

ĐỀ CƯƠNG MÔN TOÁN 9 HKI

A. LÝ THUYẾT

I. PHẦN ĐẠI SỐ

1. Rút gọn và các bài toán liên quan.
2. Hàm số bậc nhất.

II. PHẦN HÌNH HỌC

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông, tỉ số lượng giác của góc nhọn.
2. Đường tròn: mối quan hệ giữa đường kính và dây, khoảng cách từ tâm đến dây; tiếp tuyến của đường tròn, tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn, của hai đường tròn.

B. BÀI TẬP

1. Dạng 1: Biểu thức không chứa biến

Bài 1: Rút gọn biểu thức sau:

a. $A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

b. $B = \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \sqrt{3} \right) (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

c. $C = 2\sqrt{18} - 4\sqrt{32} + \sqrt{72} + 3\sqrt{8}$

d. $D = \sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{5}$

e. $E = \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2}$

f. $E = \sqrt{5}(\sqrt{20}-3) + \sqrt{45}$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức:

a. $A = 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{75}$

b. $B = 3\sqrt{20} - 20\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

c. $C = \frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{8}}{\sqrt{3}+2} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

d. $D = \sqrt{(5-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$

Bài 3: Chứng minh:

a/ $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -2$

b/ $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 3+2\sqrt{2}$

c/ $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

d/ $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$

2. Dạng 2: Phương trình chứa căn

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{2x+11} = 3 + \sqrt{2}$

c. $x - \sqrt{x+9} = 3$

b. $\sqrt{9x^2-12x+4} = 3$

d. $\sqrt{x-1} - \sqrt{9x-9} + \sqrt{4x-4} = 12$

e. $\sqrt{x^2-5x} - \sqrt{x-5} = 0$

3. Dạng 3: Rút gọn biểu thức có chứa biến

Bài 5: Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \quad \text{và} \quad B = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \quad \text{với } x > 0, x \neq 9$$

1. Tính giá trị của A tại $x = 4$
2. Rút gọn biểu thức $M = A : B$
3. Tìm các giá trị của x để $3\sqrt{x} + 5 = 2M$

Bài 6: Cho hai biểu thức: $A = \frac{3}{x\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}}$

1. Tính giá trị của B khi $x = \frac{1}{4}$

2. Rút gọn biểu thức A

3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{A}{B}$

Bài 7: Cho các biểu thức sau: $M = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và $N = \frac{2x}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

1. Tính giá trị biểu thức M khi $x = 25$

2. Rút gọn $P = M : N$

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 8: Cho các biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ ($x \geq 0, x \neq 1$)

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$

b) Rút gọn B.

c) Đặt $P = A.B$. So sánh P với 2.

Bài 9: Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tính giá trị của A khi $x = 9$

c. Tìm x để $A < \frac{1}{3}$

d. So sánh A với 2

e. Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x}}{3}$

f. Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

g. Tìm các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên

h. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

i. Tìm các giá trị nguyên của x để $A < \frac{-1}{2}$

4. Dạng 4: Bài toán liên quan đến hàm số bậc nhất một ẩn

Bài 10: Cho hàm số $y = (4 - 2m)x + 2024$ (với m là tham số $m \neq 2$).

a. Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến?

b. Tìm giá trị của m biết đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

Bài 11: Cho hàm số $y = mx + 4$ (d) với m là tham số, $m \neq 0$

a. Tìm m biết rằng (d) đi qua điểm A(2;8).

b. Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y = 3 - 2x$.

c. Tìm m để (d) tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 6.

Bài 12: Cho hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = \frac{-1}{2}x - 2$

a. Vẽ hai đồ thị hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b. Tìm tọa độ giao điểm C của hai đồ thị hàm số trên.

- c. Tính diện tích tam giác ABC với A, B lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng trên với trục tung.

Bài 13: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$

- a. Vẽ đồ thị (d) của hàm số đã cho.
 b. Xác định các hệ số a, b để đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(-2;3)$ và song song với đường thẳng (d).

Bài 14: Cho hàm số $y = (m - 3)x + 5 - m$ (với m là tham số $m \neq 3$) có đồ thị là đường thẳng (d)

- a. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến?
 b. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 5)$
 c. Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 4$ (d_1) tại một điểm nằm trên

Oy.

Bài 15: Cho hàm số: $y = (m-1)x - 4$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- a) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x+5$
 b) Vẽ đồ thị hàm số trên với giá trị của m vừa tìm được ở câu a. Biết đồ thị hàm số vừa vẽ cắt hai trục tọa độ lần lượt tại A và B. Tính diện tích và chu vi tam giác OAB.
 c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác vuông cân.

5. Dạng 5: Dạng toán hình học

Bài 16: Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của cạnh BC.

- a. Chứng minh 4 điểm A, E, H, D cùng thuộc một đường tròn.
 b. Gọi K là điểm đối xứng với H qua I. Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.; từ đó suy ra KC vuông góc với AC.
 c. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh O thuộc AK và $\frac{OI}{ED} > \frac{1}{2}$.
 d. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh H, G, O thẳng hàng.

Bài 17: Cho (O;R) và đường thẳng xy cố định nằm ngoài đường tròn. Từ điểm M tùy ý trên xy kẻ hai tiếp tuyến MP, MQ tới đường tròn tâm O. Từ O kẻ OH vuông góc xy. Dây cung PQ cắt OH, OM lần lượt ở I và K.

- a. Chứng minh 5 điểm M, P, O, H, Q cùng thuộc một đường tròn.
 b. Chứng minh OK vuông góc QP.
 c. Đường thẳng vuông góc OQ tại O cắt MP ở N. Chứng minh $ON = MN$.
 d. Chứng minh $IO.OH = OK.OM$ và dây cung PQ luôn đi qua điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng xy.

Bài 18: Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AC. Đường tròn tâm O cắt BC tại điểm thứ 2 là I.

- a. Chứng minh $AI^2 = BI.IC$
 b. Kẻ OM vuông BC tại M, AM cắt (O) tại điểm thứ 2 là N. Chứng minh $\triangle AIM$ đồng dạng $\triangle CNM$ và suy ra $AM.MN = CM^2$.
 c. Từ I kẻ IH vuông góc AC tại H. Gọi K là trung điểm IH. Tiếp tuyến tại I của (O) cắt AB tại P. Chứng minh ba điểm C, K, P thẳng hàng.

d. Chứng minh OI là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$.

Bài 19: Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Bx với đường tròn (O) . Điểm M di động trên tia Bx (M khác B) AM cắt nửa đường tròn (O) tại N (N khác A). Kẻ OE vuông góc với AN tại E.

- Chứng minh 4 điểm E, O, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính OM.
- Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại N cắt OE tại K và cắt MB tại D. Chứng minh KA là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) .
- Chứng minh KA.DB không đổi khi điểm M di động trên tia Bx.
- Gọi H là giao điểm của AB và DK, kẻ OF vuông góc AB (F thuộc DK).

Chứng minh $\frac{BD}{DF} + \frac{DF}{HF} = 1$

Bài 20: Cho $(O;R)$ và một điểm H cố định nằm ngoài đường tròn. Qua H kẻ đường thẳng d vuông góc với đoạn thẳng OH. Từ một điểm S trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn tâm O (A,B là hai tiếp điểm). Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đoạn SO với đoạn thẳng AB và $(O;R)$.

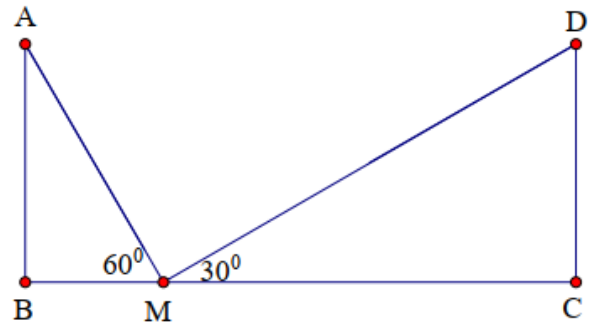
- Chứng minh 4 điểm S, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh $OM \cdot OS = R^2$
- Chứng minh N là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle SAB$.
- Khi điểm S di chuyển trên đường thẳng d thì điểm M di chuyển trên đường thẳng nào?

6. Dạng 6: Hình thực tế

Bài 21. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 8,2m. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 40° . Tính chiều cao của cột đèn? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 22:

Hai trụ điện cùng chiều cao được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ rộng 80m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với các góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Tính chiều cao của trụ điện và khoảng cách từ điểm M đến góc mỗi trụ điện. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



7. Dạng 7: Bài toán nâng cao

Bài 23: Với $x > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2024$

Bài 24: Cho ba số dương x, y, z thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện

$x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$

Bài 25: Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện: $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$

Bài 26: Giải PT : $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$

Bài 27: Tìm các giá trị của x, y thỏa mãn PT: $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$