# GIỮA KỲ 2-THCS NGHĨA TÂN

# ĐỀ 8

1. (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức:  và  (với )

1) Tính giá trị biểu thức  khi ;

2) Chứng minh: ;

3) Cho . Tìm giá trị lớn nhất của  để biểu thức .

1. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người công nhân cùng làm chung một công việc sau 6 giờ thì xong. Nếu hai người cùng làm trong 2 giờ rồi người thứ nhất nghỉ, để người thứ hai làm tiếp 4 giờ nữa thì được  công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

1. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: .

2) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng 

a) Tìm tọa độ giao điểm  của  và 

b) Tính diện tích tam giác .

1. (3,5 điểm) Cho đường tròn và điểm  nằm ngoài đường tròn sao cho . Từ  kẻ hai tiếp tuyến  với đường tròn  ( là các tiếp điểm). Gọi  là trung điểm của  và tia  cắt  tại  ( khác ).

a) Chứng minh  là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh .

c) Vẽ dây cung  của đường tròn  sao cho  là tia phân giác của góc . Chứng minh  và  thẳng hàng.

1. (0,5 điểm)

Cho 2021 số nguyên dương  sao cho không có bất kì hai số nào bằng nhau.

Chứng minh rằng: 

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. Cho hai biểu thức:  và  (với )

1) Tính giá trị biểu thức khi ;

2) Chứng minh: ;

3) Cho . Tìm giá trị lớn nhất của  để biểu thức 

**Lời giải**

1) Tính giá trị biểu thức khi ;

Ta có  thay vào  ta được .

2) Chứng minh: ;

Ta có 









.

3) Cho . Tìm giá trị lớn nhất của  để biểu thức .

Ta có 

Điều kiện : 

.

Từ đó ta suy ra









Mà  với mọi  nên ta suy ra







.

Kết hợp với điều kiện  ta được .

1. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người công nhân cùng làm chung một công việc sau 6 giờ thì xong. Nếu hai người cùng làm trong 2 giờ rồi người thứ nhất nghỉ, để người thứ hai làm tiếp 4 giờ nữa thì được  công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

**Lời giải**

Gọi năng suất của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là  điều kiện .

Năng suất làm việc chung của hai người là .

Hai người làm chung thì 6 giờ xong công việc nên ta có phương trình :

Hai người cùng làm trong 2 giờ rồi người thứ nhất nghỉ để người thứ 2 làm trong 4 giờ thì được  công việc nên ta có phương trình : 

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 

Đối chiếu điều kiện thấy thỏa mãn.

Vậy người thứ nhất làm một mình thì hết  xong công việc, người thứ hai làm một mình thì hết  xong công việc.

1. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: .

2) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng 

a) Tìm tọa độ giao điểm  của  và 

b) Tính diện tích tam giác .

**Lời giải**

1) Giải hệ phương trình: .

Đặt  ta được hệ phương trình sau:

 (thỏa mãn điều kiện)

Thay vào ta được 

Vậy hệ phương trình có nghiệm 

2) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng 

a) Tìm tọa độ giao điểm  của  và .

Phương trình hoành độ giao điểm của  và  là:



Thay vào ta được .

b) Tính diện tích tam giác .

Xét tam giác  có







Từ đó suy ra  suy ra tam giác  vuông tại  suy ra diện tích tam giác  là: .

1. (3,5 điểm) Cho đường tròn  và điểm  nằm ngoài đường tròn sao cho . Từ  kẻ hai tiếp tuyến  với đường tròn ( là các tiếp điểm). Gọi  là trung điểm của  và tia  cắt  tại  ( khác ).

a) Chứng minh  là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh .

c) Vẽ dây cung của đường tròn  sao cho là tia phân giác của góc . Chứng minh  và thẳng hàng.

**Lời giải**



a) Chứng minh  là tứ giác nội tiếp.

Vì  lần lượt là hai tiếp tuyến của  tại nên 

 

Xét tứ giác  có , mà hai góc này là hai góc đối nhau

  là tứ giác nội tiếp (dhnb)  (điều phải chứng minh).

b) Chứng minh 

Xét đường tròn , ta có

là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, chắn cung 

 là góc nội tiếp chắn cung 

 (hệ quả góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)

Xét và  có

chung

(cmt)

  (g-g)

  (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

 (điều phải chứng minh).

c) Tam giác và cân tại ,

Mà  (vì  là phân giác góc )

 

Xét và  có

 chung

 (cmt)



 =  (c-g-c)

  (hai cạnh tương ứng)

 (liên hệ giữa dây và cung)

Có  là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, chắn cung 

 là góc nội tiếp chắn cung 

 (hệ quả góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung), mà hai góc này ở vị trí so le trong  (đpcm)

Theo câu b)   

Xét và có

 (cmt)

 chung

   (c-g-c)   (hai góc tương ứng).

Hay .

Mặt khác: theo câu a) ta có:  (g-g) nên 

Do đó: .

Suy ra: .

 thẳng hàng (đpcm)

1. (*0,5 điểm*)

Cho 2021 số nguyên dương  sao cho không có bất kì hai số nào bằng nhau.

Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

Ta có  là các số nguyên dương. Từ đề bài, không mất tính tổng quát, giả sử

, khi đó , , , … ,.

Tổng quát 

Khi đó 

Ta có , do đó

;

;

;

…



Cộng các BĐT trên, vế với vế, ta được



 hay  (đpcm).

