

ĐỀ BÀI

Câu 1 (2 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{7\sqrt{x+3}}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}}$
(với $x \geq 0$ và $x \neq 9$)

a, Tính giá trị của biểu thức A với $x = 0,25$

b, Rút gọn biểu thức B

c, Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị x **nguyên lớn nhất** để $\frac{1}{P} < \frac{3}{4}$

Câu 2 (2 điểm): Thực hiện phép tính

a, $2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + \sqrt{12}$

b, $\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

c, $\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{18}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$

d, $\sin^2 35^\circ - \tan 50^\circ \cdot \cot 50^\circ + \sin^2 55^\circ + 2023$

Câu 3 (2,0 điểm): Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a, $3\sqrt{4x+4} - \frac{1}{3}\sqrt{9x+9} = 15$

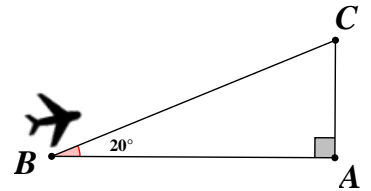
b, $2 - \sqrt{x-3} = \sqrt{5}$

c, $\sqrt{x-1} \leq 2$

d) $\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}=2$

Câu 4 (3,5 điểm):

1. (0,5 điểm) Một máy bay khi cất cánh tạo với phương nằm ngang góc nghiêng 20° . Hỏi khi máy bay bay được quãng đường 15km, máy bay cách mặt đất bao nhiêu km ?



(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

2. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB > AC$), đường cao AH. Điểm M là hình chiếu của H lên AB

a, Giả sử $AH = 6\text{cm}$, $AB = 10\text{cm}$. Tính BH, HM, AM và tính số đo góc \widehat{AHM} (làm tròn đến độ)

b, Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của M lên AH, BH.

CMR: $AE \cdot HE + BF \cdot HF = MH^2$

c, Kẻ đường thẳng d qua A vuông góc với MN, cắt BC tại D. MN cắt AH tại I

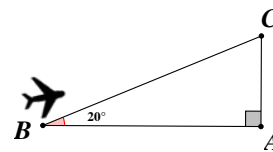
CMR: $\sin^2 B \cdot \sin^2 C = \frac{S_{AIM}}{S_{ADC}}$

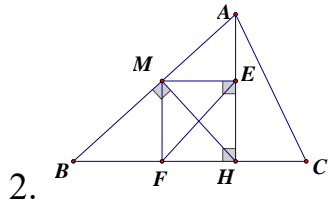
Câu 6 (0,5 điểm): Cho x, y thỏa mãn $0 < x, y < 2$ và $x\sqrt{4-y^2} + y\sqrt{4-x^2} = 4$
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^6 + y^6$

-----HẾT-----

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	a, Thay $x = 0,25$ (tmđk) vào bt A, ta có: $A = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,25+1}}$ $= \frac{0,5}{0,5+1} = \frac{1}{3}$	0,25 0,25
	KL	
	b, Ta có: $B = \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0$ và $x \neq 9$) $= \frac{7\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{7\sqrt{x}+3+x-3\sqrt{x}-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
KL		
Câu 1	c, Ta có: $P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ $\Rightarrow \frac{1}{P} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ Đề $\frac{1}{P} < \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < \frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{4} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+13}{\sqrt{x}-3} < 0$ $\Rightarrow \sqrt{x} - 3 < 0$ (vì $\sqrt{x} + 13 > 0 \forall x$ thỏa mãn đkxd) $\Leftrightarrow x < 9$ Kết hợp đkxd $\Rightarrow 0 \leq x < 9$ Mà x nguyên lớn nhất $\Rightarrow x = 8$	0,25 0,25
	KL	
Câu 2	a, $2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + \sqrt{12}$ $= 2\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ $= -5\sqrt{3}$	0,25 0,25
	b, $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ $= 1+\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$	

	$= 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2 $ $= \sqrt{3} + 1 + 2 - \sqrt{3} = 3$	0,25
		0,25
	<p>c, $\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{18}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$</p> $= \frac{2(1+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-1)(1+\sqrt{3})} + \frac{3(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{6\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$ $= \frac{2(1+\sqrt{3})}{2} + 3 + 6$ $= 1 + \sqrt{3} + 9$ $= 10 + \sqrt{3}$	0,25
		0,25
	<p>d, $\sin^2 35^\circ - \tan 50^\circ \cdot \cot 50^\circ + \sin^2 55^\circ + 2023$</p> $= (\sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ) - \tan 50^\circ \cdot \cot 50^\circ + 2023$ $= (\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ) - 1 + 2023$ $= 1 - 1 + 2023 = 2023$	0,25 0,25
Câu 3	<p>a, $3\sqrt{4x+4} - \frac{1}{3}\sqrt{9x+9} = 15$ (Đkxd: $x \geq 1$)</p> $\Leftrightarrow 6\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 15$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{x+1} = 15$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3$ $\Leftrightarrow x+1 = 9$ $\Leftrightarrow x = 8 \text{ (tmđk)}$ <p>KL</p>	0,25 0,25
	<p>b, $2 - \sqrt{x-3} = \sqrt{5}$ (Đkxd: $x \geq 3$)</p> $\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = 2 - \sqrt{5} \text{ (vô lý)}$ $\Leftrightarrow x \in \emptyset$ <p>KL</p>	0,25 0,25
	<p>c, $\sqrt{x-1} \leq 2$ (Đk: $x \geq 1$)</p> $\Leftrightarrow x-1 \leq 4$ $\Leftrightarrow x \leq 5$ <p>Kết hợp với Đkxd</p> $\Rightarrow 1 \leq x \leq 5 \quad \text{KL}$	0,25 0,25
	<p>d, $\sqrt{x-2\sqrt{x}+1} = 2$ ĐK: $x \geq 0$</p> $\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 = 2$ <p>Giải đúng ptr tìm được $x=9$ (thm đkxd) KL</p>	0,25 0,25
Câu 5	<p>1. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, có:</p> $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \text{ (tslg)}$ $\Rightarrow \sin 20^\circ = \frac{AC}{15}$ $\Rightarrow AC = \sin 20^\circ \cdot 15 \approx 5,13 \text{ (km)}$ <p>Vậy khi máy bay bay được quãng đường 15km, máy bay cách mặt đất khoảng 5,13 km</p>	0,25 0,25





Vẽ hình đúng đến ý a

0,25

a, Xét $\triangle AHB$ vuông tại H, đường cao HM có:

+) $AH^2 + BH^2 = AB^2$ (Đl Pytago)

Tính được $BH = 8$ cm

+) $AH \cdot BH = HM \cdot AB$ (Hệ thức lượng)

Tính được $HM = 4,8$ cm

+) $AH^2 = AM \cdot AB$ (Hệ thức lượng)

Tính được $CH = 3,6$ cm

0,25

0,25

0,25

0,25

Xét $\triangle AHM$ vuông tại M, có:

$$\cos \widehat{AHM} = \frac{MH}{AH} \text{ (tslg)}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{AHM} = \frac{4,8}{6} \Rightarrow \widehat{AHM} \approx 37^\circ$$

0,25

0,25

c, CM: $AE \cdot HE = ME^2$

$$BF \cdot HF = MF^2$$

CM: tứ giác MEHF là hình chữ nhật

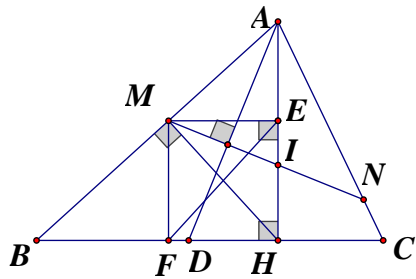
$$\Rightarrow HE^2 + MF^2 = EF^2 = MH^2 \text{ (t/c)}$$

$$\Rightarrow AE \cdot HE + BF \cdot HF = MH^2 \text{ (đpcm)}$$

0,25

0,25

0,25



d, CM: $\triangle AIM$ và $\triangle ADC$ đồng dạng (g-g)

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AIM}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{AM}{AC}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AIM}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{AM}{AH} \cdot \frac{AH}{AC}\right)^2 = (\sin \widehat{AHM} \cdot \sin \widehat{C})^2 = (\sin \widehat{B} \cdot \sin \widehat{C})^2$$

$$= \sin^2 \widehat{B} \cdot \sin^2 \widehat{C} \text{ (đpcm)}$$

0,25

0,25

Câu 6

Ta có: $x\sqrt{4-y^2} + y\sqrt{4-x^2} = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$

$$\Leftrightarrow xy \leq 2$$

Biến đổi $P = 64 - 12x^2y^2 \geq 16$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$ và $x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow x = y = \sqrt{2}$

KL

0,25

0,25

Xác nhận của BGH

Duyệt của tổ trưởng chuyên môn

Nguyễn Thị Phương Lan