đầu tiên là 2.

b) Số người không về đích thành công lần thi thứ hai là 6.

c) Số người không về đích thành công trong lần thi thứ nhất và thứ hai là 8.



d) Số người bắn trúng mục tiêu trong cả ba lần bắn ít nhất là 3.

Câu 19. [TH] Tung một đồng xu hai lần liên tiếp. Xác suất của biến cố “Kết quả hai lần tung khác nhau” là?

Câu 20. [NB] Tung một đồng xu hai lần. Xác suất để mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần bằng bao nhiêu

Câu 21. [TH] Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp. Xác suất của biến cố “Tích số chấm trong hai lần gieo là số chẵn” bằng bao nhiêu.

Câu 22. [VD] Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất để “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc không nhỏ hơn 10” là bao nhiêu?

Câu 23. [VD] Có hai túi I và II. Túi I chứa bốn tấm thẻ, đánh số 1;2;3;4. Túi II chứa năm tấm thẻ ghi số 1;2;3;4;5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là bao nhiêu?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. [NB] Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

1. Mô tả không gian mẫu.

2. Xác định các biến cố:

A : “Số lần gieo không vượt quá ba”

B : “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”

Bài 2. [TH] Có hai túi I và II. Túi I chứa hai tấm thẻ, đánh số 1;2. Túi II chứa ba tấm thẻ, đánh số 3;4;5. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị”

B: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn 2 đơn vị”

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”

D: “Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố”

Bài 3. [TH] Hai bạn Minh và Huy chơi một trò chơi như sau: Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5;6;7;8;9;10\}$ Huy chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4;5;7;8;9;11\}$. Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hòa. Tính xác suất của các biến cố sau:

a)A: “Bạn Minh thắng”

b)B: “Bạn Huy thắng”

Bài 4. [TH] Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

Bài 5. [TH] Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 10”

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 9 hoặc 11”

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 5”

Bài 6. [VD] Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là màu vàng và màu xanh tương ứng với hai loại gen là gen trội A và gen lặn a. Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là hạt trơn



và hạt nhăn tương ứng với hai loại gen là gen trội B và gen lặn b. Biết rằng ,cây con lấy ngẫu nhiên một gen từ cây bố và một gen từ cây mẹ. Phép thử là cho lai hai loại đậu Hà lan , trong đó cả cây bố và cây mẹ đều có kiểu gen là (Aa, Bb) và kiểu hình là hạt màu vàng và trơn. Giả sử các kết quả có thể là đồng khả năng. Tính xác suất để cây con cũng có kiểu hình là hạt màu vàng và trơn.

Câu 7. [VD] Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu

Bài 8. [VDC] Có năm đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2;4;6;8;10(cm) . Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tính xác suất của biến cố E: “Ba đoạn thẳng được lấy ra lập thành ba cạnh của một tam giác”

Bài 9. [VDC] Trong một công ty có 40 nhân viên, trong đó có 19 người thích chơi bóng bàn, 20 người thích chơi cầu lông, 8 người không thích chơi cả cầu lông và bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty đó. Tính xác suất để người đó:

- a) Thích chơi ít nhất một trong hai môn bóng bàn và cầu lông.
- b) Thích chơi cầu lông và không thích chơi bóng bàn.
- c) Thích chơi bóng bàn và không thích chơi cầu lông.
- d) Thích chơi đúng một trong hai môn.

Bài 10. [VDC] Một con súc sắc không đồng chất sao cho mặt bốn chấm xuất hiện nhiều gấp 3 lần mặt khác, các mặt còn lại đồng khả năng. Tìm xác suất để xuất hiện một mặt chẵn

❧HẾT❧

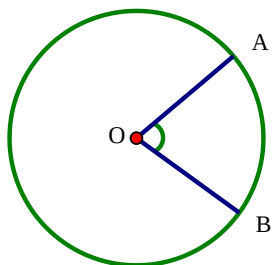


CHUYÊN ĐỀ 1: GÓC NỘI TIẾP

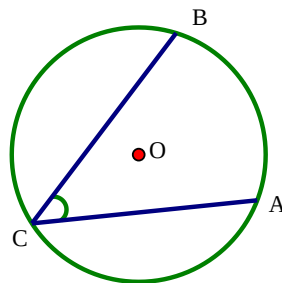
PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

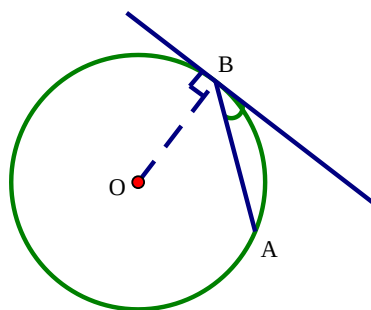
Câu 1: [NB] Hình nào dưới đây biểu diễn góc nội tiếp?



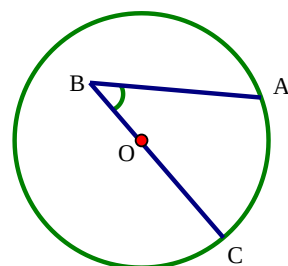
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

Câu 2. [NB] Góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng 90° có số đo:

A. Bằng nửa số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.

B. Bằng số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

C. Bằng số đo cung bị chắn.

D. Bằng nửa số đo cung lớn.

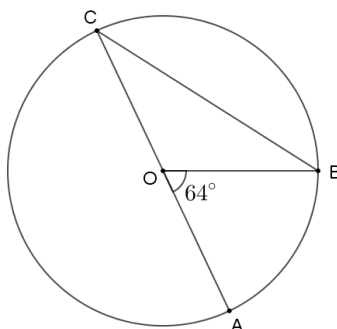
Câu 3: [NB] Cho $AOB = 64^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung AB là

A. 30° .

B. 64° .

C. 32° .

D. 116° .



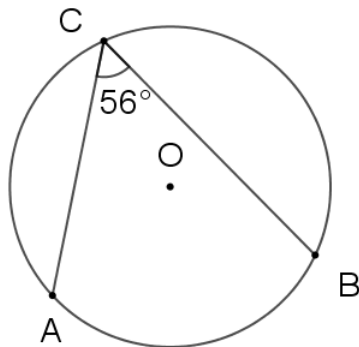
Câu 4: [NB] Khẳng định nào sau đây là sai?



- A. Trong một đường tròn, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông
- B. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau
- C. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau
- D. Trong một đường tròn, hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung

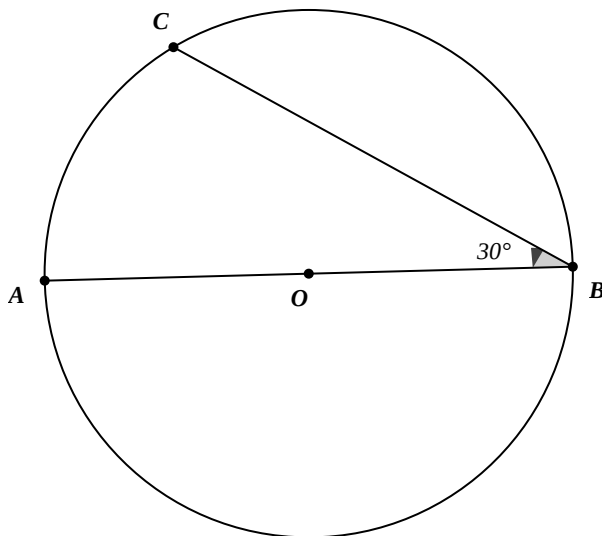
Câu 5: [TH] Cho $\angle ACB = 56^\circ$ như hình vẽ. Số đo của góc OAB là

- A. 28° .
- B. 56° .
- C. 112° .
- D. 34° .



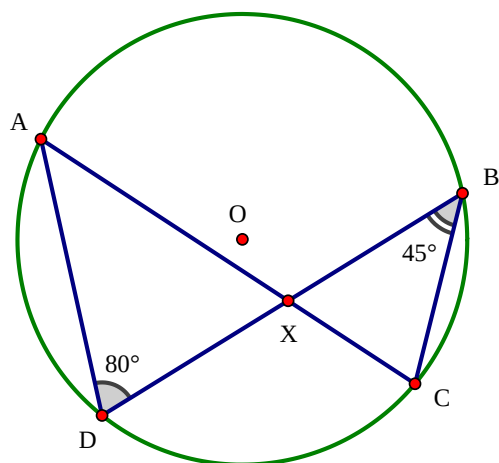
Câu 6: [TH] Cho đường tròn đường kính AB . Biết $\angle ABC = 30^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung BC là

- A. 60° .
- B. 80° .
- C. 100° .
- D. 120° .

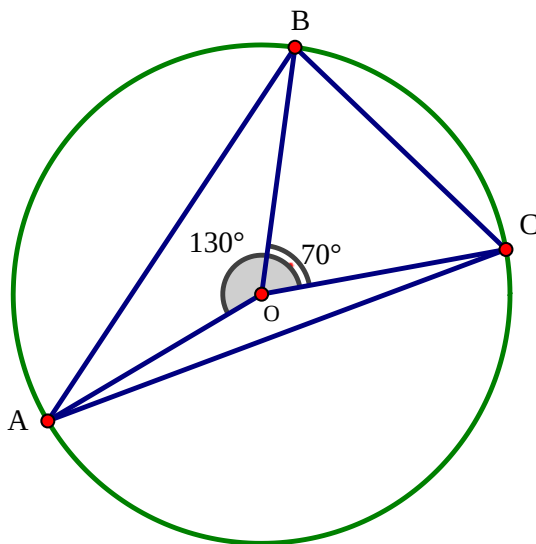


Câu 7: [TH] Cho đường tròn (O) và hai dây cung AC , BD cắt nhau tại X (hình vẽ dưới đây). Biết $\angle ADB = 80^\circ$; $\angle DBC = 45^\circ$, số đo góc AXB là

- A. 80° .
- B. 85° .
- C. 120° .
- D. 125° .



Câu 8: [TH] Cho các điểm như hình vẽ. Biết rằng $AOB = 130^\circ$; $BOC = 70^\circ$. Số đo của các góc ABC ; BAC ; ACB lần lượt là



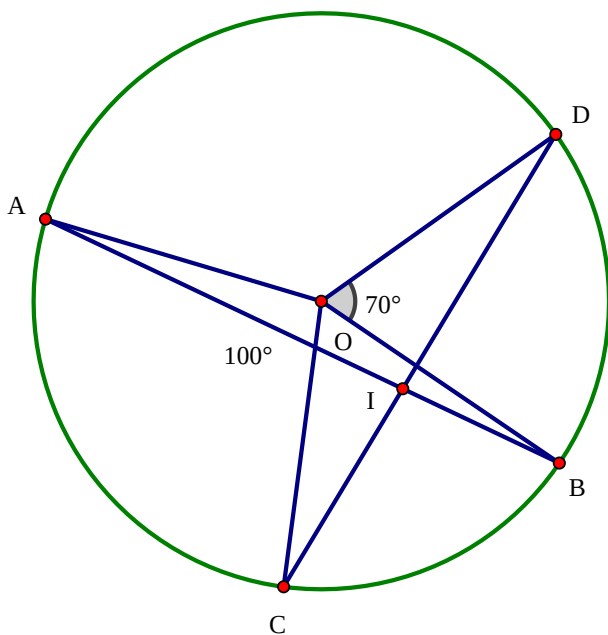
A. 80° ; 35° ; 65° .

B. 70° ; 35° ; 75° .

C. 65° ; 35° ; 80° .

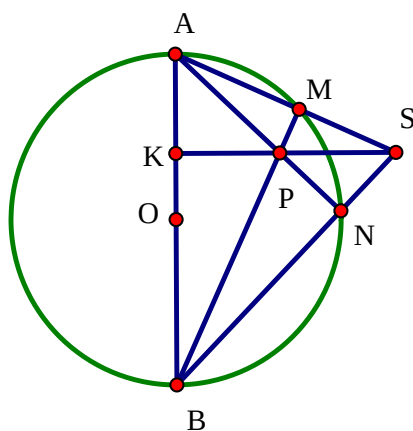
D. 35° ; 70° ; 75° .

Câu 9: [VD] Cho đường tròn (O) và hai dây cung AB , CD cắt nhau tại điểm I nằm trong (O) (Hình vẽ dưới đây). Biết rằng $AOC = 60^\circ$; $BOD = 80^\circ$. Số đo góc AID là



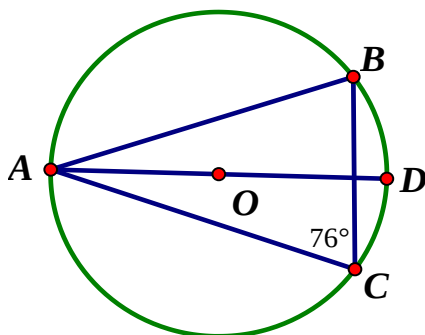
- A. 85° . B. 140° . C. 30° . D. 95° .

Câu 10: [VD] Cho đường tròn (O) , đường kính AB và điểm S nằm ngoài (O) . Cho hai đường thẳng, SB lần lượt cắt (O) tại M (khác A) và N (khác B). Gọi P là giao điểm của BM và AN (hình vẽ). Biết rằng SP kéo dài cắt AB tại K . Số đo SKB là



- A. 85° . B. 90° . C. 100° . D. 95° .

Câu 11: [VD] Cho hình vẽ, biết AD là đường tròn đường kính của (O) , $ACB = 76^\circ$. Số đo BAD bằng





A. 7° .

B. 21° .

C. 14° .

D. 28° .

Câu 12: [VDC] Cho đường tròn (O) , đường kính AB , điểm M thuộc đường tròn. Gọi C là điểm đối xứng với A qua M . Gọi N là giao điểm của CB với (O) . Phát biểu nào sau đây sai?

A. $OM \parallel CB$

B. $OM \perp AN$

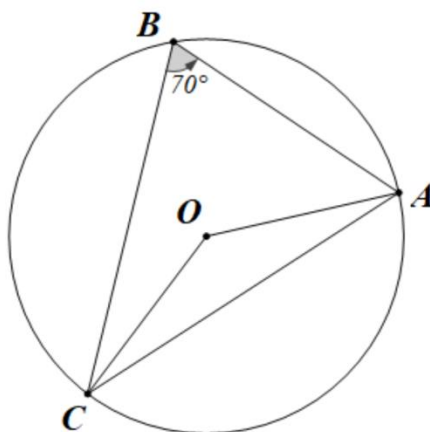
C. $AN \perp BC$

D. $OM \perp AC$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình vẽ, biết $\angle ABC = 70^\circ$ và số đo cung AB bằng 60° . Trong mỗi ý a), b), c), d) ở dưới đây, thí sinh chọn đúng hoặc sai.



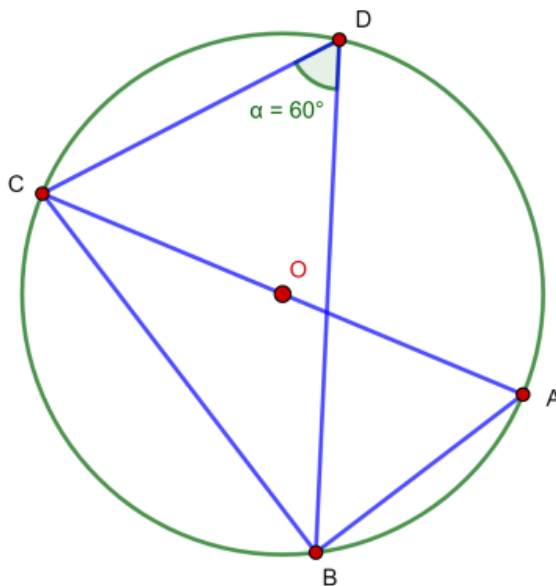
a. [NB] Góc ABC là góc nội tiếp chắn cung AC của đường tròn (O) .

b. [TH] Số đo cung AC bằng 70° .

c. [TH] Số đo góc ACB bằng 30° .

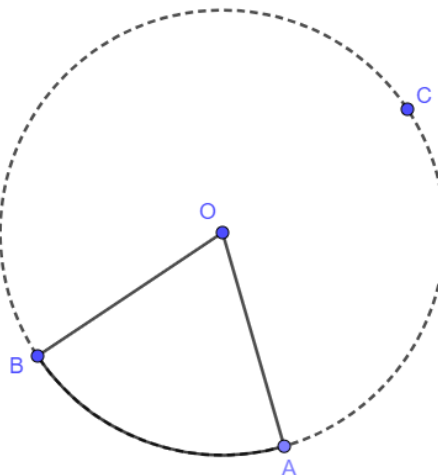
d. [VD] Số đo cung BC bằng 160° .

Câu 2. Trong hình bên, biết AC là đường kính, $\angle BDC = 60^\circ$.



- a. **[NB]** Góc BDC là góc nội tiếp chắn cung BC của đường tròn (O) .
- b. **[TH]** Số đo cung BC bằng 60° .
- c. **[TH]** Số đo góc BAC bằng 60°
- d. **[TH]** Số đo góc ACB bằng 60°

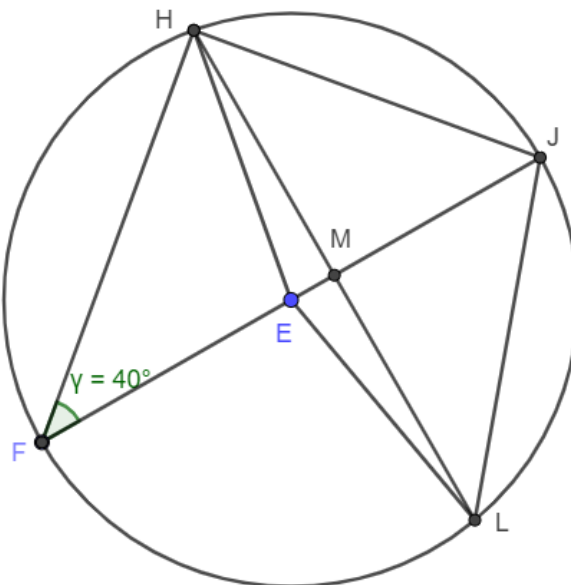
Câu 3. Cho đường tròn (O) và các điểm A, B, C như hình vẽ dưới đây. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở dưới đây, thí sinh chọn đúng hoặc sai.



- a) **[NB]**. Hai điểm A, B chia đường tròn (O) thành 2 cung, cung nhỏ là ACB .
- b) **[NB]**. Hai điểm A, B chia đường tròn (O) thành 2 cung, cung nhỏ là cung nằm trong AOB .
- c) **[TH]**. Số đo cung AB bằng số đo góc ở tâm chắn cung đó.
- d) **[VD]**. Số đo AB bằng số đo AOB



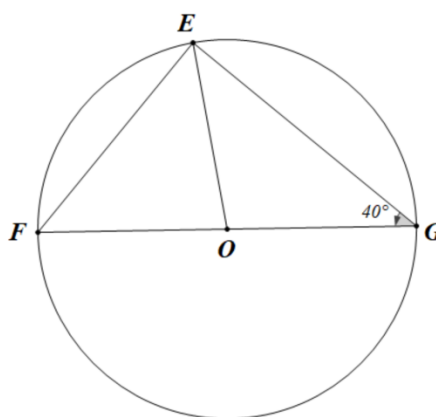
Câu 4. Cho đường tròn (E) và các điểm F, H, J, L trên đường tròn, HL vuông góc với FJ tại M , E nằm trên FJ , $HEJ = \gamma = 40^\circ$ (như hình vẽ dưới đây). Trong mỗi ý a), b), c), d) ở dưới đây, thí sinh chọn đúng hoặc sai.



- a) [NB]. Số đo HEJ là 80° .
- b) [TH]. Số đo HLJ là 30° .
- c) [VD]. Số đo EHL là 10° .
- d) [VD]. Số đo FEL là 80° .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

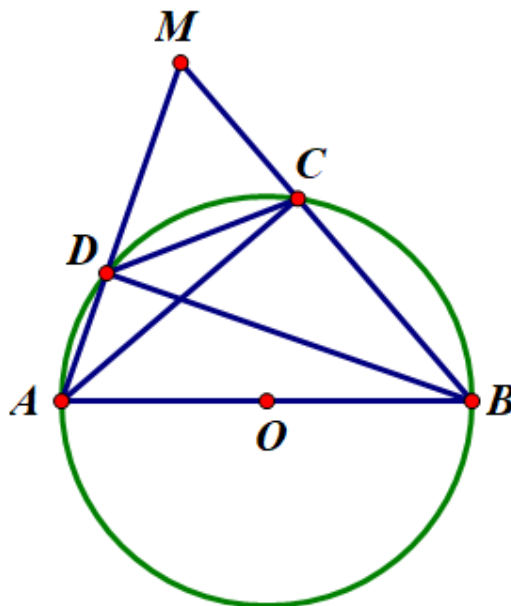
Câu 1. [NB] Cho hình vẽ, biết $EGF = 40^\circ$. Số đo của cung EF là



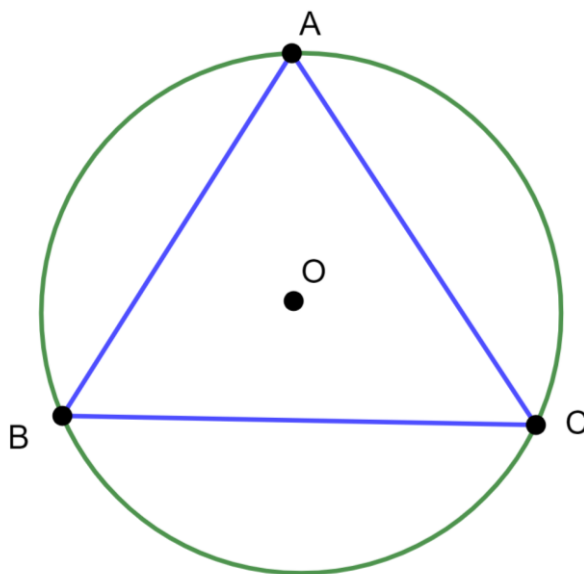
Câu 2. [NB] Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) , biết góc $C = 45^\circ$. Khi đó góc AOB bằng



Câu 3. [TH] Cho đường tròn tâm O đường kính AB ; M là điểm ở ngoài đường tròn. Gọi C, D lần lượt là giao điểm của MB, MA với đường tròn, biết $\widehat{CD} = 60^\circ$ (Như hình vẽ). Số đo $\widehat{AMB}$ bằng



Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung BC nhỏ là



Câu 5. [VD] Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và $AB < AC$. Lấy điểm M thuộc cung BC không chứa điểm A . Vẽ MH, MK lần lượt vuông góc với BC, AC . Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt (O) tại N . Gọi E là giao điểm của BC và MN . Giả sử $AC = 8,15\text{cm}; MK = 4\text{cm}; MH = 1,46\text{cm}$. Khi đó E cách B một khoảng có độ dài là bao nhiêu ? (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Câu 6. [VDC] Cho $\triangle ABC$ cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . Biết độ dài 2 cạnh bên của $\triangle ABC$ là $6,11\text{cm}$. M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC sao cho $AM = 5,02\text{cm}$. Tia AM cắt BC tại N . Tính độ dài đoạn AN (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN



Ví dụ 1. Cho ΔABC , tia phân giác của A cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại D , Gọi E là giao điểm của BC và AD . Chứng minh rằng

- a) **[NB]** $ABC = ADC$
- b) **[NB]** $\Delta AEB \sim \Delta ACD$
- c) **[TH]** $AB.CD = AD.EB$
- d) **[TH]** $AB.CD + AC.BD = AD.BC$.

Ví dụ 2. Cho (O) có hai dây $MA \perp MB$. Gọi I, K lần lượt là điểm chính giữa các cung nhỏ MA, MB

- a) **[NB]** Chứng minh ba điểm A, O, B thẳng hàng
- b) **[TH]** Gọi P là giao điểm của AK và BI . Chứng minh P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MBA .

Ví dụ 3. Cho đường tròn $(O; R)$ một dây $AB < 2R$. Gọi M là một điểm chính giữa cung nhỏ AB . Kẻ dây MC, MD (biết C, D thuộc cung lớn AB và C nằm trên cung AD) lần lượt cắt AB tại E, F . Chứng minh rằng

- a) **[NB]** $MCA = MAB$
- b) **[TH]** $ME.MC = MA^2$
- c) **[TH]** $ME.MC = MF.MD$

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH và nội tiếp đường tròn tâm O , đường kính AM .

- a) **[NB]** Tính ACM .
- b) **[NB]** Chứng minh $BAH = OCA$.
- c) **[VD]** Gọi N là giao điểm của AH với (O) . Tứ giác $BCMN$ là hình gì? Vì sao?

Ví dụ 5 : Cho (O) , M nằm ngoài đường tròn, kẻ tiếp tuyến MA, MB

- a) **[TH]** biết $AMB = 60^\circ$. Tính số đo AB
- b) **[TH]** Tính số đo của góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA và OB nếu $AMB = 70^\circ$

Ví dụ 6 [VD]: Cho (O) , M nằm ngoài đường tròn, kẻ tiếp tuyến MA, MB

- a) **[VD]** Tính số đo của góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA và OB nếu $MA = R$
- b) **[VD]** Tính số đo của góc ở tâm tạo bởi hai bán kính OA và OB nếu $MO = 2R$

Ví dụ 7 [TH]:



Cho hai đường tròn có bán kính bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Kẻ dây AM của đường tròn (O) sao cho $\angle MOA = 100^\circ$ và dây BN của đường tròn (O') sao cho

$AM \parallel BN$. Tính $\angle MBN$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho đường tròn (O) và điểm I nằm ngoài (O). Từ điểm I kẻ hai cát tuyến IAB và ICD với đường tròn (A nằm giữa I và B , C nằm giữa I và D). Chứng minh

a) [NB] $IA \cdot IC = IB \cdot ID$

b) [TH] $IA \cdot IB = IC \cdot ID$

Bài 2. Cho (O), đường kính AB , điểm D thuộc đường tròn. Gọi E là điểm đối xứng với A qua D .

a) [NB] Tính $\angle ADB$?

b) [NB] Tam giác ABE là tam giác gì?

c) [TH] Chứng minh $OD \perp AK$.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại B nội tiếp đường tròn (O). Lấy D thuộc cung AC , đường thẳng BD cắt AC ở N . Chứng minh

a) [NB] $\angle BCA = \angle BDA = \angle BDC = \angle BAC$.

b) [NB] $\frac{AN}{NC} = \frac{AD}{DC}$.

c) [TH] $BC^2 = BD \cdot BN$.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ cân tại B nội tiếp đường tròn (O). Lấy D thuộc cung AC , đường thẳng BD cắt AC ở N . Chứng minh

a) [NB] BO là đường trung trực của AC .

b) [TH] $AN \cdot DC = AD \cdot NC$.

c) [TH] $BN \cdot ND = AN \cdot NC$.

Bài 5. [NB]. Cho nửa đường tròn $\left(O; \frac{FG}{2}\right)$. Biết E, I thuộc đường tròn sao cho và $\angle FGE = 40^\circ$

a) Tính số đo của cung $\widehat{FOE}; \widehat{FEG}; \widehat{EIF}$?

b) Tính số đo của $\widehat{OFE}$?

Bài 6. [TH] Cho đường tròn (O) có các dây cung AB, BC, CA . Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ AB . Vẽ dây MN song song với BC và gọi S là giao điểm của MN và AC . Chứng minh $SM = SC$ và $SN = SA$.



Bài 7 [TH] Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AM . Hạ AK vuông góc với BC ($K \in BC$)

- Tính $\angle ACM$
- Gọi N là giao điểm của AK với (O) . Chứng minh $BM = CN$
- Tứ giác $BMCN$ là hình gì?

Bài 8. [VD] Cho $\triangle ABC$ nội tiếp (O) . tia phân giác góc A cắt cạnh BC tại F , cắt (O) tại E

- Tính $\angle EBC$ biết $\angle ECB = 35^\circ$
- Tính $\angle BEC$ biết $\angle BAC = 75^\circ$

Bài 9 [VD] Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và dây AC căng cung AC có số đo bằng 60° .

- Tính các góc của tam giác ABC .
- Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của các cung AC và BC . Hai dây AN và BM cắt nhau tại I . Chứng minh tia CI tia phân giác của góc ACB .

Bài 10 [VD] Cho đường tròn (O) đường kính AB , M là điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A và B). Kẻ đường thẳng MH vuông góc với AB ($H \in AB$). Vẽ hai nửa đường tròn tâm I đường kính AH và tâm K đường kính BH (hai nửa đường tròn nằm cùng phía với điểm M đối với AB). MA và MB cắt hai nửa đường tròn (I) và (K) lần lượt tại P và Q . Chứng minh rằng: $MH = PQ$.

Bài 11 [VD] Cho $\triangle ABC$ nhọn có $\angle BAC = 60^\circ$. Vẽ đường tròn đường kính BC tâm O cắt AB, AC lần lượt tại D và E .

- Tính số đo $\angle DE$.
- Tia DO cắt đường tròn tại K . Tính góc $\angle EDK$

Bài 12 [VD] : Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) . Vẽ đường kính $MN \perp BC$ (điểm M thuộc cung BC không chứa A). Chứng minh rằng các tia AM, AN lần lượt là các tia phân giác trong và ngoài tại đỉnh A của tam giác ABC .

Bài 13 [VD] Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại $A; B$ ($R > R'$). Vẽ cát tuyến CAD vuông góc với AB , ($C \in (O); D \in (O')$). tia CB cắt (O') tại E , tia DB cắt (O) tại F . chứng minh rằng

- $\angle CAF = \angle DAE$
- Cho biết $\angle FDB = 60^\circ$. Tính $\angle FAB$



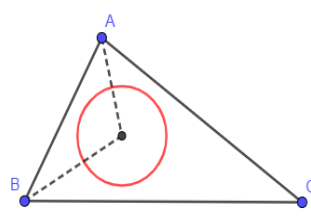
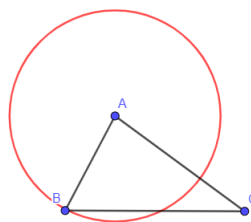
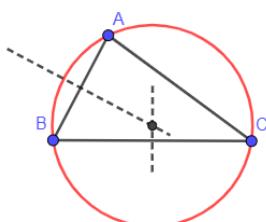
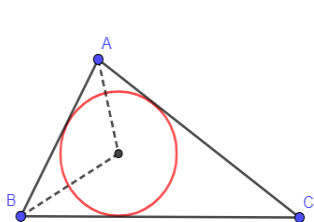
CHUYÊN ĐỀ 2: ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP VÀ ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP CỦA MỘT TAM GIÁC

* ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các đường tròn dưới đây, đường tròn nào là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 2. [NB] Đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường tròn:

A. Tiếp xúc với tất cả các cạnh của tam giác đó. B. Đi qua tất cả các đỉnh của tam giác đó.

C. Cắt tất cả các cạnh của tam giác đó.

D. Đi qua trung điểm các cạnh của tam giác.

Câu 3. [NB] Số đường tròn ngoại tiếp một tam giác là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 4. [NB] Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của các đường

A. Trung tuyến.

B. Phân giác trong.

C. Trung trực.

D. Đáp án khác.

Câu 5. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Độ dài của bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. 5 cm.

B. 2 cm.

C. 3,5 cm.

D. 2,5 cm.

Câu 6. [TH] Cho tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm, $BC = 8$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $R = 5$ cm.

B. $R = \frac{6\sqrt{3}}{2}$ cm.

C. $R = 6\sqrt{2}$ cm.

D. $R = 10\sqrt{3}$ cm.

Câu 7. [TH] Cho tam giác ABC cân tại A , $BC = 6$ cm, có góc đáy 30° . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{6}{\sqrt{2}}$.



Câu 8. [TH] Cho đường tròn $(O; 19\text{cm})$ ngoại tiếp tam giác đều ABC . Tính độ dài cạnh tam giác ABC

- A. $19\sqrt{2}$ cm. B. $19\sqrt{3}$ cm. C. $\frac{19}{\sqrt{3}}$ cm. D. $\frac{19\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. [VD] Tính độ dài cạnh của tam giác đều nội tiếp $(O; R)$ theo R

- A. $R\sqrt{6}$ cm. B. $3R$ cm. C. $\frac{R}{\sqrt{3}}$ cm. D. $R\sqrt{3}$.

Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC nội tiếp nửa đường tròn $(O; R)$. Biết $\angle AOC = 116^\circ$. Độ dài cạnh AC là:

- A. $R \cdot \sin 58^\circ$. B. $2R \sin 58^\circ$. C. $R \cdot \sin 116^\circ$. D. $2R \cdot \sin 116^\circ$.

Câu 11. [VD] Tính diện tích tam giác đều nội tiếp đường tròn $(O; 2\text{cm})$

- A. 6cm^2 . B. $6\sqrt{3}\text{cm}^2$. C. 3cm^2 . D. $3\sqrt{3}\text{cm}^2$.

Câu 12. [VDC] Cho $(O; 4)$ có dây AC bằng cạnh hình vuông nội tiếp và dây BC bằng cạnh tam giác đều nội tiếp đường tròn đó (Điểm A và điểm C nằm cùng phía với BO). Tính số đo góc ACB

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 15° .

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Các câu dưới đây đúng hay sai

- a) Đường tròn tiếp xúc với cả ba đường thẳng chứa ba cạnh của tam giác là đường tròn ngoại tiếp tam giác.
- b) Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác là đường tròn ngoại tiếp tam giác.
- c) Đường tròn đi qua trung điểm các cạnh của tam giác là đường tròn ngoại tiếp của tam giác đó.
- d) Đường tròn nằm bên ngoài tam giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp của tam giác.

Câu 2. Các câu dưới đây đúng hay sai

- a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác cân là giao điểm của ba đường cao
- b) Có ba đường tròn khác nhau ngoại tiếp một tam giác.
- c) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm của ba đường phân giác
- d) Giao điểm của ba đường trung trực là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Câu 3. Các câu dưới đây đúng hay sai?

- a) Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC cạnh a có bán kính là $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.
- b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A có đường kính là AB .
- c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC cạnh a có bán kính là $a\sqrt{3}$.



d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A có bán kính là $\frac{BC}{2}$.

Câu 4. Các câu dưới đây đúng hay sai?

a) Nếu tam giác có một góc tù thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó nằm bên ngoài tam giác.

b) Tam giác ABC cân tại A , có góc $ABC = 60^\circ$ thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trọng tâm của tam giác ABC .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm. Độ dài của đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC đều với cạnh bằng 10 cm. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho đường tròn $(O; 9\text{cm})$ ngoại tiếp tam giác đều ABC . Tính độ dài cạnh tam giác ABC

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có $AC = \sqrt{10}$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Tính diện tích tam giác đều nội tiếp đường tròn $(O; 2\text{cm})$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

2.1 Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp

Ví dụ 1 [NB]: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông cân có cạnh bằng a

Ví dụ 2 [TH]: Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh bằng a

Ví dụ 3 [TH]: Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao AH cắt (O) ở D .

a) Vì sao AD là đường kính của đường tròn (O)

b) Tính số đo góc ACD

c) Cho $BC = 24\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$. Tính chiều cao AH và bán kính đường tròn (O)

Ví dụ 4 [TH]: Một tấm sắt hình tròn không còn dấu vết của tâm (hình). Nêu cách xác định tâm của đường tròn của nó?



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác nằm ở đâu

- a) Tam giác có ba góc nhọn
- b) Tam giác có một góc vuông
- c) Tam giác có một góc tù

Bài 2. [TH] Chứng minh các định lý sau:

- a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.
- b) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác thì đó là tam giác vuông.

Bài 3. [VD] Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3 cm. Hãy tính chiều cao và bán kính của đường tròn ngoại tiếp của nó.

Bài 4 [VD] Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 3 cm

Bài 5 [VD] Cho tam giác ABC cân tại A , $BC = 12\text{ cm}$, chiều cao $AH = 4\text{ cm}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .

2.2 Dựng hình, chứng minh

Ví dụ 1 [NB]:

Cho góc nhọn xAy và hai điểm B, C thuộc tia Ax . Dựng đường tròn O đi qua B và C sao cho tâm O nằm trên Ay

Ví dụ 2 [TH]: Cho tam giác ABC cân tại A , $BC = 12\text{ cm}$, chiều cao $AH = 4\text{ cm}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .

Ví dụ 3 [VD]: Cho đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC , tia phân giác của góc BAC cắt đường tròn tại M . Đường cao AH . Chứng minh:



- a) M là trung điểm của dây BC
- b) AM là tia phân giác của góc OAH

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 [NB] Cho $\angle xAy = 45^\circ$ và hai điểm B nằm trên tia Ax sao cho $AB = 3\text{ cm}$.

- a) Vẽ đường tròn O đi qua A và B sao cho tâm O nằm trên Ay
- b) Tính bán kính đường tròn O

Bài 2 [TH]

Các đường cao hạ từ A và B của tam giác ABC cắt nhau tại H (góc C khác góc vuông) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt tại D và E . Chứng minh:

- a) $CD = CE$
- b) Tam giác BHD cân
- c) $CD = CH$



CHUYÊN ĐỀ 3. ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP VÀ ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP CỦA MỘT TAM GIÁC

* ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một đường tròn là đường tròn nội tiếp nếu có:

- A. Đi qua các đỉnh của một tam giác.
- B. Tiếp xúc với các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác.
- C. Tiếp xúc với các cạnh của tam giác.
- D. Nằm trong một tam giác.

Câu 2. [NB] Tâm đường tròn nội tiếp của một tam giác là giao của các đường:

- A. Trung trực.
- B. Phân giác.
- C. Trung tuyến.
- D. Đường cao.

Câu 3. [NB] Số đường tròn nội tiếp của một tam giác đều là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 4. [NB] Bán kính của đường tròn nội tiếp hình vuông có độ dài đường chéo 5 cm là

- A. 25 cm.
- B. 5 cm.
- C. 10 cm.
- D. 2,5 cm.

Câu 5. [TH] Đường tròn $(O; 3\text{cm})$ nội tiếp tam giác đều có cạnh là:

- A. 3cm
- B. $3\sqrt{3}\text{cm}$
- C. $\sqrt{3}\text{cm}$
- D. $6\sqrt{3}\text{cm}$

Câu 6. [TH] Đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a có bán kính là:

- A. $a\sqrt{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{a}{2}$.
- D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. [TH] Diện tích hình tròn nội tiếp hình vuông cạnh bằng 4cm là:

- A. πcm^2
- B. $4\pi\text{cm}^2$
- C. $8\pi\text{cm}^2$
- D. $16\pi\text{cm}^2$

Câu 8. [TH] Tính cạnh của một ngũ giác đều ngoại tiếp đường tròn bán kính 4 cm (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

- A. 5,8 cm.
- B. 5,81 cm.
- C. 11,01 cm.
- D. 11,0 cm.

Câu 9. [VD] Tính độ dài của tam giác đều nội tiếp $(O; R)$ theo R .

- A. $\frac{R}{\sqrt{3}}$.
- B. $\sqrt{3}R$.
- C. $R\sqrt{6}$.
- D. $3R$.

Câu 10. [VD] Tính diện tích tam giác đều nội tiếp đường tròn $(O; 2\text{cm})$

- A. 6cm^2 .
- B. $6\sqrt{3}\text{cm}^2$.
- C. 3cm^2 .
- D. $3\sqrt{3}\text{cm}^2$.

Câu 11. [VD] Tỷ số bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp hình tam giác đều cạnh bằng 2cm là:

- A. $\sqrt{2}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- D. 2

Câu 12. [VDC] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có: $AB = 9\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$, bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ bằng

- A. 2cm.
- B. 3cm.
- C. 6cm.
- D. 12,5cm.



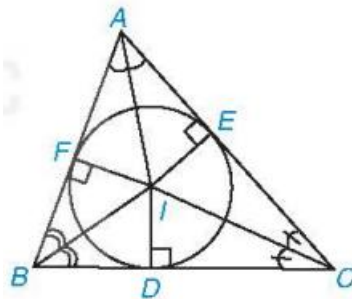
2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

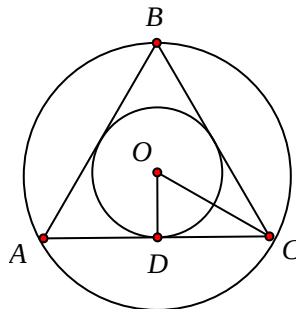
- a) Mỗi tam giác luôn có một đường tròn ngoại tiếp
- b) Mỗi tứ giác luôn có một đường tròn nội tiếp
- c) Đường tròn tiếp xúc với các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác là đường tròn nội tiếp tam giác đó.
- d) Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của tam giác là đường tròn nội tiếp tam giác đó

Câu 2. Cho $\triangle ABC$, vẽ phân giác các góc của $\triangle ABC$, các đường thẳng này đồng quy tại I . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của I trên các cạnh BC, CA, AB . Khi đó:



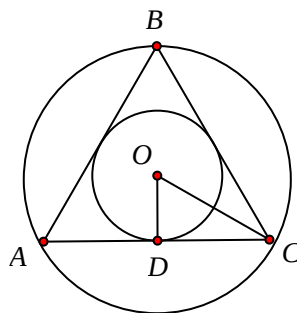
- a) $(I; ID)$ là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
- b) $IA = IB = IC$.
- c) $IE = ID = IF$.
- d) Nếu $AB = AC = BC$ thì $(I; ID)$ có tâm I là trọng tâm của $\triangle ABC$ và bán kính ID bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh $3cm$ ngoại tiếp $(O; r)$ và nội tiếp $(O; R)$ khi đó:



- a) OC là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, còn OD là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Trong đó D là hình chiếu của O trên AC . Tức là $OC = r, OD = R$.
- b) $OC = OD$.
- c) Tỉ số $\frac{R}{r} = 2$.
- d) Tỉ số $\frac{S_{(O;R)}}{S_{(O;r)}} = 4$

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh $4cm$ ngoại tiếp $(O; r)$ và nội tiếp $(O; R)$ khi đó:

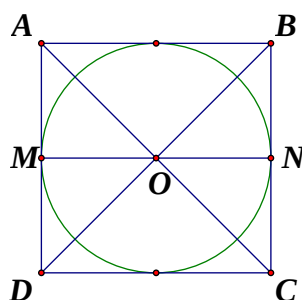


- a) Khoảng cách từ tâm O đến AB bằng $\sqrt{3}$.
- b) Chu vi đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.
- c) $OA + OB + OC - OD = 10\sqrt{3}$.
- d) Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ điểm O tới AB, BC, CA . Giá trị của biểu thức $xy + \sqrt{3}z$ là $\frac{10}{3}$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tìm bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2 cm ?

Câu 2. [NB] Tính chu vi của đường tròn nội tiếp hình vuông có độ dài cạnh bằng 2 dm ?



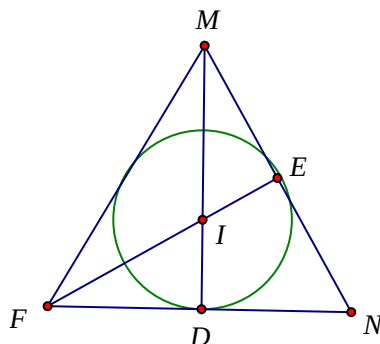
Câu 3. [TH] Tam giác đều có cạnh 8 cm . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có độ lớn là?

Câu 4. [TH] Tam giác đều có cạnh 8 cm . Tính khoảng cách từ tâm O đến đỉnh B ?

Câu 5. [VD] Tam giác đều có cạnh 8 cm . Tính tỉ số diện tích của đường tròn ngoại tiếp tam giác và đường tròn nội tiếp tam giác?

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho tam giác MNF đều với cạnh bằng 4 cm . Xác định tâm và bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác MNF ?



**Lời giải:**

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của cạnh NF, MN ; Gọi I là giao điểm của MD với EF .

Vì tam giác MNF đều nên đường trung tuyến cũng là đường cao, đường phân giác, đường trung trực của tam giác. Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác.

Tam giác MNF có EF là đường trung tuyến nên EF cũng là đường cao. Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông MNF có:

$$FE^2 = MF^2 - ME^2 = 4^2 - 2^2 = EF = \sqrt{12}$$

$$I \text{ là trọng tâm của tam giác } MNF \text{ nên } IE = \frac{1}{3}EF = \frac{1}{3}\sqrt{12} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNF là trọng tâm I và bán kính $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 2 [TH]:

Người ta muốn làm một khung gỗ hình tam giác đều đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn có đường kính 30cm (Hình 9.23). Hỏi độ dài các cạnh (phía bên trong) của khung gỗ phải bằng bao nhiêu?



Hình 9.23

Ví dụ 3 [TH]: Cho $\triangle ABC$ với đường tròn (I) tiếp xúc với các cạnh AB, AC lần lượt tại D và E .

Chứng minh nếu $AC > AB$ thì $CD > BE$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn tâm I bán kính r . Giả sử $(I; r)$ tiếp xúc với các cạnh AB, BC, CA lần lượt tại D, E, F . Đặt $AB = c, BC = a, AC = b, AD = x, BE = y, CF = z$.

a) Hãy tính x, y, z theo a, b, c

b) Chứng minh $S = p.r$ (trong đó S là diện tích tam giác, p là nửa chu vi tam giác, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác).

c) Chứng minh: $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$ trong đó $(h_a; h_b; h_c)$ lần lượt là đường cao kẻ từ các đỉnh

A, B, C của tam giác A, B, C .

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1. [NB]**

Cho đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC có cạnh 10cm. Tính bán kính đường tròn?

Bài 2. [TH]

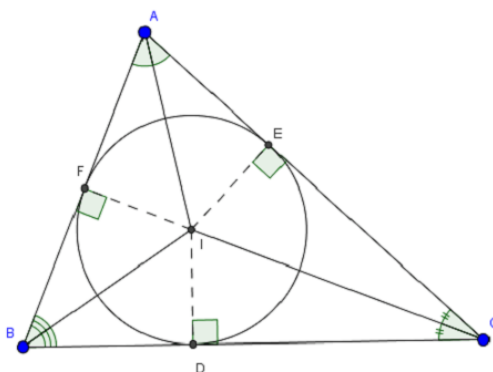


Người ta muốn làm một khung gỗ hình tam giác đều đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn có đường kính 40cm . Tính chu vi của khung gỗ ?



Bài 3. [VD]

Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn tâm I bán kính r . Giả sử $(I;r)$ tiếp xúc với các cạnh AB, BC, CA lần lượt tại F, D, E . Tính bán kính của đường tròn $(I;r)$ biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$.



Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC ngoại tiếp (O) . Trên BC lấy M , trên BA lấy N , trên CA lấy P sao cho $BM = BN$ và $CM = CP$. Chứng minh rằng:

- O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP .
- Tứ giác $ANOP$ nội tiếp đường tròn.
- Tìm vị trí điểm M, N, P sao cho NP nhỏ nhất.



CHUYÊN ĐỀ 4: TỨ GIÁC NỘI TIẾP

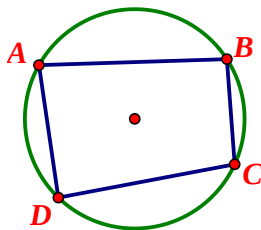
DẠNG 1: CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

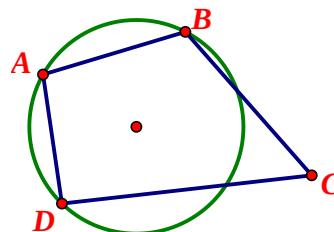
1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các hình sau, hình nào vẽ một tứ giác nội tiếp trong đường tròn:

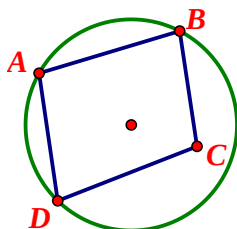
A.



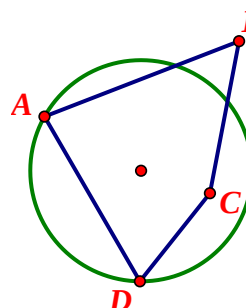
B.



C.



D.



Câu 2. [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng:

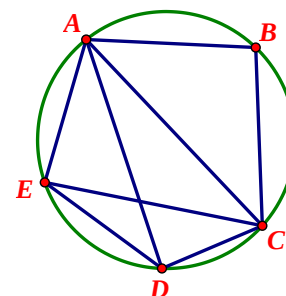
- A. Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên đường thẳng là tứ giác nội tiếp.
- B. Tứ giác có 3 đỉnh nằm trên đường tròn là tứ giác nội tiếp.
- C. Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên đường tròn là tứ giác nội tiếp.
- D. Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên một đường tròn là tứ giác nội tiếp.

Câu 3. [NB] Cho tứ giác $ADHE$ nội tiếp đường tròn, tổng số đo hai góc A và H :

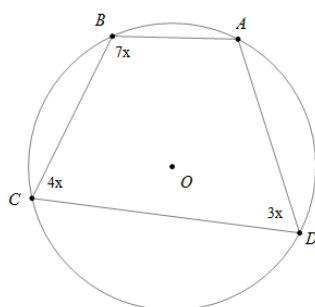
- A. 45° .
- B. 90° .
- C. 180° .
- D. 360° .

Câu 4. [NB] Trên hình vẽ sau có bao nhiêu tứ giác nội tiếp:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



Câu 5. [TH] Số đo góc A trong hình vẽ dưới đây là:





A. 90° .

B. 100° .

C. 108° .

D. 110° .

Câu 6. [TH] Đa giác nào dưới đây không nội tiếp đường tròn:

A. Hình vuông.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình bình hành.

D. Tam giác vuông.

Câu 7. [TH] Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có hai cạnh đối AB và CD cắt nhau tại M và $\angle BAD = 70^\circ$ thì $\angle BCM = ?$

A. 110° .

B. 30° .

C. 70° .

D. 55° .

Câu 8. [TH] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp. Chọn câu sai:

A. $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$.

B. $\angle ABD = \angle ACD$.

C. $A + B + C + D = 360^\circ$.

D. $\angle ADB = \angle ADC$.

Câu 9. [VD] Cho hình vẽ bên. Số đo góc ADC là:

A. $\angle ADC = 80^\circ$.

B. $\angle ADC = 75^\circ$.

C. $\angle ADC = 70^\circ$.

D. $\angle ADC = 60^\circ$.

Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A . Điểm E di động trên cạnh AB . Qua B vẽ một đường thẳng vuông góc với CE tại D và cắt tia CA tại H . Biết $\angle BCA = 30^\circ$. Số đo $\angle ADH$ là:

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 150° .

Câu 11. [VD] Cho đường tròn O đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E , kẻ CK vuông góc AE tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F . Chọn câu đúng:

A. $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.

B. $AHCK$ không nội tiếp đường tròn.

C. $\angle EAO = \angle HCK$.

D. $AH \cdot AB = AD \cdot BD$

Câu 12. [VDC] Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn O và $A = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Gọi M là một điểm tùy ý trên cung nhỏ AC vẽ tia Bx vuông góc với AM cắt tia CM tại D . Số đo góc $\angle BDM$ là:

A. $\angle BDM = \frac{\alpha}{2}$.

B. $\angle BDM = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

C. $\angle BDM = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

D. $\angle BDM = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

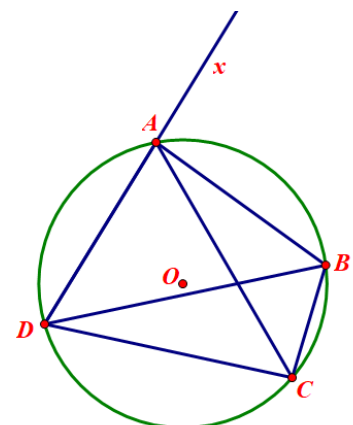
Câu 1. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn O (hình bên).

a) $\angle BDC = \angle BAC$.

b) $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

c) $\angle ACB = \angle BAx$

d) $\angle DCB = \angle BAx$





Câu 2. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 30\text{ cm}$, $AC = 40\text{ cm}$, $BC = 50\text{ cm}$.

- a) Tam giác ABC là tam giác vuông.
- b) Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp trùng với trọng tâm.
- c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng 25 cm .
- d) Số đo cung BC của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là 180° .

Câu 3. Trong các hình sau, hình nào nội tiếp đường tròn.

- a) Hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi.
- b) Hình vuông, hình chữ nhật, hình thang cân.
- c) Hình thoi, hình bình hành, hình vuông.
- d) Hình vuông, hình thoi, hình thang cân.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Khái niệm tứ giác nội tiếp?

Câu 2. [NB] Trong tứ giác nội tiếp, tổng hai góc đối nhau bằng bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Cho các tứ giác: hình vuông, hình chữ nhật, hình bình hành, hình thoi, hình thang cân, tứ giác nào là tứ giác nội tiếp.

Câu 4. [TH] Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật.

Câu 5. [VD] Cho hình vẽ sau, cho biết số đo các góc tứ giác $ABCD$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

☒ **Sử dụng dấu hiệu:** bốn đỉnh của tứ giác cách đều một điểm thì thuộc một đường tròn.

☒ **Sử dụng các tính chất hình học:** đường trung trực của đoạn thẳng, tính chất đường trung tuyến của tam giác vuông, định lý góc ngoài của tam giác,...

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho tam giác ABC , 2 đường cao BB' , CC' . Chứng minh tứ giác $BCB'C'$ nội tiếp.

Ví dụ 2 [TH]: Chứng minh hình thang cân là tứ giác nội tiếp được đường tròn.

Ví dụ 3 [TH]: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O , đường cao AD cắt đường tròn (O) tại E . Trên cạnh AD lấy điểm H sao cho D là trung điểm của EH , BH cắt AC tại K và cắt (O) tại F . Chứng minh tứ giác $HKCD$ nội tiếp.

Ví dụ 4 [VD]: Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên AC lấy điểm D . Hình chiếu của D lên BC là E , điểm đối xứng của E qua BD là F . Chứng minh tứ giác $ABED$ nội tiếp, xác định tâm O của đường tròn đó.



✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho hình thang $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O (cạnh AB song song cạnh CD) nội tiếp đường tròn tâm O . Chứng minh $ABCD$ là hình thang cân.

Bài 2. [TH] Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BM và CN cắt nhau tại H . Chứng minh các tứ giác $AMHN$ và $BNMC$ là những tứ giác nội tiếp.

Bài 3. [VD] Cho hình bình hành $ABCD$ nội tiếp đường tròn. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình chữ nhật.

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh các tứ giác $ANOP, BPOM, CMON$ là các tứ giác nội tiếp.

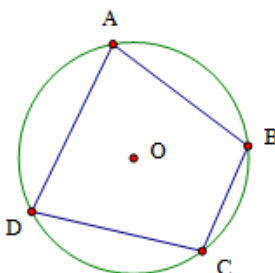
DẠNG 2: SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC NỘI TIẾP ĐỂ CHỨNG MINH CÁC QUAN HỆ HÌNH HỌC.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn và đường tròn được gọi là đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

Trong Hình 1, tứ giác $ABCD$ nội tiếp (O) và (O) ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.



2. Định lí

- Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .

3. Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông

- Hình chữ nhật và hình vuông là các tứ giác nội tiếp. Đường tròn ngoại tiếp của chúng có tâm là giao điểm của hai đường chéo và bán kính bằng một nửa độ dài đường chéo.

4. Hệ quả: Tứ giác $ABCD$ có hai góc đối bằng nhau và bằng 90° thì tứ giác đó là tứ giác nội tiếp.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, Biết $C = 60^\circ$, $D = 80^\circ$. Khi đó:

A. $A = 60^\circ$; $B = 80^\circ$.

B. $A = 120^\circ$; $B = 100^\circ$.

C. $A = 120^\circ$; $B = 130^\circ$.

D. $A = 90^\circ$; $B = 100^\circ$.



Câu 2. [NB] Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có hai cạnh đối AB và CD cắt nhau tại M và $\widehat{BAD} = 80^\circ$ thì $\widehat{BCM} = ?$.

- A. 100° . B. 40° . C. 70° . D. 80° .

Câu 3. [NB] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn, Biết $A = 50^\circ$ $B = 70^\circ$. Khi đó:

- A. $C = 110^\circ$; $D = 70^\circ$. B. $C = 130^\circ$; $D = 110^\circ$.
C. $C = 40^\circ$; $D = 130^\circ$. D. $C = 50^\circ$; $D = 70^\circ$.

Câu 4. [NB] Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và có $M = 50^\circ$. Khi đó ta có

- A. $P = 50^\circ$. B. $P = 130^\circ$. C. $P = 180^\circ$. D. $P = 310^\circ$.

Câu 5. [TH] Cho tứ giác $MNPQ$ có $\widehat{PMQ} = \widehat{PNQ} = 90^\circ$ và $MP = MQ$. Khi đó số đo $\widehat{MNP}$ là:

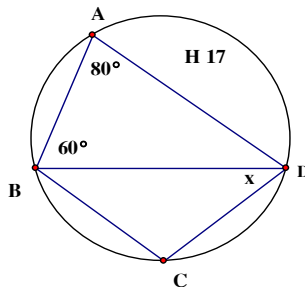
- A. 45° . B. 90° . C. 125° . D. 135°

Câu 6. [TH] Cho đường tròn (O) . Biết $MA; MB$ là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M và

$\widehat{AMB} = 58^\circ$. Khi đó số đo $\widehat{ABO}$ bằng:

- A. 24° . B. 29° . C. 30° . D. 31° .

Câu 7. [TH] Trong hình 17. Biết $AD \parallel BC$. Số đo góc x bằng:



- A. 40° . B. 70° . C. 60° . D. 50° .

Câu 8. [TH] Cho 4 điểm M, Q, N, C thuộc đường tròn tâm (O) . Biết $\widehat{MNQ} = 60^\circ$; $\widehat{QMP} = 40^\circ$. Khi đó số đo $\widehat{MQP}$ là:

- A. 20° . B. 25° . C. 30° . D. 40° .

Câu 9. [VD] Cho tứ giác $ABCD$ có $A : B : C : D = 8 : 15 : 28 : 21$ khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.
B. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp được.
C. Tứ giác $ABCD$ là một hình thoi.
D. Tứ giác $ABCD$ là một hình thang cân.



Câu 10. [VD] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Biết $\widehat{ADO} = 50^\circ$; $\widehat{OCD} = 40^\circ$. Khi đó số đo $\widehat{ABC}$ là:

- A. 40° . B. 50° . C. 90° . D. 90° .

Câu 11. [VD] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp (O) . Biết $\widehat{AOC} = 120^\circ$. Khi đó số đo $\widehat{ADC}$ là:

- A. 60° hoặc 120° . B. 80° . C. 100° . D. 120° .

Câu 12. [VD] Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây $CD \perp AB$ tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E , kẻ $CK \perp AE$ tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F . Tam giác ACF là tam giác

- A. cân tại F . B. cân tại C . C. cân tại A . D. đều.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH nội tiếp đường tròn (O, R) . Gọi I và K theo thứ tự là điểm đối xứng của H qua hai cạnh AB và AC .

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

- a) Tứ giác $AHBI$ nội tiếp đường tròn đường kính AB . ☐
- b) Tứ giác $AHCK$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . ☐
- c) Ba điểm I, K, H thẳng hàng. ☐
- d) $BI \cdot CK = R^2$. ☐

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH nội tiếp đường tròn (O, R) . Gọi I và K theo thứ tự là điểm đối xứng của H qua hai cạnh AB và AC .

Đúng ghi Đ, sai ghi S vào ô trống:

- a) Đường tròn đường kính IK đi qua H . ☐
- b) BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính IK . ☐
- c) $BI + CK = R$. ☐
- d) $BI \cdot CK = R^2$. ☐

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Điền vào ô trống(...) để được khẳng định đúng:



Đa giác đều nội tiếp đường tròn ($O; R$)	Tính theo R	
	Độ dài cạnh	Khoảng cách từ O đến cạnh
A. Lục giác đều		
B. Hình vuông		
C. Tam giác đều		

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp: Sử dụng tính chất của tứ giác nội tiếp

- Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .
- Tứ giác ABCD có hai góc đối bằng nhau và bằng 90° thì tứ giác đó là tứ giác nội tiếp.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1: Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E , kẻ $CK \perp AE$ tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F . Chứng minh:

- Tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp;
- $AH \cdot AB = AD^2$;
- Tam giác ACE là tam giác cân.

Ví dụ 2:

Cho nửa (O) đường kính AB . Lấy $M \in OA$ (M không trùng O và A). Qua M vẽ đường thẳng d vuông góc với AB . Trên d lấy N sao cho $ON > R$. Nối NB cắt (O) tại C . Kẻ tiếp tuyến NE với (O) (E là tiếp điểm, E và A cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ d). Chứng minh:

- Bốn điểm O, E, M, N cùng thuộc một đường tròn;
- $NE^2 = NC \cdot NB$;
- $NEH = NME$ (H là giao điểm của AC và d);
- NF là tiếp tuyến (O) với F là giao điểm của HE và (O).

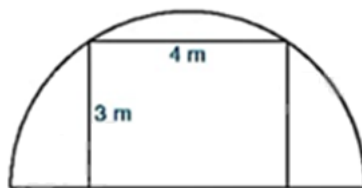
Ví dụ 3:

Cho đường tròn (O) đường kính AB , gọi I là trung điểm của OA , dây CD vuông góc với AB tại I . Lấy K tùy ý trên cung BC nhỏ, AK cắt CD tại H .

- Chứng minh tứ giác $BIHK$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $AH \cdot AK$ có giá trị không phụ thuộc vị trí điểm K .
- Kẻ $DN \perp CB, DM \perp AC$. Chứng minh các đường thẳng MN, AB, CD đồng quy.



Ví dụ 4: Người ta muốn dựng khung cổng hình chữ nhật rộng 4m và cao 3m, bên ngoài được bao bởi một khung thép dạng nửa đường tròn. Tính chiều dài của đoạn thép làm khung nửa đường trong đó



✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và tia phân giác góc A cắt đường tròn tại M . Vẽ đường cao AH . Chứng minh rằng:

- OM đi qua trung điểm của dây BC .
- AM là tia phân giác của góc OAH .

Bài 2: Cho tam giác nhọn $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao AM, BN cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại D, E . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $HMCN$ nội tiếp đường tròn.
- $CD = CE$
- Tam giác BHD cân.

Bài 3: Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Vẽ bán kính OC vuông góc AB , gọi M là điểm chính giữa của cung BC , AM cắt OC tại N . Từ C hạ CK vuông góc với AM tại K . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $MNOB$ nội tiếp.
- Tứ giác $OACK$ nội tiếp
- Tam giác OKC cân.
- $AM \cdot AN = 2R^2$

Bài 4: Cho đường tròn $(O; R)$ và dây CD cố định. Điểm M thuộc tia đối của tia CD . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (A thuộc cung lớn CD). Gọi I là trung điểm CD . Nối BI cắt đường tròn tại $E (E \neq B)$. Nối OM cắt AB tại H .

- Chứng minh AE song song CD .
- Tìm vị trí của M để $MA \perp MB$
- Chứng minh HB là phân giác của $\angle CHD$



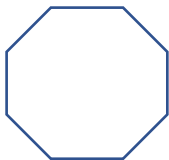


CHUYÊN ĐỀ 4: ĐA GIÁC ĐỀU

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

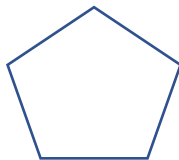
Câu 1. [NB] . Trong các hình dưới đây, hình nào là hình lục giác đều?



(1)



(2)



(3)



(4)

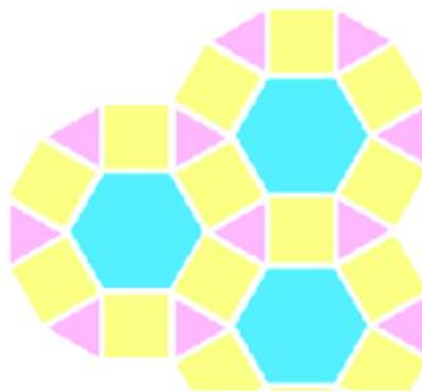
A. Hình (1).

B. Hình (2).

C. Hình (3).

D. Hình (4).

Câu 2. [NB] . Trong hình gạch lát dưới đây, người ta đã sử dụng các loại gạch hình:



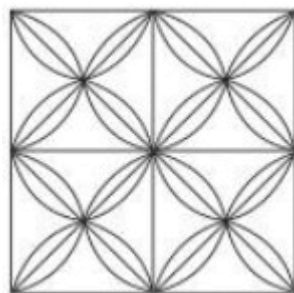
A. Hình tam giác đều, hình vuông.

B. Hình vuông, hình lục giác đều.

C. Hình lục giác đều, hình tam giác đều.

D. Hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều.

Câu 3. [NB] Mỗi viên gạch hoa hình vuông có cạnh $20cm$. Tính chu vi hình vuông ghép bởi 4 viên gạch hoa như hình vẽ dưới đây:





- A. 80cm B. 160cm C. 400cm D. 40cm

Câu 4. [TH] Cho đa giác đều 11 cạnh có độ dài mỗi cạnh là 5cm. Tính chu vi đa giác

- A. 45cm B. 50cm C. 60cm D. 55cm

Câu 5. [TH] Cho các hình: Hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông, tam giác cân, tam giác đều. trong các hình kể trên có bao nhiêu hình là đa giác đều?

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

Câu 6. [TH] Chọn câu **đúng**

- A. Lục giác có sáu góc bằng nhau là lục giác đều.
B. Hình thoi là đa giác không đều có các góc bằng nhau.
C. Ngũ giác có năm cạnh bằng nhau được gọi là ngũ giác đều.
D. Hình chữ nhật là đa giác không đều có các góc bằng nhau.

Câu 7. [VD] Tổng số đo các góc của đa giác 12 cạnh là?

- A. 1800° B. 1600° C. 1720° D. 1440°

Câu 8. [VD] Một đa giác 7 cạnh thì số đường chéo của đa giác đó là?

- A. 12 B. 13 C. 14 D. kết quả khác

Câu 9. [VD] Một đa giác có số đường chéo bằng số cạnh của đa giác thì đa giác có số cạnh là?

- A. 5 B. 6 C. 4 D. 7

Câu 10. [VD] Cho đa giác đều n cạnh. Biết số đo mỗi góc bằng 140° . Tìm n ?

- A. $n=9$ B. $n=8$ C. $n=7$ D. $n=10$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- A. Hình vuông là đa giác đều.
B. Tổng các góc của đa giác lồi 8 cạnh là 1080° .



C. Hình thoi là đa giác đều.

D. Số đo góc của hình bát giác đều là $135,5^\circ$.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

A. Lục giác có sáu góc bằng nhau là lục giác đều.

B. Hình thoi là đa giác không đều có các góc bằng nhau.

C. Ngũ giác có năm cạnh bằng nhau được gọi là ngũ giác đều.

D. Hình chữ nhật là đa giác không đều có các góc bằng nhau.

Câu 3. Cho ABCDEF là hình lục giác đều. Hãy chọn câu **sai**:

A. ABCDEF có một tâm đối xứng

B. Mỗi góc trong của nó là 120° .

C. Tổng các góc trong của nó là 720° .

D. Mỗi góc trong của nó là 150° .

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1 [NB]. Cho ví dụ về đa giác không đều trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tất cả các cạnh bằng nhau.

b) Có tất cả các góc bằng nhau.

Câu 2 [TH]. Một đa giác có số đường chéo là 44 thì có số cạnh là bao nhiêu?

Câu 3 [TH]. Cho hình vuông ABCD tâm O. Nêu các phép quay giữ nguyên hình vuông đó.

Câu 4 [VD]. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Hãy chỉ ra phép quay biến tam giác ABC thành chính nó.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Tìm các số thích hợp cho các ô ? ở bảng cho bên dưới:

Tên hình	Số đỉnh	Số cạnh	Số đường chéo
Hình vuông	?	?	?
Ngũ giác đều	?	?	?
Lục giác đều	?	?	?



Ví dụ 2 [NB]: Tính số đo mỗi góc của ngũ giác đều.

Ví dụ 3 [TH]: Nếu một lục giác đều (đa giác có 6 cạnh) nội tiếp đường tròn bán kính 2cm thì độ dài các cạnh của lục giác đều là bao nhiêu? Số đo các góc của lục giác đều là bao nhiêu?

Ví dụ 4 [VD]: Cho đường tròn (O, R) lấy các điểm A, B, C, D, E, F trên đường tròn sao cho các cung AB, BC, CD, DE, EF, FA bằng nhau. Đa giác $ABCDEF$ có phải là đa giác đều không? Vì sao?

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho đường tròn (O, R) trên đường tròn lấy các điểm M, N, P, Q, R sao cho số đo các cung MN, NP, PQ, QR, RM bằng nhau. Đa giác $MNPQR$ có phải là đa giác đều không? Vì sao?

Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O . Phép quay thuận chiều tâm O biến điểm A thành điểm D thì các điểm B, C, D tương ứng biến thành điểm nào?

Bài 3.

Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong hình bên làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó?

HOANG ANH
HÀ TĂNG BÚA HỒN





CHUYÊN ĐỀ 5: TỔNG HỢP HÌNH HỌC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Đường tròn ngoại tiếp đa giác là đường tròn:

- A. Tiếp xúc với tất cả các cạnh của đa giác đó.
- B. Đi qua tất cả các đỉnh của đa giác đó.
- C. Cắt tất cả các cạnh của đa giác đó.
- D. Đi qua tâm của đa giác đó.

Câu 2. [NB] Tâm đường tròn nội tiếp của một tam giác là giao của các đường:

- A. Trung trực.
- B. Phân giác trong.
- C. Phân giác ngoài.
- D. Trung tuyến.

Câu 3. [NB] Tâm đường tròn ngoại tiếp của một tam giác là giao của các đường:

- A. Trung trực.
- B. Phân giác trong.
- C. Phân giác ngoài.
- D. Trung tuyến.

Câu 4. [NB] Số đường tròn nội tiếp của một đa giác đều là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 5. [TH] Đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh a có bán kính là

- A. $a\sqrt{2}$.
- B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{a}{2}$.
- D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. [TH] Cho lục giác đều ABCDEF nội tiếp đường tròn tâm O. Số đo góc AOB là

- A. 60° .
- B. 120° .
- C. 30° .
- D. 240° .

Câu 7. [TH] Cạnh của một ngũ giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $4cm$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là

- A. $4,702cm$.
- B. $4,7cm$.
- C. $4,6cm$.
- D. $4,72cm$.

Câu 8. [TH] Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn có hai cạnh đối AB và CD cắt nhau tại M và $\angle BAD = 80^\circ$ thì $\angle BCM = ?$

- A. 100° .
- B. 40° .
- C. 70° .
- D. 80° .

Câu 9. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $MN = R\sqrt{3}$. Kẻ OK vuông góc với MN tại K. Số đo cung nhỏ MN là

- A. 60° .
- B. 240° .
- C. 30° .
- D. 120° .

Câu 10. [VD] Cho tam giác ABC có đường cao AH và nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AD. Khi đó tích AB.AC bằng

- A. AH.HD.
- B. AH.AD.
- C. AH.HB.
- D. AH^2 .



Câu 11. [VD] Tam giác ABC nội tiếp đường tròn O ; R đường kính BC , biết $C = 45^\circ$ và $AB = a$. Bán kính đường tròn O là

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12. [VDC] Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp của một hình vuông. Tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong một đường tròn

- a) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
- b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- c) Các góc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
- d) Góc nội tiếp bằng số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

Câu 2. Trong một đường tròn

- a) Đường kính đi qua trung điểm của một dây cung thì chia cung căng dây ấy thành hai cung bằng nhau.
- b) Hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bù nhau.
- c) Đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- d) Hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

Câu 3. Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp là

- a) Tứ giác có tổng hai góc bất kì bằng 180° .
- b) Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện.
- c) Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm.
- d) Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh còn lại dưới một góc α .

Câu 4. Cho đường tròn O đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E , kẻ CK vuông góc với AE tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F . Khi đó

- a) $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.
- b) $AHCK$ không nội tiếp đường tròn
- c) $EAO = HCK$



d) $AH \cdot AB = AC^2$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp. Khi đó $\angle BAD + \angle BCD = \dots$

Câu 2. [NB] Một tứ giác là tứ giác nội tiếp nếu có hai đỉnh cùng nhìn một cạnh dưới hai góc ...

Câu 3. [TH] Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có hai cạnh đối AB và CD cắt nhau tại M và $\angle BAD = 70^\circ$ thì $\angle BCM = \dots$

Câu 4. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A . Điểm E di động trên cạnh AB . Qua B vẽ một đường thẳng vuông góc với CE tại D và cắt tia CA tại H . Biết $\angle BCA = 30^\circ$. Khi đó $\angle ADH = \dots$

Câu 5. [VD] Cho đường tròn O đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E , kẻ $CK \perp AE$ tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F . Tam giác ACF là tam giác ...

Câu 6. [VDC] Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn O và $A = \vartheta$ $0^\circ < \vartheta < 90^\circ$. Gọi M là một điểm tùy ý trên cung nhỏ AC . Vẽ tia Bx vuông góc với AM cắt tia CM tại D . Số đo $\angle BDM = \dots$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $AB < AC$, nội tiếp đường tròn O , các đường cao BE, CF cắt nhau ở H .

1 [NB]: Chứng minh tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.

2 [TH]: Tia EF cắt tia CB tại M . Chứng minh $MF \cdot ME = MB \cdot MC$.

3 [TH]: Tia AH cắt BC tại D . Đường thẳng qua B và song song với AC , cắt tia AD tại P , cắt đoạn thẳng AM tại Q . Chứng minh FC là tia phân giác của góc $\angle EFD$.

4 [VD]: Chứng minh $BP = BQ$

PHẦN III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA , qua C kẻ dây MN của O vuông góc với OA tại C . Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM , H là giao điểm của AK và MN . Tia BK cắt đường thẳng MN tại điểm P

1 [NB]: Chứng minh bốn điểm B, C, H, K cùng thuộc một đường tròn.

2 [TH]: Chứng minh $\angle MHK = \angle ANK$.

3 [TH]: Chứng minh $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle AKM$.

4 [VD]: Chứng minh $HM \cdot PN = HN \cdot PM$.

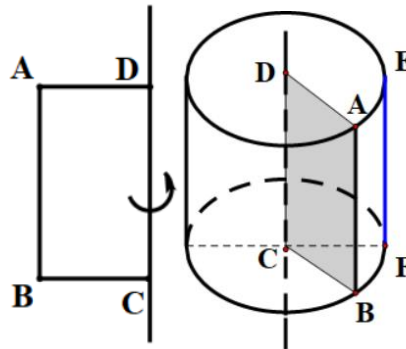


CHUYÊN ĐỀ 1: HÌNH TRỤ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

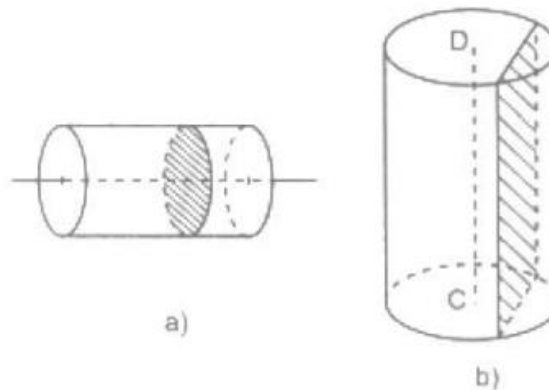
1. Hình trụ:

- Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ một vòng quanh cạnh CD cố định, ta được một hình trụ. Khi đó:
 - ✓ DA và CB quét nên **hai đáy của hình trụ**, là hai hình tròn bằng nhau nằm trong hai mặt phẳng song song, có tâm D và C .
 - ✓ Cạnh AB quét nên **mặt xung quanh** của hình trụ, mỗi vị trí của AB được gọi là một **đường sinh**. Chẳng hạn EF là một đường sinh.
 - ✓ Các đường sinh của hình trụ vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài đường sinh là **chiều cao** của hình trụ.
 - ✓ DC gọi là **trục** của hình trụ.



2. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng:

- Khi cắt hình trụ bởi một **mặt phẳng song song với đáy**, thì phần mặt phẳng nằm trong hình trụ (mặt cắt) là **một hình tròn bằng hình tròn đáy**.



- Khi cắt hình trụ bởi một **mặt phẳng song song với trục DC** thì **mặt cắt là một hình chữ nhật**.

3. Diện tích xung quanh của hình trụ:

- **Diện tích xung quanh của hình trụ** bằng chu vi đáy nhân với chiều cao. Ta có công thức:

$$S_{xq} = 2\pi Rh$$

- **Diện tích toàn phần của hình trụ** bằng diện tích xung quanh cộng với 2 lần diện tích đáy. Ta có công thức:

$$S_p = 2\pi Rh + 2\pi R^2$$



4. Thể tích hình trụ:

- **Thể tích của hình trụ** bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = S.h = \pi R^2 h.$$

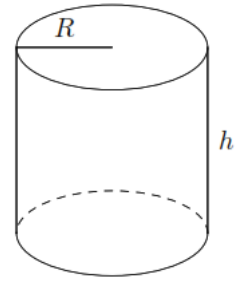
(S: diện tích đáy, h: chiều cao)

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích của hình trụ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN



Câu 1. [NB] Cho hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy R . Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ. Công Thức nào sau đây là đúng?

- A. $S_{xq} = \pi Rh$ B. $S_{xq} = 2\pi Rh$ C. $S_{xq} = 2\pi R^2 h$ D. $S_{xq} = \pi Rh$

Câu 2. [NB] Cho hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy R . Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của hình trụ. Công Thức nào sau đây là đúng?

- A. $S_{xq} = \pi Rh + \pi R^2$ B. $S_{xq} = 2\pi Rh + \pi R^2$
C. $S_{xq} = 2\pi R^2 h + 2\pi R^2$ D. $S_{xq} = \pi Rh + 2\pi R^2$

Câu 3. [NB] Cho hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy R . Ký hiệu V là thể tích của hình trụ. Công Thức nào sau đây là đúng?

- A. $V = \pi Rh$ B. $V = 2\pi R^2 h$ C. $S_{xq} = \pi R^2 h$ D. $S_{xq} = \pi Rh^2$

Câu 4. [NB] Tính chiều cao của hình trụ có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh và bán kính đáy là $3cm$

- A. $7cm$ B. $5cm$ C. $3cm$ D. $9cm$

Câu 5. [TH] Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 4cm$ và chiều cao $h = 5cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

- A. 40π B. 30π C. 20π D. 50π

Câu 6. [TH] Cho hình trụ có chu vi đáy là 8π và chiều cao $h = 10$. Tính thể tích hình trụ

- A. 80π B. 40π C. 160π D. 150π

Câu 7. [TH] Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8cm$ và diện tích toàn phần $564cm^2$. Tính chiều cao của hình trụ

- A. $27cm$ B. $27,25cm$ C. $25cm$ D. $25,27cm$

Câu 8. [TH] Hộp sữa ông Thọ có dạng hình trụ (đã bỏ nắp) có chiều cao $h = 12cm$ và đường kính đáy là $d = 8cm$. Tính diện tích toàn phần của hộp sữa. Lấy $\pi \approx 3,14$

- A. $110\pi(cm^2)$ B. $128\pi(cm^2)$ C. $96\pi(cm^2)$ D. $112\pi(cm^2)$

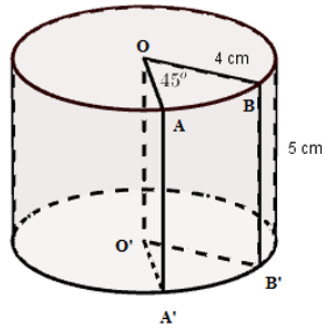
Câu 9. [VD] Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là $5cm$ và chiều cao là $23cm$ (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là $100m^2$. (Cho $\pi = 3,14$)

- A. Một cây B. Hai cây C. Ba cây D. Bốn cây

Câu 10. [VD] Một trục lăn có dạng hình trụ nằm ngang (như hình vẽ), hình trụ có diện tích một đáy $S = 25\pi cm^2$ và chiều cao $h = 10cm$. Nếu trục lăn đủ 12 vòng thì diện tích tạo trên sân phẳng là bao nhiêu?

- A. $1200(cm^2)$ B. $600\pi(cm^2)$ C. $1000\pi(cm^2)$ D. $1210\pi(cm^2)$

Câu 11. [VD] Cho hình trụ bị cắt bỏ một phần $OABB'A'O'$ như hình vẽ. Thể tích phần còn lại là:



- A. $70\pi (cm^3)$ B. $80\pi (cm^3)$ C. $60\pi (cm^3)$ D. $10\pi (cm^3)$

Câu 12. [VDC] Một hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích là $2 cm^2$, chu vi là $6cm$ và $AB > AD$. Cho hình chữ nhật này quay quanh cạnh AB . Diện tích xung quanh của hình được tạo thành là:

- A. $\frac{1}{2}\pi cm^2$. B. πcm^2 . C. $2\pi cm^2$. D. $4\pi cm^2$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h . Nếu ta giảm chiều cao đi chín lần và tăng bán kính đáy lên ba lần thì

- a) Chu vi đáy tăng lên 3 lần
b) Diện tích xung quanh không đổi
c) Diện tích toàn phần không đổi
d) Thể tích hình trụ không đổi

Câu 2. Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất bên trong có đường kính đáy là $30 cm$, chiều cao $20 cm$ đựng đầy nước, lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là $40 cm$ chiều cao là $12 cm$.

- a) Diện tích xung quanh của lọ thứ nhất lớn hơn lọ thứ hai.
b) Diện tích toàn phần của lọ thứ nhất lớn hơn lọ thứ hai.
c) Nếu đổ hết nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước bị tràn ra ngoài.
d) Nếu đổ hết $\frac{1}{2}$ nước từ lọ thứ hai sang lọ thứ nhất nước không bị tràn ra ngoài.

Câu 3. Một cửa hàng phục vụ hai loại bánh pizza có độ dày giống nhau là $1cm^3$ nhưng khác nhau về kích thước. Cái nhỏ có bán kính $30 cm$ giá 60000 đồng. Cái lớn có bán kính $40 cm$ giá 80000 đồng.

- a) Thể tích của pizza cỡ nhỏ là $900\pi (cm^3)$
b) Thể tích của pizza cỡ lớn là $1500\pi (cm^3)$
c) Mua pizza cỡ nhỏ có lợi hơn pizza cỡ lớn

Câu 4. Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100ml$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ.

- a) Nếu công ty sữa thiết kế bao bì đựng có dạng hình trụ thì diện tích giấy cần sử dụng tối thiểu khoảng $119,27cm^2$
b) Nếu công ty sữa thiết kế bao bì đựng có dạng hình trụ thì diện tích giấy cần sử dụng tối thiểu khoảng $119,27cm^2$
c) Thiết kế hộp sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ sẽ tốn nguyên vật liệu như nhau
d) Thiết kế hộp sữa dạng hình trụ có chiều cao gấp 2 lần bán kính đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN



Câu 1. [NB] Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính của đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là 314 cm^2 . Bán kính của đường tròn đáy xấp xỉ là? ($\pi \approx 3,14$)

Câu 2. [NB] Một hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy. Diện tích xung quanh trụ bằng $36\pi(\text{cm}^2)$. Thể tích hình trụ là?

Câu 3. [TH] Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $30\pi \text{ cm}^2$, biết đường kính đáy của hình trụ bằng 6 cm. Thể tích của hình trụ đó là:

Câu 4. [TH] Một hình trụ đứng có bán kính đáy là 40cm, diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Hôì thùng chứa được khoảng bao nhiêu lít nước? ($\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến lít)

Câu 5. [VD] Một hình trụ có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ đường kính đáy. Biết thể tích của nó là $768\pi \text{ cm}^3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là:

Câu 6. [VDC] Một hình chữ nhật có chu vi và diện tích theo thứ tự là 28cm, 48cm^2 . Quay hình chữ nhật một vòng quanh một cạnh cố định để được một hình trụ. Thể tích lớn nhất của hình trụ này có thể đạt được là:

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ✓ Xác định được kích thước của các yếu tố của hình trụ
- ✓ Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Một hình trụ có bán kính đáy đường tròn đáy là 16 cm, chiều cao là 9 cm. Tính:

- a) Diện tích xung quanh của hình trụ.
- b) Thể tích của hình trụ. (Lấy $\pi = 3,142$ làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Ví dụ 2 [TH]: Một hình trụ có diện tích toàn phần gấp hai lần diện tích xung quanh. Biết bán kính đáy hình trụ là 6cm. Tính thể tích hình trụ.

Ví dụ 3 [TH]: Có một lọ thủy tinh hình trụ có bán kính đáy 1dm, cao 5dm.

- a) Phải đổ vào bình bao nhiêu lít nước để mực nước trong bình cao 3dm $\pi \approx 3,14$?
- b) Người ta thả vào lọ một thanh sắt hình trụ cao 2dm, chìm trong nước. Mực nước trong lọ dâng cao 5cm. Tìm đường kính đáy của thanh sắt.

Ví dụ 4 [VD]: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{2}{5}$ chiều cao. Cắt hình trụ này bằng một mặt phẳng chứa trục ta được một mặt cắt có diện tích là 80cm^2 . Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

✓ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Hình trụ có đường kính đáy bằng 4cm và chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích của hình trụ (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 2. [NB] Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6cm, chiều cao 9cm.

- a) Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ.
- b) Tính thể tích của hình trụ (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân: $\pi \approx 3,14$).

Bài 3. [TH] Tính bán kính đáy của một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là $288\pi \text{ cm}^2$.

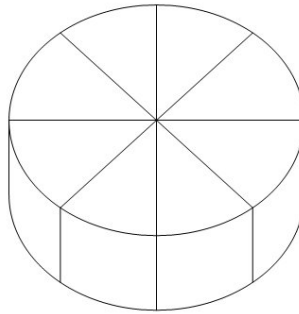
Bài 4. [VD] Từ một tấm tôn hình chữ nhật, kích thước 50cmx189cm người ta cuộn tròn lại thành mặt xung quanh của một hình trụ cao 50cm. Hãy tính

- a) diện tích tôn để làm hai đáy.



b) thể tích của hình trụ được tạo thành.

Bài 5. [VD] Hộp phô mai hình trụ có đường kính đáy 10,6cm và chiều cao 1,5cm.



a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

b) Người ta gói từng miếng phô mai bằng loại giấy đặc biệt. Giả sử miếng phô mai được gói chiếm 90% giấy gói. Em hãy tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.

Bài 6. [VD] Một hình trụ có thể tích là 200cm^3 . Giảm bán kính đáy đi hai lần và tăng chiều cao lên hai lần ta được một hình trụ mới. Tính thể tích của hình trụ này.

Bài 7. [VD] Một hình trụ có bán kính đáy là 8 cm. Diện tích toàn phần gấp ba lần diện tích xung quanh. Tính thể tích hình trụ đó.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một chiếc cốc dạng hình trụ. Đáy chiếc cốc có dạng:

- A. Hình chữ nhật. B. Hình vuông. C. Hình tròn. D. Hình trụ.

Câu 2. [NB] Một con lăn sơn dạng hình trụ. Sau khi lăn được 1 vòng, vệt sơn thu được có dạng:

- A. Hình chữ nhật. B. Hình tam giác. C. Hình tròn. D. Hình bầu dục.

Câu 3. [NB] Để làm một chiếc cốc giấy hình trụ, cần cắt giấy thành hình gì để làm thân cốc?

- A. Hình chữ nhật. B. Hình tam giác. C. Hình tròn. D. Hình bình hành.

Câu 4. [NB] Thả viên bi hình cầu vào trong một cốc nước hình trụ sao cho viên bi ngập sâu trong nước. Phần nước dâng lên có dạng:

- A. Hình cầu. B. Hình tròn. C. Hình hộp chữ nhật. D. Hình trụ.

Câu 5. [TH] Một bình thủy tinh hình trụ, đường kính bên trong của đáy là 6 cm, chiều cao 16 cm. Hỏi bình đựng được bao nhiêu ml nước?

- A. 144π . B. 96π . C. 576π . D. 48π .

Câu 6. [TH] Một hộp sữa ông thọ có chiều cao 12 cm và đáy có đường tròn đường kính 8 cm. Tính thể tích hộp sữa (Đơn vị cm^3 , làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

- A. 602,9. B. 603. C. 603,1. D. 602



Câu 7. [TH] Một ống nước hình trụ dài 1,5 m có đường kính 10 cm. Diện tích phần nhựa tạo nên ống nước đó là:

- A. $0,3\pi(\text{m}^2)$. B. $15\pi(\text{m}^2)$. C. $30\pi(\text{m}^2)$. D. $0,15\pi(\text{m}^2)$.

Câu 8. [TH] Một thùng đựng sơn có bán kính đáy là 12 cm, chiều cao 30 cm. Diện tích vật liệu làm nên thùng sơn là:

- A. $720\pi(\text{cm}^2)$. B. $4320\pi(\text{cm}^2)$. C. $1008\pi(\text{cm}^2)$. D. $288\pi(\text{cm}^2)$.



Câu 9. [VD] Một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy là 13 cm , diện tích xung quanh bằng 527 cm^2 . Khi đó, chiều cao của khúc gỗ khoảng:

A. $27,958(\text{cm})$. B. $17,958(\text{cm})$. C. $6,451(\text{cm})$. D. $28.958(\text{cm})$.

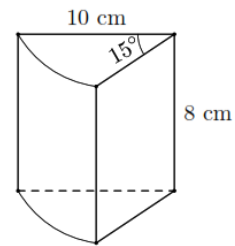
Câu 10. [VD] Một cái trụ lặn có dạng hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 42 cm , chiều dài trục lặn là 2 m . Sau khi lặn trọn 10 vòng thì trụ lặn tạo trên mặt sân mặt phẳng một diện tích là $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$.

A. $264000(\text{cm}^2)$. B. $26400(\text{cm}^2)$. C. $582(\text{cm}^2)$. D. $58200(\text{cm}^2)$.

Sau khi trụ lặn được 10 vòng thì diện tích là 264000 cm^2 .

Câu 11. [VD] Cho hình vẽ là một mẫu pho mát được cắt ra từ một khối pho mát dạng hình trụ (có các kích thước như hình sau). Khối lượng của mẫu pho mát là (khối lượng riêng của pho mát là 3 g/cm^3).

- A. $100(\text{g})$ B. $100\pi(\text{g})$
C. $800(\text{g})$ D. $800\pi(\text{g})$



Câu 12. [VDC] Một hộp bánh hình trụ có chiều cao nhỏ hơn bán kính đáy là $1,5\text{ cm}$. Biết thể tích của hộp bánh là $850\pi(\text{cm}^3)$. Diện tích vỏ hộp bánh là:

A. $170\pi(\text{cm}^2)$. B. $370\pi(\text{cm}^2)$.
C. $200\pi(\text{cm}^2)$. D. $400\pi(\text{cm}^2)$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Một chiếc cốc hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 2 cm , chiều cao là 6 cm .

1. Diện tích xung quanh của chiếc cốc khoảng 75 cm^2 .
2. Diện tích toàn phần của chiếc cốc khoảng 90 cm^2 .
3. Thể tích chiếc cốc khoảng $75(\text{cm}^3)$.
4. Diện tích xung quanh chiếc cốc bằng với thể tích chiếc cốc.

Câu 2. Một chiếc bánh sinh nhật có dạng hình trụ.

1. Nếu cắt bánh theo phương nằm ngang thì mặt cắt thu được là hình tròn.
2. Nếu cắt bánh theo phương thẳng đứng thì mặt cắt thu được là hình thang.
3. Nếu cắt bánh theo phương thẳng đứng thì mặt cắt thu được là hình chữ nhật.

Câu 3. Cho một hộp giấy hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h . Nếu ta tăng chiều cao lên hai lần và giảm bán kính đáy đi hai lần thì:

1. Chu vi đáy hộp giấy không đổi
2. Diện tích xung quanh hộp giấy không đổi
3. Diện tích toàn phần hộp giấy không đổi
4. Thể tích hộp giấy không đổi.

Câu 4. Một cốc nước dạng hình trụ có bán kính đáy 3 cm và chiều cao 10 cm . Trong cốc đang chứa nước. Biết mực nước cao 6 cm .

1. Chiếc cốc có thể đựng được 300 ml nước.



2. Thể tích nước hiện tại trong cốc khoảng $170ml$.
3. Nếu thả 1 viên bi sắt có đường kính $4cm$ vào cốc thì nước không tràn miệng cốc.
4. Nếu thả 1 viên bi sắt có đường kính $5cm$ vào cốc thì nước sẽ tràn miệng cốc.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Một khúc gỗ hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $16cm$ và dài $9cm$. Hỏi thể tích khúc gỗ là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Một hộp bánh hình trụ có bán kính đáy đường tròn đáy là $16cm$, chiều cao là $9cm$ được dán giấy xung quanh. Hỏi diện tích giấy để dán xung quanh hộp là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Chiều cao của một chiếc hộp hình trụ bằng bán kính của đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là $314cm^2$. Hỏi bán kính đường tròn đáy bằng bao nhiêu?

Câu 4. [TH] Một chiếc hộp hình trụ có bán kính đáy là $3cm$. Biết diện tích toàn phần của hình trụ gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao của chiếc hộp.

Câu 5. [VD]

	$9cm$	$6cm$	
$1cm$,	$0,2cm$.	$120ml$	5
	$2cm$.		cm

Câu 6. [VDC] Một lọ hình trụ được "đặt khít" trong một hộp giấy hình hộp chữ nhật. Biết thể tích của lọ hình trụ là $270cm^3$, tính thể tích của hộp giấy.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Vận dụng các công thức trên để tính bán kính đáy, chiều cao, diện tích đáy, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Một bình đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy $4cm$ và chiều cao là $5cm$. Tính thể tích của bình nước đó.

Ví dụ 2 [TH]: Một hộp sữa Ông Thọ do công ty Vinamilk sản xuất có thể tích là $293ml$. Nhà sản xuất tính toán rằng, để trọng lượng của vỏ hộp là nhẹ nhất thì đường kính của đáy hộp bằng $7,2cm$ (kết quả đã được làm tròn) và vỏ hộp được làm từ cùng một hợp kim có độ dày như nhau tại mọi vị trí. Hỏi khi đó chiều cao của hộp sữa bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Ví dụ 3 [TH]: Một cốc nước hình trụ có đường kính đáy là $10cm$ đang chứa nước nhưng chưa đầy. Người ta thả vào cốc 6 viên bi hình cầu giống hệt nhau thì thấy mực nước trong cốc dâng lên $5cm$ (và nước vẫn chưa đầy cốc). Tính bán kính của mỗi viên bi.

Ví dụ 4 [VD]: Có một lọ thủy tinh hình trụ có bán kính đáy $1dm$, cao $5dm$.

- a) Phải đổ vào bình bao nhiêu lít nước để mực nước trong bình cao $3dm$ $\pi \approx 3,14$?
- b) Người ta thả vào lọ một thanh sắt hình trụ cao $2dm$, chìm trong nước. Mực nước trong lọ dâng cao $5cm$. Tìm đường kính đáy của thanh sắt.

✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

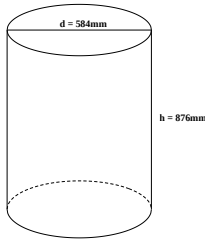
Bài 1. [NB] Một khối gỗ hình trụ có bán kính đáy đường tròn đáy là $16cm$, chiều cao là $50cm$. Tính

- a) Diện tích xung quanh của khối gỗ.



b) Thể tích của khối gỗ. (Lấy $\pi = 3,142$ làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Bài 2. [TH] Thùng Phuy là một vật dụng hình ống dùng để chứa và chuyên chở chất lỏng với dung tích lớn. Mỗi thùng phuy có đường kính nắp và đáy là 584 mm, chiều cao là 876 mm.



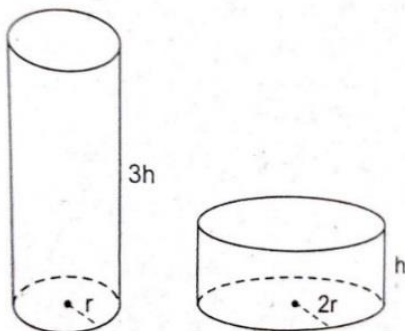
Hãy tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của thùng phuy.

Bài 3. [VD] Tính bán kính đáy của một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là $288\pi \text{ cm}^2$.

Bài 4. [VD] Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $40 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ người ta gò thành mặt xung quanh của một hình trụ có chiều cao 40 cm . Tính thể tích của khối trụ đó (đơn vị cm^3 , làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

Bài 5 [VD] Một thùng chứa nước hình trụ đứng có bán kính đáy là 40 cm, diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Hỏi thùng chứa được bao nhiêu lít nước?

Bài 6 [VD] Hai cái lọ có dạng hình trụ, các kích thước như ở hình bên. Lọ nào có dung tích lớn hơn?

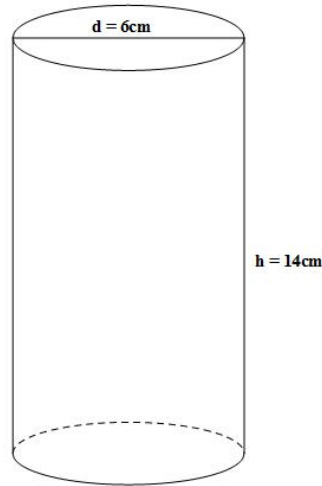


Bài 7 [VD] Một vật thể có thể dáng hình trụ, bán kính đường tròn đáy và độ dài của nó đều bằng $2r$ (cm). Người ta khoan một lỗ cũng có dạng hình trụ như hình vẽ có bán kính đáy và độ sâu đều bằng r (cm). Tính thể tích phần vật thể còn lại tính theo cm^3 .

Bài 8 [VD] Một chậu hình trụ cao 20 cm. Diện tích đáy bằng nửa diện tích xung quanh, trong chậu có nước cao đến 15 cm. Hỏi phải thêm bao nhiêu nước vào chậu để nước vừa đầy chậu?

Bài 9. [VD] Người ta nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá nhỏ vào một lọ thủy tinh có nước đựng hình trụ có đường kính là 4 cm. Nước trong lọ dâng lên 8,5 mm. Hỏi thể tích tượng đá là bao nhiêu cm^3 ?

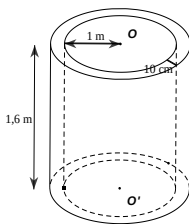
Bài 10. [VD] Nước giải khát thường được đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến trên thế giới thường chứa khoảng 335 ml chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao gần gấp đôi đường kính đáy (cao 12 cm, đường kính đáy 6,5 cm). Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng thon dài cao. Tuy chi phí sản xuất của những chiếc lon này tốn kém hơn, do nó có diện tích mặt ngoài lớn hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưa chuộng hơn.



a) Một lon nước ngọt cao 14 cm , đường kính đáy là 6 cm . Hỏi lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao?

b) Hỏi chi phí sản xuất lon nước ngọt cao ở câu a) tăng bao nhiêu phần trăm so với chi phí sản xuất lon có cỡ phổ biến?

Bài 11. [VD] Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư, người ta cần đúc 900 ống hình trụ có đường kính trong 2 m và chiều cao mỗi ống bằng $1,6\text{ m}$, độ dày thành ống là 10 cm .



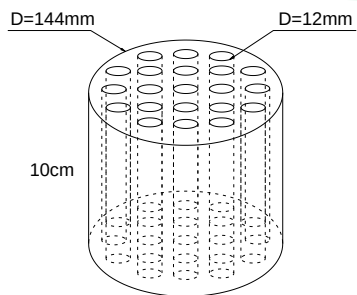
Hỏi phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi măng để làm đủ số ống nói trên, biết mỗi mét khối bê tông thì cần 7 bao xi măng?

Bài 12. [VD] Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất bên trong có đường kính đáy là 30 cm , chiều cao 20 cm đựng đầy nước, lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm chiều cao là 12 cm .

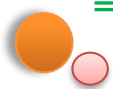


Hỏi nếu đổ hết nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao?

Bài 13. [VD] Một viên than tổ ong có dạng hình trụ, đường kính đá là 114 mm , chiều cao là 10 cm . Viên than này có 19 lỗ tổ ong hình trụ có trục song song với trục của viên trụ của viên than, mỗi lỗ có đường kính 12 mm .



Tính thể tích nhiên liệu đã được nén của mỗi viên than (làm tròn đến cm^3).





CHUYÊN ĐỀ 2: HÌNH NÓN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Một số yếu tố của hình nón

- +) Đỉnh: S .
- +) Chiều cao: $h = SO$.
- +) Đường sinh: $l = SA = SB$.
- +) Bán kính đáy: $r = OA = OB$.

2. Diện tích xung quanh của hình nón

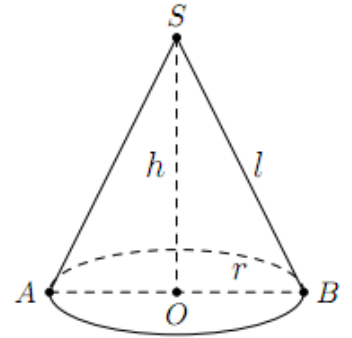
$$S_{xq} = \pi rl$$

(r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón).

Chú ý: Nếu gọi độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón lần lượt là l , h và r thì theo định lý Pythagore ta có: $l^2 = h^2 + r^2$.

3. Thể tích hình nón

$$V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad (S, h, r \text{ lần lượt là diện tích đáy, chiều cao và bán kính đáy của hình nón}).$$



B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. πrl . B. $\frac{1}{3}\pi rl$. C. $\pi r^2 h$. D. πr^2 .

Câu 2. [NB] Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. πr^2 . C. πrl . D. $\pi r^2 h$.

Câu 3. [NB] Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Tính diện tích toàn phần của hình nón đã cho

- A. $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$ B. $S_{tp} = \pi r^2 l + \pi r^2$. C. $S_{tp} = \pi rl + \pi r$. D. $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 l$.

Câu 4. [NB] Một hình nón có diện tích xung quanh S_{xq} , bán kính r . Đường sinh của hình nón bằng:

- A. $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$. B. $l = \frac{S_{xq}}{3\pi r}$. C. $l = \frac{3S_{xq}}{\pi r}$. D. $l = \frac{S_{xq}}{\pi r^2}$.

Câu 5. [TH] Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 400π (cm²), độ dài đường sinh bằng 25cm.

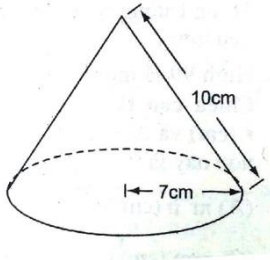
Bán kính đáy của hình nón bằng:

- A. 16. B. 10. C. 12. D. 14.

Câu 6. [TH] Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $5\pi a^2$. D. $6\pi a^2$.

Câu 7. [TH] Diện tích toàn phần của hình nón theo các kích thước ở hình bên là: (tính với $\pi = \frac{22}{7}$ và tính gần đúng đến cm²)



- A. 374cm^2 . B. 220cm^2 . C. 274cm^2 . D. 490cm^2 .

Câu 8. [TH] Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $3a$. B. $4a$. C. $5a$. D. $6a$.

Câu 9. [VD] Một chiếc nón có bán kính đáy bằng 15cm và chiều cao bằng 20cm. Hỏi chiếc nón mức đầy được bao nhiêu cm^3 nước (lấy $\pi = 3,14$).

- A. 4710. B. 4170. C. 4071. D. 4017.

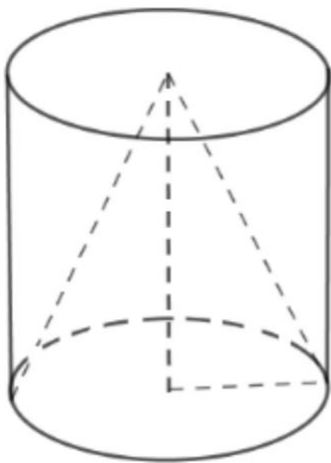
Câu 10. [VD] Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm. Số đo diện tích xung quanh (tính bằng cm^2) bằng số đo thể tích (tính bằng cm^3). Chiều cao của hình nón là:

- A. 3,75cm. B. 4,75cm. C. 5,75cm. D. 6,75cm.

Câu 11. [VD] Cho tam giác ABC đều cạnh 4cm, đường trung tuyến AM . Quay tam giác ABC quanh cạnh AM . Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành (đơn vị cm^2)

- A. $12\pi(\text{cm}^2)$. B. $18(\text{cm}^2)$. C. $12(\text{cm}^2)$. D. $18\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 12. [VDC] Từ một khúc gỗ hình trụ cao 15cm, người ta tiện thành một hình nón (như hình vẽ). Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi(\text{cm}^3)$



- A. $136\pi(\text{cm}^2)$. B. $120\pi(\text{cm}^2)$. C. $126\pi(\text{cm}^2)$. D. $128\pi(\text{cm}^2)$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l , và đường cao h .

a) Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l$

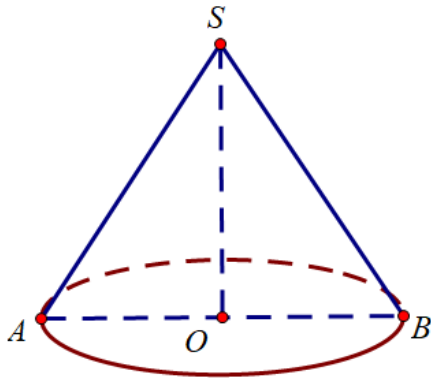
b) Diện tích đáy là $S = 2\pi r$

c) Diện tích toàn phần $S_{tp} = \pi r^2 h + \pi r^2$



d) Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 2. Một hình nón có SAB là một tam giác vuông cân tại S có cạnh góc vuông bằng a .



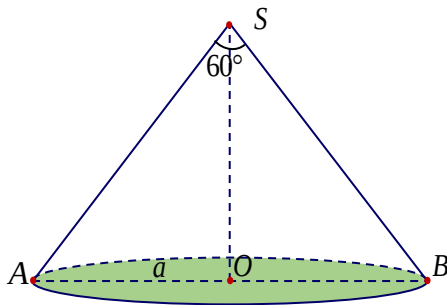
a) Bán kính $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

b) Đường sinh $l = 2a$

c) Chiều cao $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

d) Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Cho một hình nón như hình vẽ có bán kính đáy bằng a .



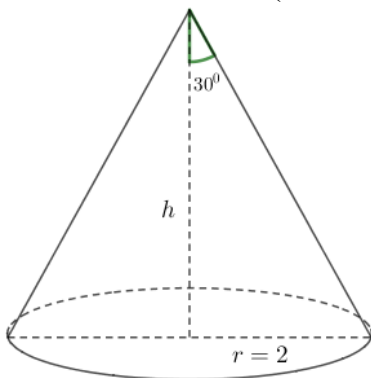
a) Đường sinh của hình chóp là $l = 2a$

b) Chiều cao của hình chóp là $h = a\sqrt{3}$

c) Diện tích toàn phần $S_{tp} = 4\pi a^2$

d) Thể tích của khối nón là $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 4. Cho hình nón (như hình vẽ) có bán kính đáy bằng 2 (cm),



a) Đường cao $h = 2\sqrt{3}$



b) Thể tích khối nón là $V = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3} (\text{cm}^3)$

c) Đường sinh của khối nón là $l = 4$

d) Diện tích toàn phần của hình nón là $S_p = \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{14} + 4\pi (\text{cm}^2)$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

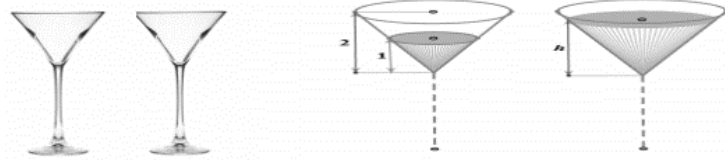
Câu 1. [NB] Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính đường sinh của hình nón là.....

Câu 2. [NB] Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho là

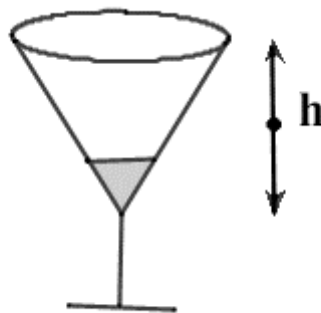
Câu 3. [TH] Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Đường cao của hình nón là.....

Câu 4. [TH] Nếu giữ nguyên bán kính đáy của một khối nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của khối nón này thay đổi như thế nào?.....

Câu 5. [VD] Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm . Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt phẳng của chất lỏng – lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).....



Câu 6. [VDC] Một chiếc ly dạng hình nón (như hình vẽ với chiều cao ly là h). Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao của ly. Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi úp ngược ly lại thì tỷ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước bây giờ bằng bao nhiêu?.....





CHUYÊN ĐỀ: HÌNH NÓN

Yêu cầu cần đạt:

- Nhận biết: Mô tả (chiều cao, đường sinh, bán kính đáy) của hình nón.

- Thông hiểu:

+ Tạo lập được hình nón

+ Tính được diện tích xung quanh của hình nón

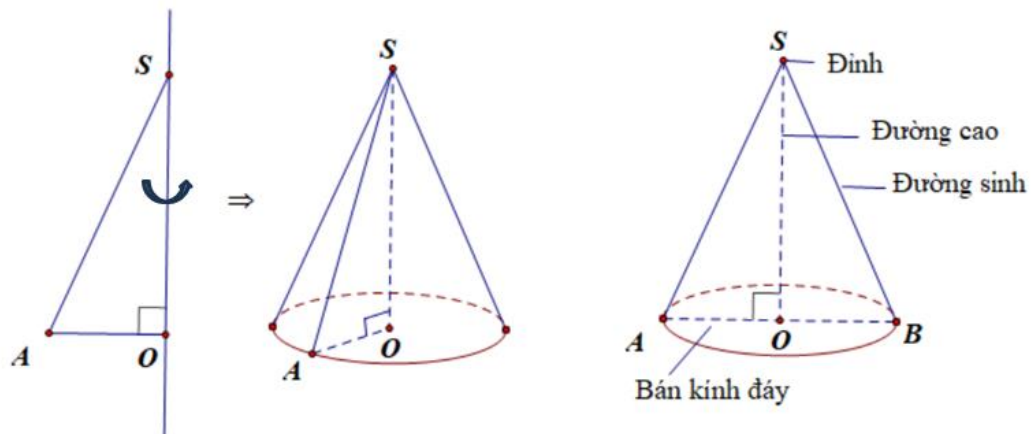
+ Tính được thể tích hình nón.

- Vận dụng:

Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích hình nón (ví dụ: tính thể tích hoặc diện tích xung quanh của một số đồ vật quen thuộc có dạng hình nón).

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cách tạo lân hình nón



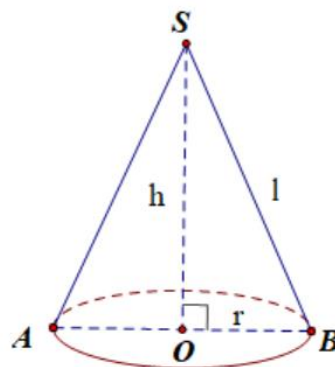
Khi quay tam giác vuông SOA (vuông ở O) một vòng quanh SO cố định thì ta được một hình nón đỉnh S , trong đó:

+ Đáy của hình nón và hình tròn $(O; OA)$, $R = OA$ gọi là bán kính đáy của hình nón.

+ Mỗi đường sinh là một vị trí của SA khi quay. Vậy hình nón có vô số đường sinh dài bằng nhau.

+ SO được gọi là đường cao của hình nón. Độ dài đoạn SO được gọi là chiều cao của hình nón.

2. Một số yếu tố của hình nón



+) Đỉnh: S .

+) Chiều cao: $h = SO$.

+) Đường sinh: $l = SA = SB$.

+) Bán kính đáy: $r = OA = OB$.

3. Diện tích xung quanh của hình nón

$$S_{xq} = \pi r l$$

(r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón).



D. $9\pi a^3$



MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 9: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $r = 2$ biết diện tích xung quanh của hình nón là $2\sqrt{5}\pi$. Tính thể tích của khối hình nón là:

- A. π B. $\frac{5}{3}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

Câu 10: Cho hình nón có đường kính đường tròn đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a . Khi đó thể tích nón bằng:

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ B. $4\pi a^3$ C. πa^3 D. $\frac{\pi a^3}{3}$

Câu 11: Cho hình nón có độ dài đường sinh là 5, bán kính đáy là 3. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

- A. 15π B. 48π C. 39π D. 24π

Câu 12: Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

- A. $4\pi a^2$ B. $3\pi a^2$ C. $2\pi a^2$ D. πa^2

Câu 13: Một hình nón có chiều cao bằng bán kính đáy và có thể tích bằng 9π . Chiều cao của khối nón đó bằng:

- A. $3\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt[3]{9}$ D. $\sqrt{3}$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 20\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Quay tam giác ABC cạnh AB ta được một hình nón có thể tích

- A. $2304(\text{cm}^3)$ B. $1024\pi(\text{cm}^3)$ C. $786\pi(\text{cm}^3)$ D. $768\pi(\text{cm}^3)$

Câu 15: Nếu tăng bán kính đáy và chiều cao của một hình nón lên 2 lần thì diện tích xung quanh hình nón đó :

- A. Tăng 4 lần B. Giảm 4 lần C. Tăng 2 lần D. Không đổi

Câu 16: Cho tam giác ABC đều cạnh a , đường trung tuyến AM . Quay tam giác ABC quanh cạnh AM . Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành.

- A. $\frac{3\pi a^2}{2}$ B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $\frac{5\pi a^2}{2}$ D. $\frac{\pi a^2}{2}$

Câu 17: Cho hình nón có độ dài đường sinh là $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón.

- A. $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$ B. $S_{xq} = 2\pi a^2, V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$
C. $S_{xq} = 2\pi a^2, V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$ D. $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$



Bài 18. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$. Thể tích của khối nón là :

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$

B. $\frac{\pi a^3}{3}$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{2}$

D. πa^3

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 19: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a , có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

Câu 20: Một mặt phẳng đi qua đỉnh S của hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân SAB đồng thời tạo với mặt phẳng đường tròn đáy góc 45° . Biết rằng đường cao của hình nón $SO = a$ và tam giác OAB vuông cân. Tính thể tích của khối nón?

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$

B. πa^3

C. $\frac{\pi a^3}{3}$

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Các công thức áp dụng

☒ $S_{xq} = \pi r l$ (r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón).

☒ $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (V, S, h, r lần lượt là thể tích, diện tích đáy, chiều cao và bán kính đáy của hình nón).

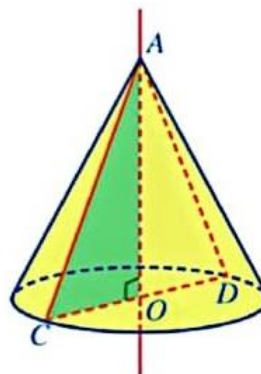
Chú ý: Nếu gọi độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón lần lượt là l, h và r thì theo định lý Pythagore ta có: $l^2 = h^2 + r^2$.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Cho tam giác cân ACD có O là trung điểm cạnh đáy CD . Xét hình nón được tạo ra khi quay tam giác vuông AOC một vòng xung quanh đường thẳng cố định chứa cạnh AO của tam giác vuông đó như hình bên. Quan sát hình hãy chỉ ra:

- Đỉnh của hình nón;
- Hai bán kính đáy của hình nón;
- Chiều cao của hình nón;
- Hai đường sinh của hình nón.



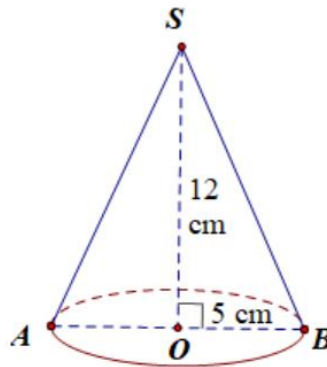
Ví dụ 2 [TH]:

Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, chiều cao bằng 12 cm.



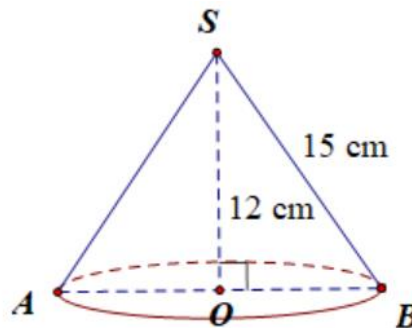
(tham khảo hình vẽ dưới đây)

- Tính diện tích xung quanh của hình nón;
- Tính thể tích của hình nón.



Ví dụ 3 [TH]:

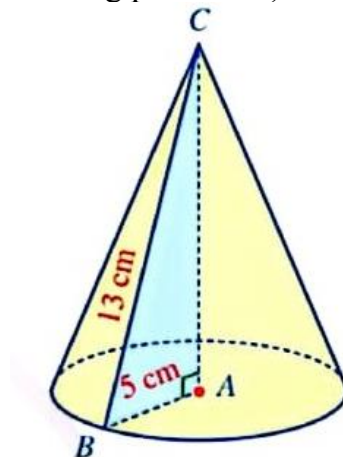
Tính diện tích xung quanh và thể tích của một hình nón có độ dài đường sinh bằng 15 cm và chiều cao bằng 12 cm.



Lời giải

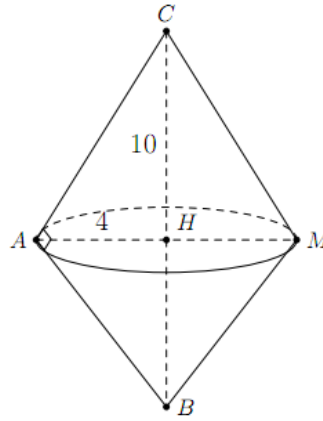
Ví dụ 4 [TH]:

Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 5$ cm, $BC = 13$ cm. Quay tam giác vuông ABC một vòng xung quanh đường thẳng AC ta được hình nón. Hỏi thể tích của hình nón đó bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Ví dụ 5 [VD]:

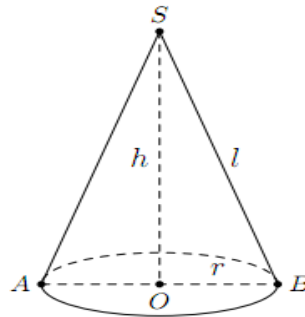
Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = 10$ cm, đường cao $AH = 4$ cm. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh BC . Tính thể tích hình tạo thành.



Ví dụ 6 [VD]:

Một hình nón có bán kính đáy bằng r , diện tích xung quanh gấp ba diện tích đáy.
Tính theo r :

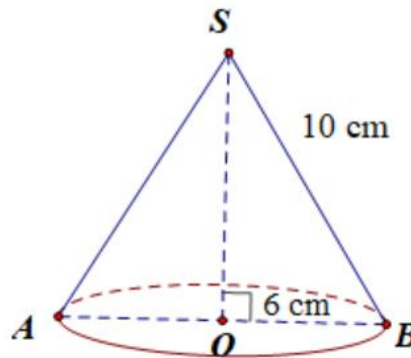
- Diện tích xung quanh của hình nón;
- Thể tích của hình nón.



✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

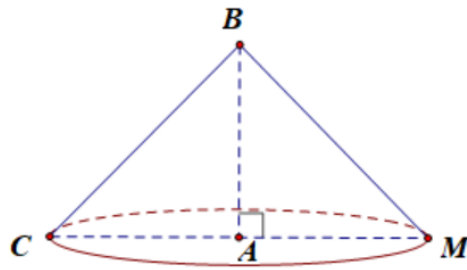
Bài 1. [TH] Một hình nón có bán kính đáy bằng 6 cm, đường sinh bằng 10 cm.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón;
- Tính thể tích của hình nón.

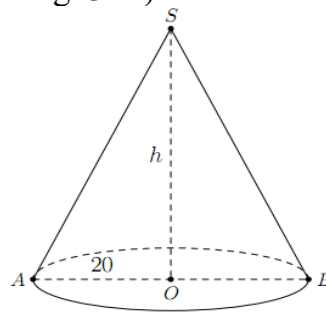


Bài 2. [TH] Cho một hình nón có bán kính đáy là 4 cm và độ dài đường sinh là 10 cm. Hỏi diện tích xung quanh của hình nón đó là bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 3 [VD] Cho tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 3\sqrt{2}$ cm. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AB . Tính diện tích và thể tích hình tạo thành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Bài 4. [VD] Một hình nón có bán kính đáy bằng 20 cm, số đo thể tích (tính bằng cm^3) bằng bốn lần số đo diện tích xung quanh (tính bằng cm^2). Tính chiều cao của hình nón.



DẠNG 2: BÀI TOÁN THỰC TẾ

Phương pháp giải:

- ☑ Bước 1: Đọc kĩ bài toán, xác định các yếu tố đã biết và chưa biết, xác định các đại lượng cần tính của hình nón.
- ☑ Bước 2: Đưa về tìm diện tích xung quanh hoặc thể tích,... của hình nón.
- ☑ Bước 3: Kết luận

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [VD]: Một chiếc mũ sinh nhật dạng hình nón được làm bằng 2 lớp giấy, có đường kính đáy là 20 cm và đường sinh là 30 cm. Tính diện tích giấy để làm nên chiếc mũ đó. (Biết diện tích phần mép nối không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$)

Ví dụ 2 [VD]: Người ta đổ muối thu hoạch được trên cánh đồng muối thành từng đống có dạng hình nón với chiều cao khoảng 60 cm và đường kính đáy khoảng 1,8 m. Hỏi mỗi đống muối có bao nhiêu đêximét khối muối? (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đổi 60 cm = 6 dm; 1,8 m = 18 dm

Bán kính hình tròn đáy của hình nón là: $18 : 2 = 9$ (dm)

Thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 9^2 \cdot 6 = 508,68 \approx 509$ (dm^3)

Vậy mỗi đống muối có khoảng 509 dm^3



✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [VD] Một chiếc nón có đường kính đáy bằng 40cm, độ dài đường sinh là 32 cm. Người ta lát mặt xung quanh của nón bằng ba lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để làm thành chiếc nón như vậy.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, $\pi \approx 3,14$)



Bài 2. [VD]

Chiếc nón do làng Chuông (Thanh Oai – Hà Nội) sản xuất là một hình nón có đường sinh bằng 36cm, đường kính đáy bằng 20cm. Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón. (với $\pi \approx 3,14$)



Bài 3. [VD] Một chiếc nón có đường kính đáy bằng 28 cm, độ dài đường sinh là 30cm. Người ta lát mặt xung quanh của nón bằng một lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để làm thành chiếc nón như vậy biết tỉ lệ hao hụt là 10% (lấy $\pi \approx 3,14$).



Bài 4. [VD] Phần mái lá của một ngôi nhà có dạng hình nón (không có đáy) với đường kính đáy khoảng 12 m và độ dài đường sinh khoảng 8,5 m (Hình 26). Chi phí để làm phần mái lá đó là 250 000đồng 1 m^2 . Hỏi tổng chi phí để làm toàn bộ phần mái nhà đó là bao nhiêu đồng (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?

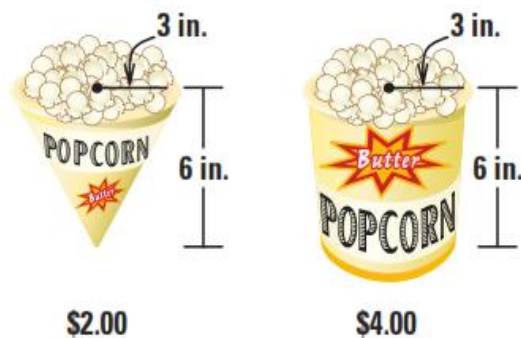


(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

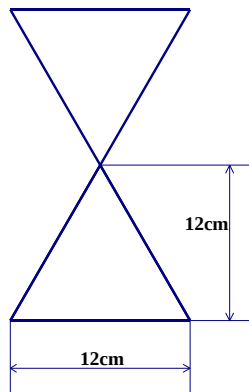
Hình 26

Bài 5. [VD] Một chiếc nón đồ chơi có chiều cao là 10 cm, bán kính đáy là 3 cm. Hỏi nếu dùng 5 chiếc nón như vậy để mức nước thì có đổ đầy được một chai 500 ml không? (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 6. [VD] Ở hai quầy hàng A và B trong hội hoa xuân, người ta bán hai loại bắp rang bơ lần lượt được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ với thông tin về giá cả và định lượng như trong hình dưới đây. Vỏ hộp được làm bằng giấy, phần này nhận được tài trợ của công ty giấy, nên cả hai quầy không tốn chi phí làm vỏ hộp. Hỏi bạn H nên mua bắp rang bơ ở quầy A hay quầy B để bạn có lợi hơn? Tại sao? (Biết rằng quy định là đổ đầy đến miệng hộp).



Bài 7. [VD] Một chiếc đồng hồ cát được tạo bởi hai hình nón bằng nhau, có mặt cắt và kích thước như hình vẽ. Người ta đổ đầy cát vào một nửa rồi úp ngược cho cát chảy. Biết rằng lượng cát chảy mỗi phút là 15 cm^3 . Hỏi sau bao lâu cát chảy hết. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến đơn vị phút)



Bài 8. [VD] Bác An có một đồng cát hình nón cao 2 m, đường kính đáy 6 m. Bác tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần 30 m^3 cát. Hỏi bác An cần mua bổ sung bao nhiêu m^3 cát nữa để đủ cát sửa nhà (lấy $\pi \approx 3,14$, các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

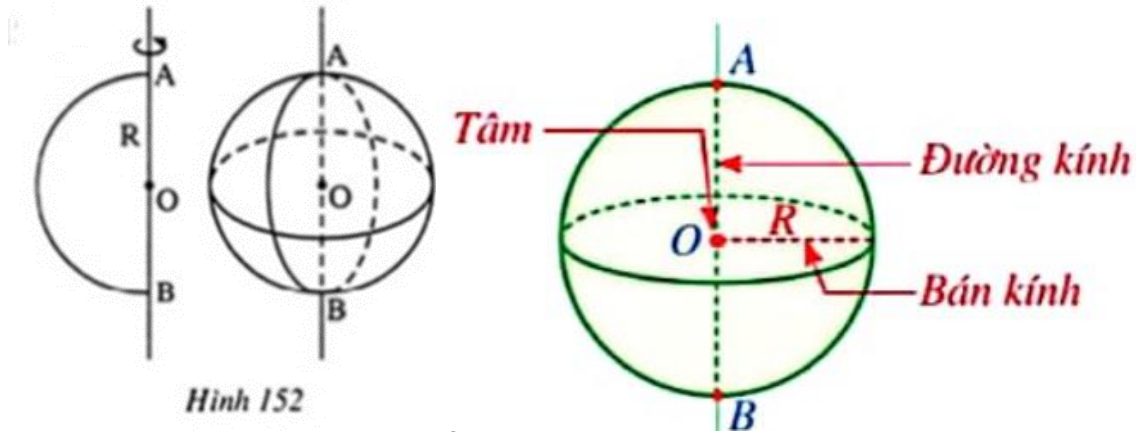


CHUYÊN ĐỀ 3. HÌNH CẦU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình cầu

- Khi quay nửa đường tròn quanh đường kính AB cố định của nó, ta được một mặt cầu.
- Khi quay nửa hình tròn quanh đường kính AB cố định ta thu được một hình cầu.
- Điểm O là tâm, R là bán kính của hình cầu hay mặt cầu đó



2. Cắt hình cầu bởi một mặt phẳng

- Khi cắt hình cầu bởi một mặt phẳng ta được một hình tròn
- Khi cắt mặt cầu bán kính R bởi một mặt phẳng ta được một đường tròn trong đó
 - + Đường tròn có bán kính R nếu mặt phẳng đi qua tâm (gọi là đường tròn lớn)
 - + Đường tròn có bán kính bé hơn R nếu mặt phẳng không đi qua tâm

3. Diện tích và thể tích

Cho hình cầu có bán kính R

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$

Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

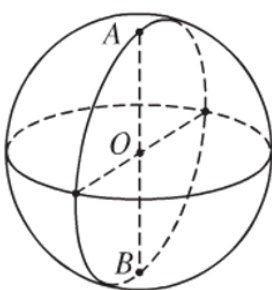
B. BÀI TẬP

DẠNG 1: TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU, THỂ TÍCH HÌNH CẦU VÀ BÁN KÍNH HÌNH CẦU

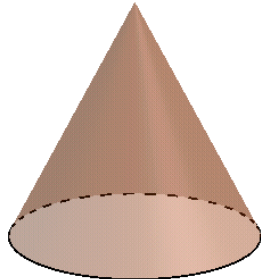
PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

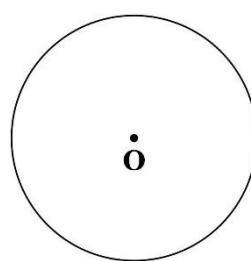
Câu 1. [NB] Trong các hình sau hình nào là hình cầu?



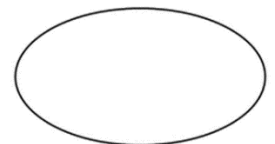
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2

B. Hình 3

C. Hình 4

D. Hình 1

Câu 2. [NB] Cho hình cầu có bán kính R. Thể tích hình cầu bằng:

A. $4\pi R^2$

B. $4\pi R^3$

C. $\frac{4}{3}\pi R^2$

D. $\frac{4}{3}\pi R^3$

Câu 3. [NB] Hình cầu tâm O bán kính R được tạo ra khi quay:



- A. Nửa đường tròn tâm O bán kính R quanh đường kính của nó.
- B. Tam giác vuông quanh cạnh góc vuông.
- C. Nửa hình tròn tâm O bán kính R quanh đường kính của nó.
- D. Hình chữ nhật quanh một cạnh của nó.

Câu 4. [NB] Khi quay nửa hình tròn tâm O bán kính R quanh đường kính AB cố định ta thu được hình cầu. Nửa đường tròn trong phép quay tạo nên:

- A. Một đường tròn
- B. Một hình tròn
- C. Mặt cầu
- D. Một hình cầu

Câu 5. [NB] Khi cắt hình cầu tâm O bán kính R bởi một mặt phẳng bất kỳ thì mặt cắt thu được luôn là một:

- A. Hình chữ nhật
- B. Hình tròn
- C. Đường tròn
- D. Hình vuông

Câu 6. [NB] Công thức tính diện tích mặt cầu có tâm O bán kính R là:

- A. πR^2
- B. $2\pi R^2$
- C. $3\pi R^2$
- D. $4\pi R^2$

Câu 7. [TH] Hình cầu tâm O bán kính R có thể tích là V. Khi đó bán kính R của hình cầu tính theo V là

- A. $\sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}}$
- B. $\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$
- C. $\sqrt{\frac{3V}{\pi}}$
- D. $\sqrt{\frac{3V}{4\pi}}$

Câu 8. [TH] Hình cầu tâm O bán kính R có diện tích mặt cầu là S. Khi đó bán kính R của hình cầu tính theo S là

- A. $\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
- B. $\sqrt{\frac{4S}{\pi}}$
- C. $\frac{S}{4\pi}$
- D. $\frac{4S}{\pi}$

Câu 9. [TH] Diện tích mặt cầu của hình cầu có đường kính là $d = 30$ cm là:

- A. $60\pi(\text{cm}^2)$
- B. $450\pi(\text{cm}^2)$
- C. $900(\text{cm}^2)$
- D. $900\pi(\text{cm}^2)$

Câu 10. [TH] Thể tích hình cầu có bán kính $R = 15$ cm là:

- A. 4500cm^3
- B. $4500\pi\text{cm}^3$
- C. $1125\pi\text{cm}^3$
- D. $16875\pi\text{cm}^3$

Câu 11. [TH] Một hình cầu có đường kính 24 cm. Diện tích bề mặt hình cầu là (lấy $\pi = 3,14$):

- A. $S \approx 21,08\text{ dm}^2$
- B. $S \approx 18,09\text{ dm}^2$
- C. $S \approx 72,35\text{ dm}^2$
- D. $S \approx 18,08\text{ dm}^2$

Câu 12. [TH] Cho mặt cầu có số đo diện tích bằng số đo thể tích. Tính bán kính mặt cầu:

- A. 3.
- B. 6.
- C. 9.
- D. 12.

Câu 13. [TH] Một hình cầu có đường kính 61(mm). Độ dài đường tròn lớn là:

- A. $61\pi\text{ mm}$
- B. $30,5\pi\text{ mm}$
- C. $122\pi\text{ mm}$
- D. $37,21\pi\text{ mm}$

Câu 14. [VD] Hình cầu có thể tích là $288\pi(\text{cm}^3)$ thì diện tích mặt cầu đó là:

- A. 144 cm^2
- B. $144\pi\text{ cm}^2$
- C. $72\pi\text{ cm}^2$
- D. $24\pi\text{ cm}^2$

Câu 15. [VD] Một khối cầu có thể tích $113,04\text{ cm}^3$. Vậy diện tích mặt cầu là (lấy $\pi = 3,14$):

- A. $200,96\text{ cm}^2$.
- B. $226,08\text{ cm}^2$.
- C. $150,72\text{ cm}^2$.
- D. $113,04\text{ cm}^2$.

Câu 16. [VD] Hình cầu có diện tích bề mặt là $324\pi(\text{cm}^2)$ thì thể tích hình cầu đó là:

- A. $729\pi\text{ cm}^3$
- B. $108\pi\text{ cm}^3$
- C. $972\pi\text{ cm}^3$
- D. 972 cm^3

Câu 17. [VD] Một hình cầu có diện tích mặt cầu là $64\pi\text{ cm}^2$. Thể tích hình cầu đó là:

- A. $\frac{32}{3}\pi\text{ cm}^3$.
- B. $\frac{256}{3}\pi\text{ cm}^3$.
- C. $64\pi\text{ cm}^3$.
- D. $256\pi\text{ cm}^3$.

Câu 18. [VD] Một hình cầu có diện tích bề mặt là $144\pi(\text{cm}^2)$. Tính thể tích của hình cầu đó.

- A. $V = 144\pi(\text{cm}^3)$
- B. $V = 432\pi(\text{cm}^3)$
- C. $V = 108\pi(\text{cm}^3)$
- D. $V = 288\pi(\text{cm}^3)$



Câu 19. [VD] Một hình cầu có đường kính là 2,63(inch) . Hỏi bề mặt của nó có diện tích là bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)? (lấy $\pi = 3,14$; 1 inch = 2,54 cm).

- A. 140,12 cm². B. 140,13 cm². C. 140,1 cm². D. 140,2 cm².

Câu 20. [VD] Một hình cầu có độ dài đường tròn lớn là 23 cm . Tính thể tích của hình cầu đó? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi = 3,14$).

- A. 205,67 cm³. B. 205,68 cm³. C. 2056,7 cm³. D. 205,6 cm³.

Câu 21. [VDC] Cho một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 3 cm và chiều cao $h = 4$ cm . Một hình cầu có diện tích bằng diện tích xung quang của hình trụ. Tính bán kính của hình cầu?

- A. $V = 24\pi$ cm. B. $V = 16\pi$ cm. C. $V = 8\sqrt{3}\pi$ cm. D. $V = 8\sqrt{6}\pi$ cm.

Câu 22. [VDC] Hai hình cầu A và B có bán kính tương ứng là x và $2x$. Tỉ số các thể tích hai hình cầu này là:

- A. 1:2. B. 1:4. C. 1:8. D. 1:16.

Câu 23. [VDC] Một hình cầu có chu vi đường tròn lớn là 27π (cm) . Giả sử làm tăng gấp đôi đường kính của hình cầu, hãy dự đoán thể tích của hình cầu lúc này tăng lên bao nhiêu lần so với lúc ban đầu:

- A. 2 lần. B. 8 lần. C. 4 lần. D. Không thay đổi.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình tròn tâm O , bán kính R . Khi đó:

- a) Bán kính hình cầu và bán kính đường tròn đi qua tâm là bằng nhau.
- b) Trong hình cầu mọi bán kính là bằng nhau.
- c) Bán kính đường tròn đi qua tâm lớn hơn bán kính hình cầu.
- d) Bán kính đường tròn không đi qua tâm luôn lớn hơn bán kính đường tròn đi qua tâm.

Câu 2. Cho hình tròn tâm O , bán kính R . Khi đó:

- a) $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.
- b) Công thức tính diện tích mặt cầu là $S = \pi R^2$ (R là bán kính). Do đó số đo diện tích luôn là số thập phân.
- c) Công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (R là bán kính). Do đó tồn tại hình cầu có số đo thể tích là một số tự nhiên.
- d) Biểu thức liên hệ giữa diện tích và bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{\frac{3V}{4\pi}}$.

Câu 3. Cho mặt cầu có số đo diện tích bằng hai lần số đo thể tích. Khi đó:

- a) Bán kính của hình cầu là $R = 3$.
- b) Diện tích mặt cầu là $S \approx 28,26$ (đvdt)
- c) Bán kính của hình cầu là một số thập phân.
- d) Thể tích của hình cầu là $V \approx 10,6$ (đvtt)

Câu 4. Cho hình cầu tâm O có diện tích mặt cầu là 64π cm² . Khi đó:

- a) Thể tích của hình cầu là $V \approx 85,33$ cm³.
- b) Bán kính của hình cầu là $R = 4$ cm.
- c) Diện tích đường tròn lớn khoảng 12,56cm² .
- d) Chu vi đường tròn lớn khoảng 25,12cm.

**3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN****Câu 1. [NB]** Cho hình cầu tâm O đường kính là 10 cm. Bán kính hình cầu là bao nhiêu?**Câu 2. [TH]** Cho hình cầu có bán kính $R = 3\text{cm}$. Diện tích mặt cầu là bao nhiêu?**Câu 3. [TH]** Cho mặt cầu có số đo diện tích bằng hai lần số đo thể tích. Tính bán kính mặt cầu?**Câu 4. [VD]** Cho hình cầu có thể tích $V = 288\pi(\text{cm}^3)$. Tính đường kính của mặt cầu.**Câu 5. [VD]** Cho hình cầu có bán kính 5cm. Một hình nón cũng có bán kính đáy bằng 5 cm và có diện tích toàn phần bằng diện tích mặt cầu. Tính chiều cao của hình nón.**Câu 6. [VDC]** ABCD AB = 4cm; AD = 3cm

M AD N BC MN

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN**Phương pháp giải:** Vận dụng công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu:☒ Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$ ☒ Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ **BÀI TẬP MẪU****Ví dụ 1 [NB]:** Cho hình cầu có bán kính $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$

a) Tính diện tích mặt cầu.

b) Tính thể tích khối cầu tương ứng.

Ví dụ 2 [TH]: Cho hình cầu có đường kính là 17 cm. Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu (lấy $\pi = 3,14$, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).**Ví dụ 3 [TH]:** Cho hình cầu có độ dài đường tròn lớn là 94,2 cm. Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu (lấy $\pi = 3,14$, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).**Ví dụ 4 [VD]:** Một hình cầu có diện tích bề mặt $100\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích của hình cầu đó**Ví dụ 5 [VD]:** Thể tích của một hình cầu là $512\pi \text{ cm}^3$. Tính diện tích mặt cầu đó (lấy $\pi = 3,14$, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).**Ví dụ 6 [VD]:** Cho một hình cầu và hình trụ ngoại tiếp nó (đường kính đáy và chiều cao của hình trụ bằng nhau và bằng đường kính của hình cầu). Tính tỉ số giữa diện tích mặt cầu và diện tích toàn phần của hình trụ.**Ví dụ 7 [VDC]:** Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích mặt cầu được tạo thành khi quay nửa đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ một vòng quanh cạnh BC.**✓BÀI TẬP TỰ LUYỆN****Bài 1. [NB]** Điền vào các ô trống trong bảng sau :

Bán kính hình cầu	0,4mm	6dm	0,2m	100km	60 ha	0,05 cm
Diện tích mặt cầu						
Thể tích hình cầu						

Bài 2. [TH] Khi cắt một hình cầu bởi một mặt phẳng đi qua tâm của hình cầu đó được một hình tròn có diện tích $25\pi(\text{cm}^2)$. Tính diện tích mặt cầu và thể tích của hình cầu đó.**Bài 3. [VD]** Cho một hình cầu nội tiếp trong hình trụ. Biết rằng chiều cao của hình trụ bằng ba lần bán kính đáy và bán kính đáy của hình trụ bằng bán kính của hình cầu. Tính tỉ số giữa thể tích hình cầu và thể tích hình trụ.**Bài 4. [VD]** Cho một hình cầu và một hình lập phương ngoại tiếp nó. Tính tỉ số giữa diện tích mặt cầu và diện tích toàn phần của hình lập phương.



DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU, THỂ TÍCH HÌNH CẦU LIÊN QUAN TỚI THỰC TẾ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Công thức tính thể tích hình cầu có tâm O , bán kính R là:

- A. πR^3 . B. $4\pi R^2$. C. $\frac{4}{3}\pi R^2$. D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 2. [NB] Công thức tính diện tích mặt cầu có tâm O , bán kính R là:

- A. πR^2 . B. $4\pi R^2$. C. $\frac{4}{3}\pi R^2$. D. πR^3 .

Câu 3. [NB] Nếu cắt một hình cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và hình cầu là một hình gì?

- A. Hình cầu. B. Hình tròn. C. Đường tròn. D. Hình bầu dục.

Câu 4. [NB] Nếu cắt một mặt cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt phẳng và mặt cầu là một hình gì?

- A. Mặt cầu. B. Hình tròn. C. Đường tròn. D. Hình bầu dục.

Câu 5. [TH] Cho hình cầu có đường kính $d = 6$ cm. Diện tích mặt cầu là

- A. 36π (cm²). B. 9π (cm²). C. 12π (cm²). D. 36π (cm).

Câu 6. [TH] Cho hình cầu có bán kính 3 cm. Thể tích hình cầu đó là

- A. 36π (cm³). B. 36π (cm²). C. 4π (cm³). D. 12π (cm³).

Câu 7. [TH] Cho hình cầu có đường kính 20 cm. Thể tích hình cầu đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm³) là

- A. 4189 cm³. B. 4188 cm³. C. 4190 cm³. D. 4188,8 cm³.

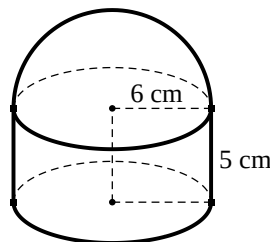
Câu 8. [TH] Cho mặt cầu có thể tích là $V = 288\pi$ (cm³). Tính đường kính mặt cầu.

- A. 6 cm. B. 12 cm. C. 8 cm. D. 16 cm.

Câu 9. [VD] Thể tích của một quả bóng chuyền hơi có dạng hình cầu có đường kính bằng 24 cm là

- A. $18\,432\pi$ (cm³). B. $2\,304\pi$ (cm³). C. 576π (cm³). D. 768π (cm³).

Câu 10. [VD] Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy $r = 6$ cm, chiều cao $h = 5$ cm và nắp hộp là một nửa hình cầu (tham khảo hình vẽ). Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích S cần sơn là:



- A. $S = 142\pi$ cm². B. $S = 120\pi$ cm². C. $S = 132\pi$ cm². D. $S = 110\pi$ cm².

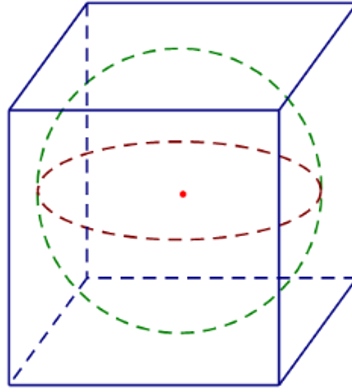
Câu 11. [VD] Cho một hình cầu và một hình lập phương ngoại tiếp nó. Nếu diện tích toàn phần của hình lập phương là 24 cm² thì diện tích mặt cầu là:

A. 4π .

B. 4.

C. 2π .

D. 2.



Câu 12. [VDC] Cho tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích mặt cầu được tạo thành khi quay nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC một vòng quanh cạnh BC .

A. $2\pi a^2$.B. $\frac{\pi a^2}{2}$.C. $\frac{a^2}{2}$.D. $\frac{\pi a}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Khi quay một nửa hình tròn đường kính $AB = 5$ cm một vòng quanh AB ta được

- a) một hình cầu bán kính 5 cm.
- b) một mặt cầu bán kính 5 cm.
- c) một hình cầu có diện tích bề mặt là $25\pi \text{ cm}^2$.
- d) một hình cầu có thể tích (làm tròn đến hàng đơn vị của cm^3) là 65 cm^3 .

Câu 2. Một mặt phẳng đi qua tâm của một hình cầu, cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích $9\pi \text{ cm}^2$.

- a) Mặt cắt là một hình tròn có bán kính là 3 cm.
- b) Chu vi của đường tròn mặt cắt là $18\pi \text{ cm}$.
- c) Thể tích của hình cầu là $81\pi \text{ cm}^3$.
- d) Nếu hình cầu trên rỗng thì chứa được khoảng 113 cm^3 không khí (coi bề dày vỏ hình cầu là không đáng kể).

Câu 3. Một cốc đựng ba viên kem có dạng hình cầu, mỗi viên đều có bán kính bằng 3 cm

- a) Thể tích của một viên kem là $12\pi \text{ cm}^3$.
- b) Thể tích của cả ba viên kem là $108\pi \text{ cm}^3$.
- c) Thể tích của cả ba viên kem (làm tròn đến hàng đơn vị của cm^3) là 339 cm^3 .
- d) Một cốc kem khác đựng một số viên kem như trên có chứa 678 cm^3 kem thì cốc đó có 2 viên kem như trên.

Câu 4. Một quả bóng tennis có dạng hình cầu, đường kính 6,4 cm. Người ta đựng ba quả bóng trên vào hộp chiếc hộp hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng xếp theo chiều dọc.

- a) Diện tích bề mặt của một quả bóng là $40,96\pi \text{ cm}^2$.
- b) Thể tích của một quả bóng là $\frac{16384\pi}{375} \text{ cm}^3$.
- c) Thể tích không khí chứa trong một quả bóng (làm tròn đến hàng đơn vị của cm^3) là 138 cm^3 (coi bề dày của vỏ quả bóng là không đáng kể).



d) Thể tích bên trong hộp đựng bóng không bị chiếm bởi ba quả bóng tennis là

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Diện tích mặt cầu đường kính $d = 1$ là bao nhiêu?

Câu 2. [NB] Thể tích của hình cầu có đường kính $d = 6$ là bao nhiêu?

Câu 3. [TH] Hình cầu có thể tích là $288\pi \text{ cm}^3$ thì diện tích mặt cầu đó là bao nhiêu cm^2 ?

Câu 4. [TH] Diện tích của một mặt cầu là $9\pi \text{ cm}^2$. Thể tích của hình cầu này là bao nhiêu?

Câu 5. [VD] Diện tích mặt của quả địa cầu trong hình vẽ sau là bao nhiêu, biết đường kính quả địa cầu $d = 30 \text{ cm}$ (quả địa cầu có dạng một hình cầu).



Câu 6. [VDC] Một quả bóng rổ có dạng hình cầu với đường kính bằng 24 cm được làm bằng da có tỉ lệ hao hụt là 2% . Diện tích da cần dùng để làm quả bóng rổ trên là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^2)



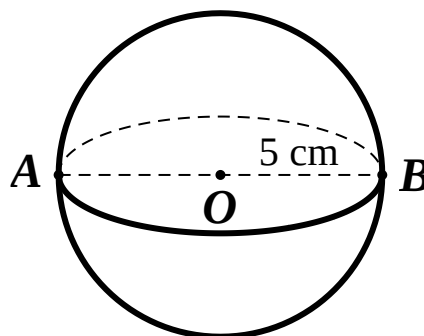
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- ☒ Sử dụng công thức phù hợp với yêu cầu của đề bài, sau đó thay số liệu của bài toán vào công thức để tính.
- ☒ Trả lời đúng yêu cầu của đề bài.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho hình cầu như hình vẽ bên dưới. Hãy cho biết tâm, độ dài bán kính và độ dài đường kính của hình cầu đó.



Ví dụ 2 [TH]: Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có bán kính bằng 9 cm .

Ví dụ 3 [TH]: Cho mặt cầu có thể tích là $V = \frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3$. Tính đường kính mặt cầu.



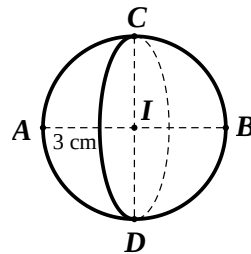
Ví dụ 4 [VD]: Một bể cá mini hình cầu có đường kính 18cm. Ban đầu bể chưa có gì. Sau đó người ta đổ vào bể 6 cốc nước, mỗi cốc chứa 350ml nước. Hỏi lượng nước chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích bể? (lấy $\pi \approx 3,14$, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho hình cầu như hình vẽ bên dưới.

- Hãy kể tên tâm, các bán kính, đường kính của hình cầu đó.
- Hãy cho biết độ dài đường kính của hình cầu đó.



Bài 2. [TH] Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu có đường kính bằng 30 cm.

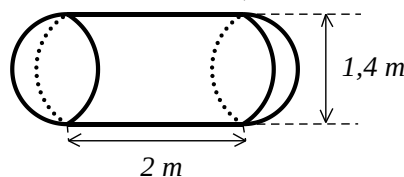
Bài 3. [VD] Quả bóng đá có dạng có dạng một hình cầu với bán kính bằng 12 cm. Tính thể tích của quả bóng đá (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 4. [VD] Một quả bóng hình cầu có đường kính là 6 cm. Tính diện tích da phải dùng để khâu được thành quả bóng đó? (không tính đến lượng da hao hụt, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).

Bài 5. [VD] Hàng năm cứ dịp Tết đến Xuân về, dân làng Thúi Lĩnh, phường Lĩnh Nam, quận Hoàng Mai, Hà Nội lại tổ chức lễ hội vật cầu truyền thống. Trong lễ hội có sử dụng một quả cầu được tiện bằng gỗ, đường kính khoảng 30 cm, sơn đỏ mặt ngoài. Tính diện tích cần sơn đỏ của quả cầu gỗ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm^2).

Bài 6 [VD] Một quả bóng đá có chu vi của đường tròn lớn bằng 68,5 cm. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích bằng $49,83 \text{ cm}^2$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên? (coi phần mép khâu không đáng kể).

Bài 7 [VD] Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính bằng 1,4 m và một hình trụ có chiều cao bằng 2 m (Hình vẽ tham khảo bên dưới). Tính thể tích của bồn chứa xăng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của m^3).



Bài 8 [VD] Bạn Việt làm một mô hình quả địa cầu có dạng hình cầu với đường kính, là 16 cm.

Bạn dùng màu xanh dương để tô màu cho các vùng địa hình là nước gồm biển, hồ, sông



ngôi... Biết địa hình là nước chiếm 70% bề mặt quả địa cầu, tính diện tích phần được tô màu xanh dương. (Lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài 9 [VD] Trái Đất có bán kính 6 400 km. Diện tích biển và đại dương chiếm $\frac{3}{4}$ bề mặt trái đất.

Hãy tính diện tích biển và đại dương của trái đất (làm tròn kết quả đến triệu km^2).

Bài 10 [VD] Phần trên của một chiếc cốc chân cao có dạng nửa hình cầu (xem hình minh họa). Biết cốc này có thể chứa được 56,5 ml nước. Tính đường kính của miệng cốc.

