

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0; 10]$	$[10; 20]$	$[20; 30]$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10; 20]$?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi” và biến cố A: “Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10” Tính xác suất của biến cố A?

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ với

$x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| + P = 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

2) Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc ?

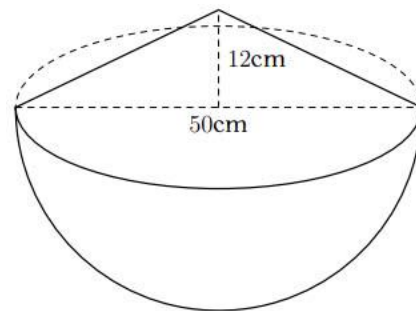
3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính: $P = \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm , phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm .



a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm , chiều cao 14cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm

90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK , E là hình chiếu của C trên AK . M là trung điểm của BC .

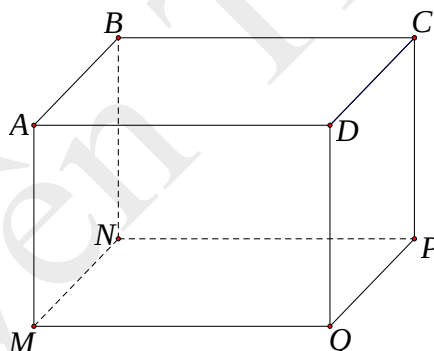
a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và $\triangle MDE$ cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK . Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là 1 điểm cố định.

Câu V: (0,5 điểm)

Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là 4dm^3 .

☞ HẾT ☞

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: 1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0; 10$	$[10; 20$	$[20; 30$
------------------------------------	----------	-----------	-----------

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Tần số tương đối	30%	45%	25%
------------------	-----	-----	-----

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10; 20]$?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số 1; 2; 3; 4; 5. Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi” và biến cố A: “Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10” Tính xác suất của biến cố A?

Lời giải

1) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[10; 20]$ là 45%

Tần số ghép nhóm của nhóm $[10; 20]$ là $45\% \cdot 40 = 18$.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = 1; 2 ; 1; 3 ; 1; 4 ; 1; 5 ; 2; 3 ; 2; 4 ; 2; 5 ; 3; 4 ; 3; 5 ; 4; 5$$

Không gian mẫu có 11 phần tử.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $3; 4 ; 3; 5 ; 4; 5$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{11}.$$

Câu II:

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}; B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| + P = 0$.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có

$$A = \frac{\sqrt{9}-2}{\sqrt{9}-1} = \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $A = \frac{1}{2}$ khi $x = 9$.

2) $B = \frac{x - \sqrt{x} - \sqrt{x} - 1 + 2}{\sqrt{x} + 1 \sqrt{x} - 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

$$B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1 \sqrt{x} - 1}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1 \sqrt{x} - 1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \text{ (đpcm)}$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$3) \text{ Ta có } P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Ta có: } |P| + P = 0 \Rightarrow |P| = -P \Rightarrow P \leq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \leq 0$$

Mà $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0$, với mọi x thỏa mãn ĐKXD

$$\text{Suy ra } \sqrt{x} - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{x} \leq 2$$

$$x \leq 4.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$, $x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow x \in \{0; 2; 3; 4\}$.

Vậy $x \in \{0; 2; 3; 4\}$ thì $|P| + P = 0$.

Câu III:

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

2) Hướng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc?

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Không giải phương trình, tính: $P = \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$.

Lời giải

1) Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y (học sinh; $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì lớp 9A có 35 học sinh nên ta có PT: $x + y = 35$ (1)

Vì số học sinh không cận thị là 8 nên ta có $25\%x + 20\%y = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 25\%x + 20\%y = 8 \end{cases}$$

Tìm ra $x = 20, y = 15$ (TMĐK)

Vậy số học sinh nữ bị cận thị là $20\%.15 = 3$ (học sinh).

2) Gọi x là số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc ($x > 1$) (ngày)

Số cây dự kiến trồng trong 1 ngày là $\frac{600}{x}$ (cây)

Số ngày thực tế để chi đoàn hoàn thành công việc là $x - 1$ (ngày)

Số cây thực tế trồng được trong 1 ngày là $\frac{600}{x} + 30$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình:

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$x - 1 \left(\frac{600}{x} + 30 \right) = 600$$

$$x - 1 \cdot 600 + 30x = 600x$$

$$600x - 600 + 30x^2 - 30x = 600x$$

$$30x^2 - 30x - 600 = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$x \cdot x - 5 + 4 \cdot x - 5 = 0$$

$$x - 5 \quad x + 4 = 0$$

TH1:

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5 \text{ (tm)}$$

TH2:

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4 \text{ (ko tm)}$$

Vậy số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc là 5 ngày

3) Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-5}{3} \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :

$$\begin{aligned} \frac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1 &= \frac{2x_2^2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{2 \left[x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \right] + 2x_1x_2}{x_1 + x_2} \\ &= \frac{-86}{15} \end{aligned}$$

Câu IV:

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 12cm.

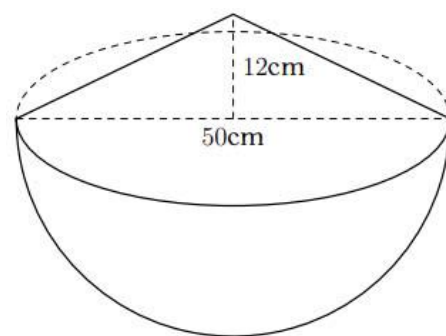
a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là 5cm, chiều cao 14cm dùng để đựng gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày

nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đựng thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.



Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và $\triangle MDE$ cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK . Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là 1 điểm cố định.

Lời giải

1) a) Bán kính của hình cầu là: $R = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}$

Thể tích phần gạo hình cầu là: $V_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi 25^3 = \frac{31250}{3} \pi \text{ cm}^3$

Thể tích phần gạo vun lên dạng hình nón là:

$$V_n = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 25^2 \cdot 12 = 2500 \pi \text{ cm}^3$$

Thể tích gạo trong thùng là: $V_g = \frac{31250}{3} \pi + 2500 \pi = \frac{38750}{3} \pi \text{ cm}^3$

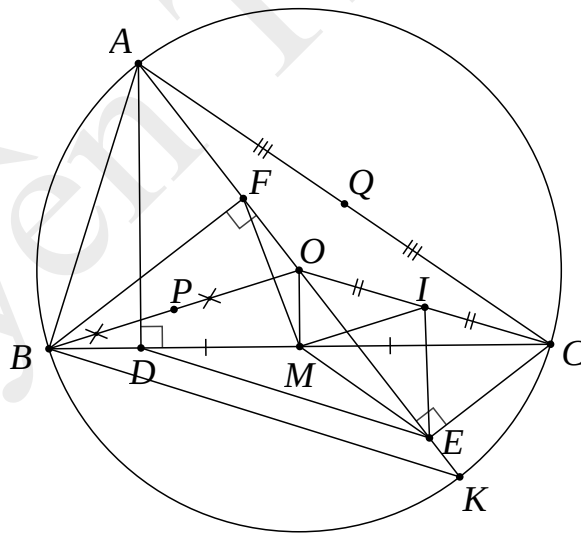
b) Thể tích lon là: $\pi \cdot 5^2 \cdot 14 = 350 \pi \text{ cm}^3$

Thể tích gạo một ngày mức là: $4.90\% \cdot 350 \pi = 1260 \pi \text{ cm}^3$

Ta có: $\frac{38750}{\pi} : 1260 \pi \approx 10,3$

Vậy cần ít nhất 11 ngày để dùng hết số gạo trong thùng.

2)



a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

$\triangle OBC$ cân tại O , M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK \Rightarrow CE \perp EO \Rightarrow \angle OEC = 90^\circ$

.

Gọi I là trung điểm của OC

Dễ dàng chứng minh $IO = IE = IM = IC$

Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn I .

b) *Chứng minh $AD.AK = AB.AC$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Xét $\triangle DBA$ và $\triangle CKA$ có

+) $ADB = ACK = 90^\circ$

+) $ABD = ACK$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Nên $\triangle DBA \sim \triangle CKA$

Do đó ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Hay $AD \cdot AK = AB \cdot AC$ (đpcm).

***Chứng minh $\triangle MDE$ cân.**

Theo bài ra $\begin{cases} AD \perp BC \\ AE \perp EC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ADC = 90^\circ \\ AEC = 90^\circ \end{cases}$

Gọi Q là trung điểm của AC

Dễ dàng chứng minh $QA = QC = QD = QE$

Suy ra bốn điểm A, C, D, E cùng thuộc đường tròn Q

Suy ra $CAE = CDE$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE) (1)

Xét O ta có: $CBK = CAE$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CBK = CDE$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị (3)

Suy ra $DE \parallel BK$

Xét đường tròn I có: $EMC = EOC$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn EC). (4)

Xét đường tròn O có: $KBC = \frac{1}{2}KOC$ (Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn KC).
(5)

Từ (3); (4) và (5) suy ra: $EMC = 2CDE$.

$\triangle MDE$ có $EMC = MDE + MED$ (góc ngoài của tam giác) mà $EMC = 2MDE$

Nên $MDE = MED$. Do đó, $\triangle MDE$ cân tại M .

c) Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là 1 điểm cố định.

Gọi P là trung điểm của BO

Dễ dàng chứng minh được $PB = PO = PF = PM$

Suy ra bốn điểm O, M, B, F cùng thuộc đường tròn P

Nên $OBM = MFO$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn MO).

Xét đường tròn I có: $MEO = MCO$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn MO).

Mà $OBM = OCM$ ($\triangle OCB$ cân tại O).

Do đó $MFO = MEO \Rightarrow \triangle EMF$ cân tại $M \Rightarrow ME = MF$

Mà $ME = MD$ (Tam giác MDE cân tại M).

Suy ra: $MD = ME = MF$.

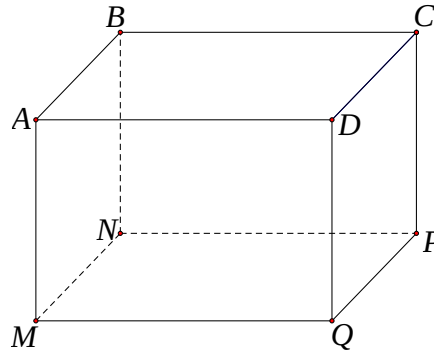
Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF .

Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Vậy khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu V: Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh MN là $x(dm)$ ($x > 0$)

Gọi độ dài chiều cao AM là $h(dm)$ ($h > 0$)

Do thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$ nên ta có:

$$x^2 h = 4$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{4}{x^2}$$

Diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là :

$$\begin{aligned} S &= x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{4}{x^2} = x^2 + \frac{16}{x} \\ &= (x^2 - 4x + 4) + \left(4x + \frac{16}{x}\right) - 4 = (x - 2)^2 + \left(4x + \frac{16}{x}\right) - 4 \end{aligned}$$

Chứng minh bất đẳng thức Cô – si.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 2 số $4x > 0$ và $\frac{16}{x} > 0$ và $(x - 2)^2 \geq 0$ ta có :

$$S \geq 0 + 2\sqrt{4x \cdot \frac{16}{x}} - 4 = 0 + 2 \cdot 8 - 4 = 12$$

$$\text{Dấu « } = \text{ » xảy ra khi } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 4x = \frac{16}{x} \end{cases}$$

Ta giải ra được $x = 2$ từ đó suy ra $h = \frac{4}{2^2} = 1$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Vậy khi độ dài cạnh đáy $MN = 2dm$ và chiều cao $AM = 1dm$ thì diện tích cần mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất bằng $12dm^2$.

☞ HẾT ☞

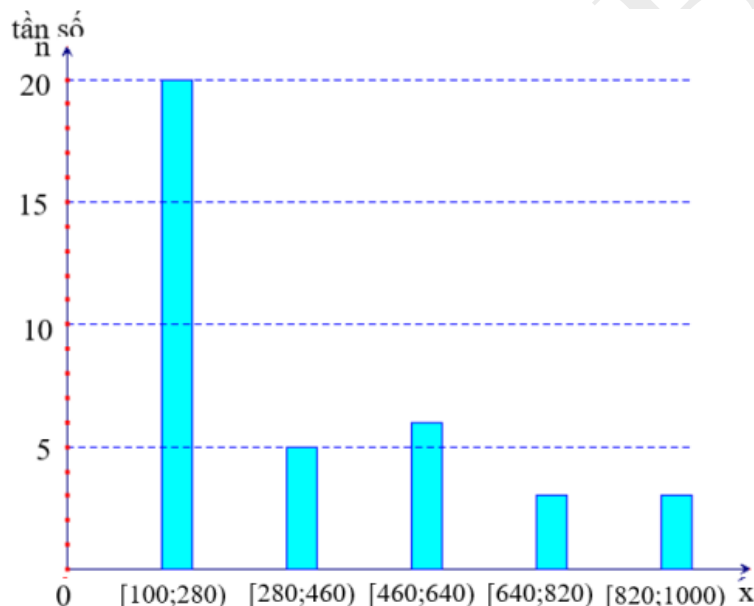
**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9**

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/ km^2) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$

b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;\dots;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố A : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố”. Tính xác suất của biến cố A .

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$ và $B = \frac{x - 3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{9}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- 1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2). Rút gọn biểu thức B .
- 3). Xét biểu thức $P = A \cdot B$. Chứng minh $P > 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12%/năm và của Vietcombank là 11%/năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

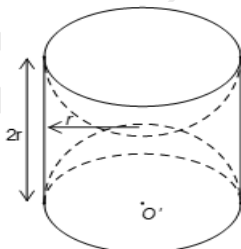
2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm. (Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau).

- 3).
 - a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên nhận $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$ làm nghiệm.

- b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r = 10 \text{ cm}$, chiều cao $h = 20(\text{cm})$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.



- a. Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.
- b. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong).

(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

2) Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD . Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E . Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F \in AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N . Chứng minh:

- a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.
- b) FA là tia phân giác của BFM .
- c) $BE \cdot DN = EN \cdot BD$.

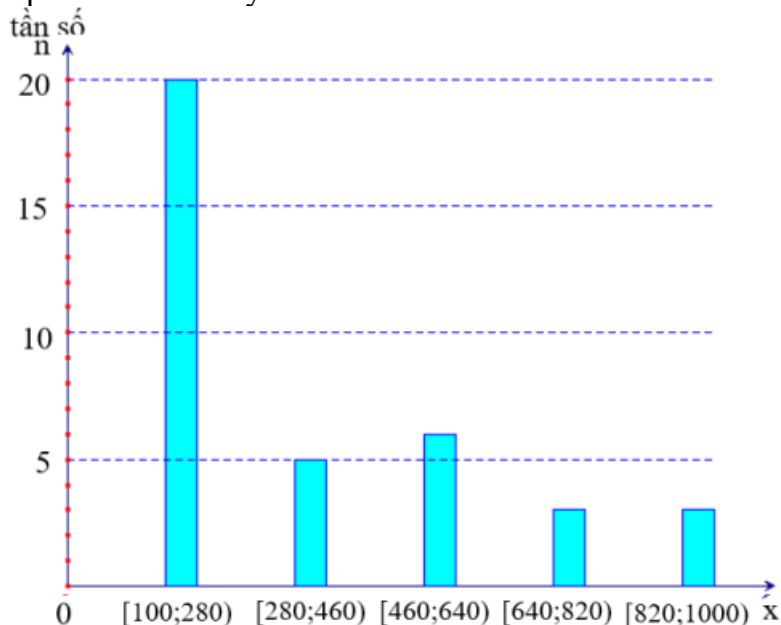
Câu V: (0,5 điểm) Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54\pi \text{ m}^3$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

∞ HẾT ∞

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025
HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km²) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [460;640) .
b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280) .(làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

- a) Tần số ghép nhóm của nhóm [460;640) là 6.

- b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280) là $f = \frac{20}{37} \cdot 100\% \approx 54\%$.

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số 1;2;3;...;12 . Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: “Quay đĩa tròn một lần” và biến cố A : “Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố ”. Tính xác suất của biến cố A .

Lời giải

Ta có: không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = 1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Nên số kết quả có thể xảy ra là $n \Omega = 12$.

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11.

Nên $n A = 5$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P A = \frac{n A}{n \Omega} = \frac{5}{12}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{x-3}{\sqrt{x}-3} + \frac{9}{x-3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ với

$x > 0; x \neq 9$.

- 1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2). Rút gọn biểu thức B .
- 3). Xét biểu thức $P = A \cdot B$. Chứng minh $P > 0$.

Lời giải

- 1) Khi $x = 25$ (ĐKXĐ thỏa mãn)

$$\text{Ta có } A = \frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+3} = \frac{5-3}{5+3} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } A = \frac{1}{4}$$

- 2) Rút gọn biểu thức B .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{x-3}{\sqrt{x}-3} + \frac{9}{x-3\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x-3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{9}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9+3\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$= \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}-3}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$$

- 3). Xét biểu thức $P = A \cdot B$. Chứng minh $P > 0$.

$$\text{Ta có } P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}-3} = \frac{x}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{Với } x > 0; x \neq 9, \text{ ta có } \sqrt{x}+3 > 0 \text{ nên } P = \frac{x}{\sqrt{x}+3} > 0$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12% /năm và của Vietcombank là 11% /năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

Lời giải

Gọi số tiền bác Tuấn đã vay ngân hàng Sacombank và Vietcombank lần lượt là x, y (tỉ đồng)

Điều kiện: $0 < x < 5; 0 < y < 5$.

Theo bài, tổng số tiền vay là 5 tỉ đồng nên ta có phương trình: $x + y = 5$.

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Sacombank là $x.12\% = 0,12x$ (tỉ đồng).

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Vietcombank là $y.11\% = 0,11y$ (tỉ đồng).

Theo bài, tổng số tiền lãi phải trả là 570 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$0,12x + 0,11y = 0,57 \text{ hay } 12x + 11y = 57.$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 12x + 11y = 57. \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 11, ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} 11x + 11y = 55 \\ 12x + 11y = 57 \end{cases}$$

Trừ hai vế của hai phương trình trên, ta được: $x = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình $x + y = 5$,

Ta được $2 + y = 5$.

$$y = 3.$$

Ta thấy $x = 2$ và $y = 3$. thỏa mãn điều kiện.

Vậy số tiền bác Tuấn đã vay của ngân hàng Sacombank là 2 tỉ đồng và Vietcombank là 3 tỉ đồng.

2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm. (Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau).

Lời giải

Gọi số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là x $x \in \mathbb{N}^*, x < 20$

Theo dự định: Thời gian hoàn thành là $\frac{72}{x}$ (ngày)

Thực tế: Mỗi giờ người đó đã làm $x + 1$ (sản phẩm)

Thời gian hoàn thành $\frac{80}{x + 1}$ (ngày).

Vì thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút $= \frac{1}{5}h$

Nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x + 1} - \frac{72}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{400x - 360(x + 1)}{5x(x + 1)} = \frac{x(x + 1)}{5x(x + 1)}$$

$$40x - 360 = x^2 + x$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$x^2 - 39x + 360 = 0$$

$$\Delta = 39^2 - 4.360 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-(-39) + 9}{2} = 24$ (loại) và $x_2 = \frac{-(-39) - 9}{2} = 15$ (tmđk).

Vậy số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là 15 sản phẩm.

3).

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với các hệ số a, b, c là số nguyên nhận $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Lời giải

a). Ta có $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{3}$

$$3x = \sqrt{5} - 2$$

$$3x + 2 = \sqrt{5}$$

$$3x + 2^2 = 5$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 5$$

$$9x^2 + 12x - 1 = 0$$

Vậy phương trình bậc hai cần tìm là: $9x^2 + 12x - 1 = 0$

b). Theo hệ thức Vi-ét, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-4}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-1}{9} \end{cases}$$

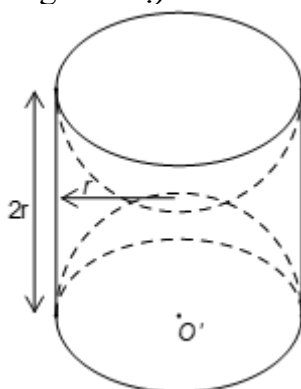
$$\text{Ta có } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = \left(\frac{-4}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{-1}{9}\right)\left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{-76}{27}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r = 10 \text{ cm}$, chiều cao $h = 20(\text{cm})$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.

Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.

Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong).
(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



a. Thể tích của khối gỗ lúc chưa khoét là:

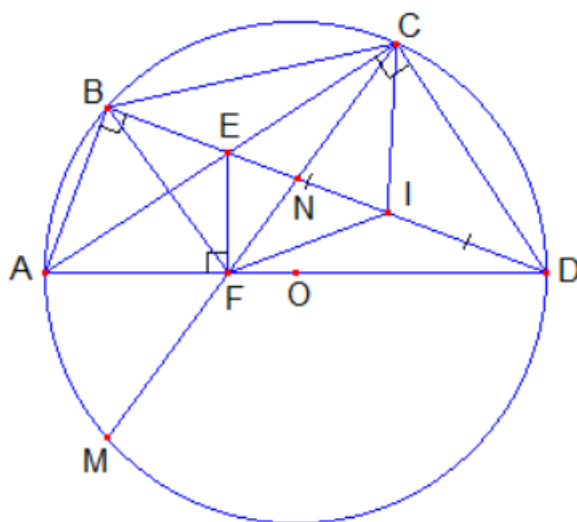
$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 \approx 6283 \text{ cm}^3$$

Diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại gồm diện tích xung quanh của hình trụ (có bán kính đáy là $r = 10 \text{ cm}$, và chiều cao $h = 20(\text{cm})$) và diện tích hai nửa mặt cầu bán kính $r = 10 \text{ cm}$,

diện tích cần tìm là: $S = 2\pi r \cdot h + 4\pi r^2 = 2\pi \cdot 10 \cdot 20 + 4 \cdot \pi \cdot 10^2 \approx 2513 \text{ cm}^2$

2. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD . Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E . Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F \in AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N . Chứng minh:

- $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.
- FA là tia phân giác của BFM .
- $BE \cdot DN = EN \cdot BD$.



a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\angle ACD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\triangle ECD$ vuông tại C

Gọi I là trung điểm của ED

Ta có CI là đường trung tuyến hạ xuống cạnh huyền ED

$$\text{Nên } CI = IE = ID = \frac{1}{2}ED \quad (1)$$

Tương tự trong tam giác EFD vuông tại F , ta có

$$FI = IE = ID = \frac{1}{2}ED \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CI = FI = IE = ID$

Hay tứ giác $CEFD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I đường kính ED

b) FA là tia phân giác của BFM

Ta có $CEFD$ nội tiếp $\Rightarrow \angle CED = \angle CFD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn CD)

Chứng minh tương tự câu a) ta có $ABEF$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle BEA = \angle BFA \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AB)$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Mà $BEA = CED$ (đối đỉnh)

$AFM = CFD$ (đối đỉnh)

Do đó $BFA = AFM$

Hay FA là tia phân giác BFM

c) $BE.DN = EN.BD$.

Ta có $EFC = EDC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn EC)

$EFB = BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn EB)

Mà $BAE = BAC = BDC = EDC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn BC)

Suy ra $EFC = EFB$ hay FE là tia phân giác của BFC

Trong $\triangle BFN$ có FE là phân giác trong tại đỉnh $F \Rightarrow \frac{BE}{EN} = \frac{FB}{FN}$

Mà $EF \perp FD \Rightarrow FD$ là phân giác ngoài tại đỉnh $F \Rightarrow \frac{BD}{DN} = \frac{FB}{FN}$

Suy ra $\frac{BE}{EN} = \frac{BD}{DN} \Rightarrow BE.DN = EN.BD$

Câu V: (0,5 điểm)

Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54\pi \text{ m}^3$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Ta chứng minh với a, b, c là các số thực không âm, thì $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ (1)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Thật vậy

* Với $a = 0, b = 0, c = 0$ thì bất đẳng thức luôn đúng.

* Với 3 số a, b, c dương.

Đặt: $x = \sqrt[3]{a}, y = \sqrt[3]{b}, z = \sqrt[3]{c} \Rightarrow x, y, z > 0 \Rightarrow x + y + z > 0$

Bất đẳng thức (1) trở thành $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$

Xét $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 - 3xyz$

$= (x + y + z) \left[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2 \right] - 3xy(x + y + z)$

$= (x + y + z) x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2}(x + y + z) \left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (x - z)^2 \right] \geq 0, (\forall x, y, z > 0)$

Vậy $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz$ hay $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z \Leftrightarrow a = b = c$.

* Gọi bán kính đáy là $x(m)$ ($x > 0$), chiều cao bồn chứa là $h(m)$.

Thể tích chứa của bồn là $V = \pi x^2 \cdot h = 54\pi \Rightarrow h = \frac{54}{x^2}(m)$.

Diện tích toàn phần của bồn chứa là: $S_{TP} = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot h = 2\pi x^2 + \frac{108\pi}{x} \text{ m}^2$

Để chi phí xây dựng thấp nhất thì diện tích toàn phần của bồn phải nhỏ nhất.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Ta có $S_{TP} = 2\pi x^2 + \frac{108\pi}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta được

$$2\pi x^2 + \frac{108\pi}{x} = 2\pi x^2 + \frac{54\pi}{x} + \frac{54\pi}{x} \geq 3\sqrt[3]{2\pi x^2 \cdot \frac{54\pi}{x} \cdot \frac{54\pi}{x}} = 54\pi$$

S_{TP} đạt giá trị nhỏ nhất bằng $54\pi \text{ m}^2$ khi $2\pi x^2 = \frac{54\pi}{x} \Rightarrow x^3 = 27 \Rightarrow x = 3 \text{ (m)}$

Khi đó số tiền xây bồn thấp nhất mà cửa hàng phải trả là : $54\pi \cdot 500000 \approx 84\,823\,002$ (đồng)

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018 MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3,..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \text{ và } B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

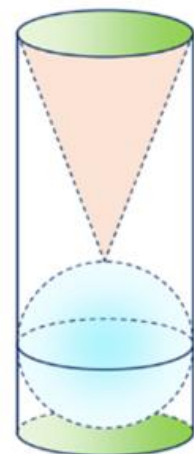
2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

3) Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.



a) Tính thể tích nước còn lại trong cốc

b) Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

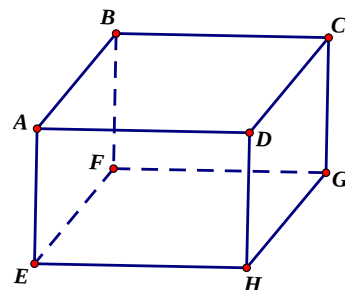
2) Trên nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , lấy điểm A sao cho $BA = R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC .

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) , nó cắt tia CA tại D . Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE . Chứng minh rằng $OD \perp BE$ và $DI \cdot DO = DA \cdot DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H . EH cắt CD tại G . Chứng minh IG song song với BC .

Câu V: (0,5 điểm) Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích $27 m^3$ để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu bằng chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên liệu nhất (không tính đến bề dày của thành hầm).



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu I:

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Lời giải

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Các số liệu trên được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: $[6,6; 7,2)$, $[7,2; 7,8)$, $[7,8; 8,4)$, $[8,4; 9)$, $[9; 9,6)$.

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3, \dots, 20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}.$$

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

$$\text{Vậy } P(T) = \frac{3}{20}.$$

Câu II: Cho hai biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \text{ và } B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad (x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

2) . Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

3) . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Lời giải

1). Thay $x=1$ (TMĐK) vào biểu thức A

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} = \frac{3\sqrt{1}-9}{1-4} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$2). B = \frac{x+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{x+1 + (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x+1+x-9-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$3). P = AB = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{3(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x}+2 \geq 2 > 0$. Suy ra $P = \frac{3}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{3}{2}$

Dấu “=” xảy ra khi $x=0$ (tmđk)

Vậy giá trị lớn nhất của $P = \frac{3}{2}$ khi $x=0$.

Câu III :

1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng đó là x

Ta có: Số tiền phải trả sau năm thứ nhất là: $500 + 500x$ (triệu đồng).

Số tiền phải trả sau năm thứ hai là:

$$500 + 500x + (500 + 500x)x = 500x^2 + 1000x + 500 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vì sau hai năm bác Bình An phải trả 605 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$500x^2 + 1000x + 500 = 605$$

$$500x^2 + 1000x - 105 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = 0,1$ (thỏa mãn); $x_2 = -2,1$ (loại).

Vậy lãi suất mỗi năm của ngân hàng đó là $0,1 = 10\%$.

2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi số tiền không kể thuế của loại hàng thứ nhất là x (triệu đồng), của loại hàng thứ hai là y (triệu đồng) ($0 < x, y < 2,17$).

Tổng số tiền phải trả là 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai nên ta có phương trình:

$$x + 8\%x + y + 10\%y = 2,17$$

$$1,08x + 1,1y = 2,17 \quad (1)$$

Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$x + 9\%x + y + 9\%y = 2,18$$

$$1,09x + 1,09y = 2,18 \quad (2)$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Vậy ta có hệ:
$$\begin{cases} 1,08x + 1,1y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 1,5 \\ y = 0,5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy không kể thuế VAT thì loại hàng thứ nhất phải trả 1,5 triệu đồng, loại hàng thứ hai phải trả 0,5 triệu đồng.

- 2) Cho phương trình $x^2 - 5x + a = 0$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285$

Lời giải

Ta có $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$

Vì phương trình có một nghiệm là $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ nên thay $x = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ vào phương trình ta có $a = -11 + 7\sqrt{5}$

Áp dụng hệ thức Viets ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = a \end{cases}$$

Ta có

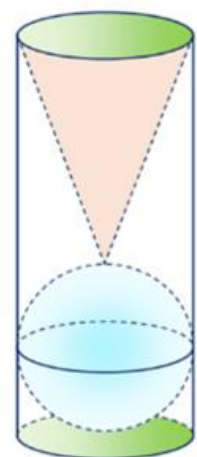
$$\begin{aligned} A &= x_1^3 - x_1 + x_2^3 - x_2 - 285 \\ &= x_1^3 + x_2^3 - (x_1 + x_2) - 185 \\ &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) - 5 - 285 \\ &= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2] - 290 \\ &= 5 \cdot [5^2 - 3(-11 + 7\sqrt{5})] \\ &= -105\sqrt{5} \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức A là $-105\sqrt{5}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.

- Tính thể tích nước còn lại trong cốc
- Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

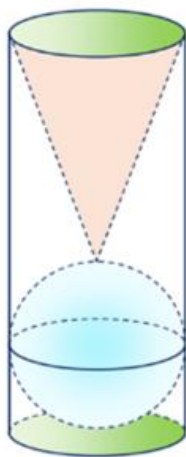


Lời giải

Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

**Lời giải**

a) Chiều cao của hình trụ là : $6R$

Chiều cao của hình nón là : $6R - 2R = 4R$

Ta có:

Thể tích hình trụ là: $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot R^2 \cdot 6R = 6\pi R^3$.

Thể tích viên bi là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích hình nón là: $V_3 = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot 4R = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích nước còn lại trong bình là: $V_4 = V_1 - V_2 - V_3 = 6\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{10}{3}\pi R^3$

b) Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là tỉ số thể tích của hiệu thể tích hình trụ với tổng thể tích hình nón và hình cầu với thể tích của hình trụ.

Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là:

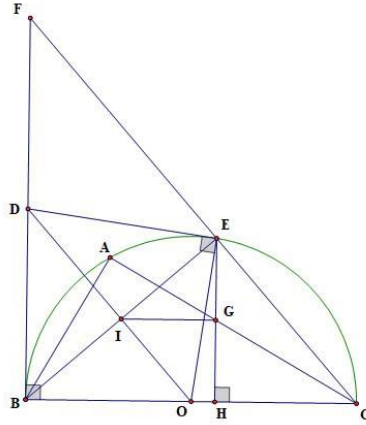
$$\frac{V_4}{V_1} = \frac{\frac{10}{3}\pi R^3}{6\pi R^3} = \frac{5}{9}.$$

Trên nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , lấy điểm A sao cho $BA = R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC .

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) , nó cắt tia CA tại D . Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE . Chứng minh rằng $OD \perp BE$ và $DI \cdot DO = DA \cdot DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H . EH cắt CD tại G . Chứng minh IG song song với BC .



a) Ta có $OA = R$, $BC = 2R$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = \frac{BC}{2} = R$$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$$\text{Ta có } \sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$$

$$B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

b) Vì DB, DE là 2 tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow DB = DE$ và DI là phân giác BDE

$$\Rightarrow \triangle BDI = \triangle EDI \Rightarrow DIB = DIE \text{ mà 2 góc này ở vị trí kề bù}$$

$$\Rightarrow DIB = DIE = 90^\circ$$

OD là đường trung trực BE $\Rightarrow OD \perp BE$

$\triangle DBO$ vuông tại B, BI là đường cao

$$\sin DBI = \frac{DI}{BD}; \sin DOB = \frac{DB}{OD} \text{ mà } DBI = DOB \text{ (cùng cộng } \angle IBO \text{ góc } 90^\circ)$$

$$\Rightarrow DI \cdot DO = DB^2 \quad (1)$$

$\triangle DBC$ vuông tại B, BA là đường cao. CMTT ta có

$$DB^2 = DA \cdot DC \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow DI \cdot DO = DA \cdot DC$$

c) Kéo dài CE cắt BD tại F. Vì $BEC = 90^\circ \Rightarrow BEF = 90^\circ$ (tính chất kề bù)

mà $DB = DE$ (chứng minh trên)

suy ra ED là đường trung tuyến $\triangle FEB$ vuông tại E $\Rightarrow BD = DF$

$$\text{Vì } GH \parallel BD \text{ (cùng } \perp BC) \Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GC}{DC} \text{ (Ta-let)} \quad (3)$$

$$\text{Vì } GE \parallel DF \text{ (cùng } \perp BC) \Rightarrow \frac{GE}{DF} = \frac{GC}{DC} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GE}{DF} \text{ do } BD = DF \text{ (cmt)} \Rightarrow GH = GE$$

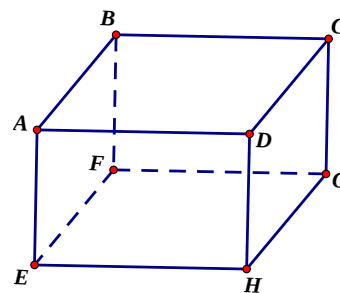
Mà $IB = IC$ (OD trung trực BE)

Do đó IG là đường trung bình tam giác EHB

$$\Rightarrow IG \parallel BH \Rightarrow IG \parallel BC \text{ (dpcm)}$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Câu V: (0,5 điểm) Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích $27 m^3$ để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu bằng chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên liệu nhất (không tính đến bề dày của thành hầm).

**Lời giải**

Gọi chiều rộng (và chiều sâu) của hầm là x (m ; $x > 0$)

Vì thể tích của hầm là $27 m^3$ nên chiều dài của hầm là: $\frac{27}{x^2} m$.

Biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hầm là:

$$2x \cdot x + 2x \cdot \frac{27}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{27}{x^2} = 2x^2 + \frac{108}{x} = 2 \left(x^2 + \frac{54}{x} \right) = 2 \cdot A.$$

$$\text{Ta có: } A + 9 = x^2 + \frac{54}{x} + 9 = x^2 + \frac{27}{x} + \frac{27}{x} + 9$$

$$\left(\sqrt{x^2} - \sqrt{\frac{27}{x}} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + \frac{27}{x} \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{27}{x}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{27}{x}} + \sqrt{9} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{27}{x} + 9 \geq 2\sqrt{\frac{27}{x} \cdot 9}$$

$$\Rightarrow A + 9 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{27}{x}} + 2\sqrt{\frac{27}{x} \cdot 9} \Rightarrow A + 9 \geq 2\sqrt{27x} + 2\sqrt{\frac{27 \cdot 9}{x}}$$

$$\Rightarrow A + 9 \geq 4\sqrt{\sqrt{27x} \cdot \sqrt{\frac{27 \cdot 9}{x}}} = 4 \cdot 9 \Rightarrow A + 9 \geq 36.$$

$$\Rightarrow A \geq 27$$

Đẳng thức xảy ra khi:

$$x^2 = \frac{27}{x} = 9 \Rightarrow x = 3.$$

Vậy khi kích thước chiều rộng là $3m$ và chiều dài là $\frac{27}{3^2} = 3 m$ thì thi công hầm sẽ tiết kiệm nguyên liệu nhất.

❧HẾT❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI**Câu I: (1,5 điểm)**

1). Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156 157 164 166 166 165 157 154 155 158 160 163 163

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

161	162	159	159	160	160	160	159	158	160	160	158	163
162	162	162	161	162	161	163	161	163	161	164	166	165

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164; 167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2). Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2). Đặt $P = A + B$. Rút gọn biểu thức P

3). Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x} + 3) = m$

Câu III: (2,5 điểm)

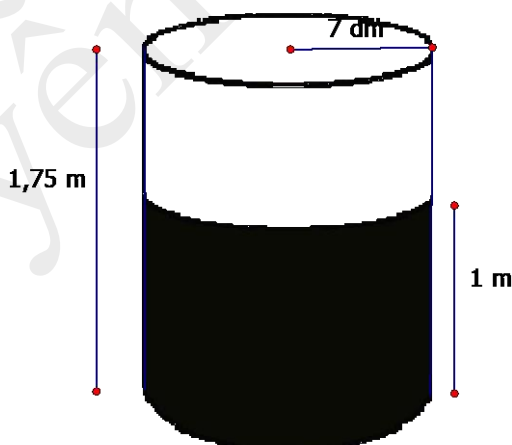
1). Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

2). Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\frac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

3). Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).



2). Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.

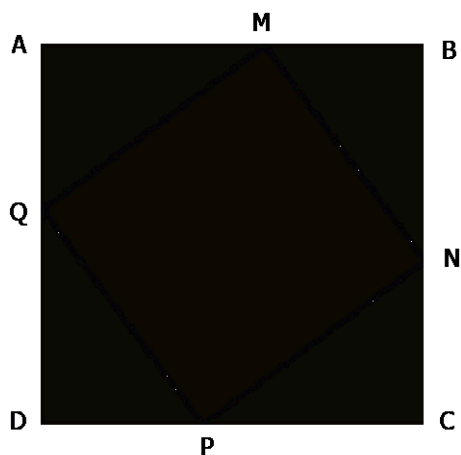
a). Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.

b). Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK \cdot AI = AB \cdot AC$

c). Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Câu V: (0,5 điểm) Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025



☞ HẾT ☞

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu I: (1,5đ) 1) . Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156 157 164 166 166 165 157 154 155 158 160 163 163
 161 162 159 159 160 160 160 159 158 160 160 158 163
 162 162 162 161 162 161 163 161 163 161 164 166 165
 165

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2). Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Lời giải					Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm					0,5đ
Chiều cao (cm)	[155; 158)	[158; 161)	[161; 164)	[164;167)	
Số HS	5	12	15	8	
• Tần số tương đối của nhóm [161; 164) là $\frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%$					0,25đ
2) Kí hiệu các quả bóng đỏ trắng xanh là Đ ₁ , Đ ₂ , X ₁ , X ₂ , T ₁ , T ₂ Không gian mẫu: $\Omega = \{ \text{Đ}_1\text{Đ}_2, \text{X}_1\text{X}_2, \text{T}_1\text{T}_2, \text{Đ}_1\text{X}_1, \text{Đ}_1\text{X}_2, \text{Đ}_2\text{X}_1, \text{Đ}_2\text{X}_2, \text{Đ}_1\text{T}_1, \text{Đ}_1\text{T}_2, \text{Đ}_2\text{T}_1, \text{Đ}_2\text{T}_2, \text{X}_1\text{T}_1, \text{X}_1\text{T}_2, \text{X}_2\text{T}_1, \text{X}_2\text{T}_2 \}$					0,25đ
Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : Đ ₁ Đ ₂ , Đ ₁ X ₁ , Đ ₁ X ₂ , Đ ₂ X ₁ , Đ ₂ X ₂ , Đ ₁ T ₁ , Đ ₁ T ₂ , Đ ₂ T ₁ , Đ ₂ T ₂					0,25đ
$P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$					0,25đ

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 20252) . Đặt $P = A + B$. Rút gọn biểu thức P 3) . Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x} + 3) = m$

Lời giải					Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm					0,5đ
Chiều cao (cm)	[155; 158)	[158; 161)	[161; 164)	[164;167)	
Số HS	5	12	15	8	
1) Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ ta được $A = \frac{3\sqrt{16}-2}{1-\sqrt{16}} = \frac{3.4-2}{1-4} = \frac{12-2}{-3} = -\frac{10}{3}$ Vậy khi $x = 16$ thì $A = -\frac{10}{3}$					0,5đ
2) Với $x \geq 0, x \neq 1$. Ta có: $P = A + B = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} + \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ $P = \frac{(-3\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} + \frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-3x-7\sqrt{x}+6+15\sqrt{x}-11-2x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{-5x+7\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{-(\sqrt{x}-1)(5\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $P = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} . \quad \text{Vậy với } x \geq 0; x \neq 1 \text{ thì } P = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$					0,5đ
Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : $\overline{D_1D_2}, \overline{D_1X_1}, \overline{D_1X_2}, \overline{D_2X_1}, \overline{D_2X_2}, \overline{D_1T_1}, \overline{D_1T_2}, \overline{D_2T_1}, \overline{D_2T_2}$					0,25đ
3) Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có: $m = P(\sqrt{x}+3) = \frac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \cdot (\sqrt{x}+3) = -5\sqrt{x}+2$ Với $x \geq 0 \Rightarrow -5\sqrt{x} \leq 0 \Rightarrow -5\sqrt{x}+2 \leq 2 \Rightarrow m \leq 2$ (1) Mặt khác $x \neq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow -5\sqrt{x} \neq -5 \Rightarrow -5\sqrt{x}+2 \neq -3 \Rightarrow m \neq -3$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow m \leq 2; m \neq -3$ Vậy với $m \leq 2; m \neq -3$ thì có x thỏa mãn $P(\sqrt{x}+3) = m$					0,5đ

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

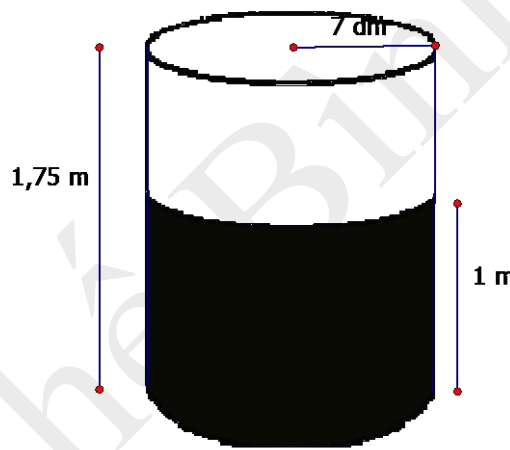
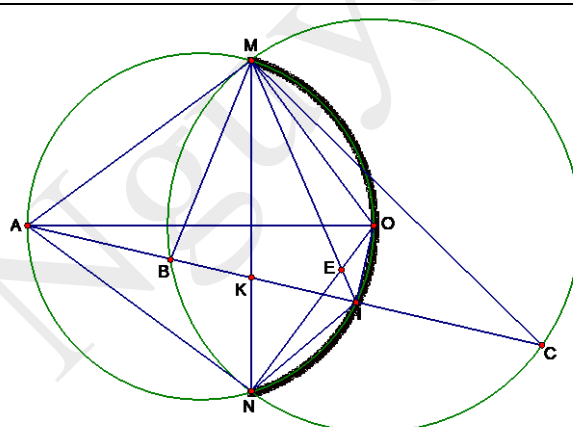
- 2) . Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\frac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.
- 3) . Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4 - \sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải	Điểm
1) (1,0đ)	
Đổi $30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$; Gọi vận tốc riêng của ca nô là $x(\text{km/h})$ ($x > 3$) Vận tốc xuôi dòng là $x + 3$ (km/h) Vận tốc ngược dòng là $x - 3$ (km/h)	0,2
Thời gian xuôi dòng là $\frac{48}{x+3}$ (h) Thời gian ngược dòng là $\frac{48}{x-3}$ (h) Thời gian cả đi và về và nghỉ là: 10 giờ 36 phút - 6 giờ 30 phút = 4 giờ 06 phút = $\frac{41}{10} \text{ h}$	0,2
Ta có phương trình: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{41}{10}$. Giải phương trình ra $x_1 = 27$; $x_2 = \frac{-1}{3}$	0,2
Đối chiếu điều kiện và trả lời Vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h	0,2
2) (1,0đ)	
Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong việc là x (ngày) ($x > 6$) Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong việc là y (ngày) ($y > 6$) Thì 1 ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) 1 ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) 1 ngày cả hai người làm được $\frac{1}{6}$ (công việc)	0,2
Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)	0,2
5 ngày người thứ nhất làm được $\frac{5}{x}$ (công việc) 4 ngày người thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ (công việc) Ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{7}{9}$ (2)	0,2
Giải hệ 2 phương trình (1), (2) được $x = 9$, $y = 18$ Đối chiếu kết quả với điều kiện và trả lời	0,2
3) (0,5đ)	
Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $\Delta = a^2 - 20 \geq 0$ hay $a^2 \geq 20$ Theo định lí Viète ta có $x_1 \cdot x_2 = 5$ mà $x_1 = 4 - \sqrt{11}$ nên $x_2 = 4 + \sqrt{11}$	0,2
Ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 8^2 - 2 \cdot 5 = 54$	0,2

Câu IV: (4,0 điểm)

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

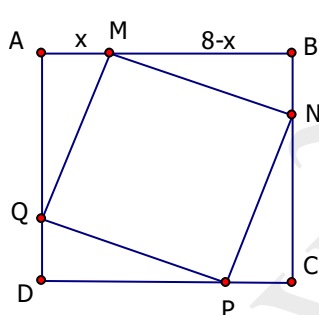
- Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).
- Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M; N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.
 - Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.
 - Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK \cdot AI = AB \cdot AC$
 - Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Lời giải		Điểm
1) (1,0đ)		
 Đổi 1,75m = 17,5 dm Số nước đã tháo ra ngoài thể tích của hình trụ có bán kính ddáy là 5 dm và có chiều cao là: $17,5\text{dm} - 10\text{dm} = 7,5\text{dm}$		0,5
Thể tích phần nước tháo ra là $2.5 \cdot \pi \cdot 7,5 \approx 235,5 \text{ dm}^3 = 235,5 \text{ l}$ Vậy thể tích nước đã tháo ra ngoài xấp xỉ 235,5 lít		0,5
2) (3,0đ)		
		0,2
a) Tứ giác AMON nội tiếp Vì AM là tiếp tuyến nên $AM \perp MO$ Do đó ΔAMO vuông tại M nên nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Chứng minh tương tự ta được ΔANO nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Do đó 4 điểm A, O, M, N cùng nằm trên đường tròn đường kính AO Vậy tứ giác AMON nội tiếp		0,7
b) Chứng minh I thuộc đường tròn đường kính AO		1,0

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Chứng minh $\triangle AKM \sim \triangle AMI (gg) \Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AK \cdot AI = AM^2$ (1) Chứng minh $\triangle ABM \sim \triangle AMC (gg) \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AK \cdot AI = AB \cdot AC$	
c) Chứng minh $\triangle KIN \sim \triangle KMA (gg) \Rightarrow \frac{IN}{MA} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow IN = \frac{KN \cdot MA}{KA}$ Chứng minh $\triangle KIM \sim \triangle KNA (gg) \Rightarrow \frac{IM}{NA} = \frac{KM}{KA} \Rightarrow IM = \frac{KM \cdot NA}{KA} = \frac{KM \cdot MA}{KA}$ (vì $NA=MA$) Do đó $IM = 2IN \Leftrightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{KN \cdot MA}{KA}}{\frac{KM \cdot MA}{KA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$ Vậy $IM=2 \cdot IN$ khi cát tuyến ABC cắt MN tại K với $\frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$	1,0đ

u V: (0,5 điểm) Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất

Lời giải	Điểm
 Gọi cái sân đó là hình vuông ABCD, phần lát gạch màu trang trí là hình vuông MNPQ Chứng minh $\triangle AMQ = \triangle BNM = \triangle CPN = \triangle DQP$ Gọi $AM = x$ thì $MB = 8-x$ Diện tích hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất khi tổng diện tích 4 tam giác vuông ở 4 góc hình vuông ABCD là lớn nhất. Gọi S là tổng diện tích 4 tam giác đó, ta có: $S = 2 \cdot AM \cdot AQ$ Mà $AM + AQ = AM + MB = 8$ (m) $(AM - MB)^2 \geq 0$ $AM^2 + MB^2 \geq 2 \cdot AM \cdot MB$ $(AM + MB)^2 \geq 4 \cdot AM \cdot MB$ $2 \cdot AM \cdot MB \leq \frac{(AM + MB)^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32$ Hay $S \leq 32$ Dấu “=” xảy ra khi $AM = MB = \frac{AB}{2} = 4$	0,25đ 0,25đ

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Khi đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA.
Vậy khi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA thì hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

∞ HẾT ∞

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9**

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$; $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

1) Tính M khi $x = 0,49$

2) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

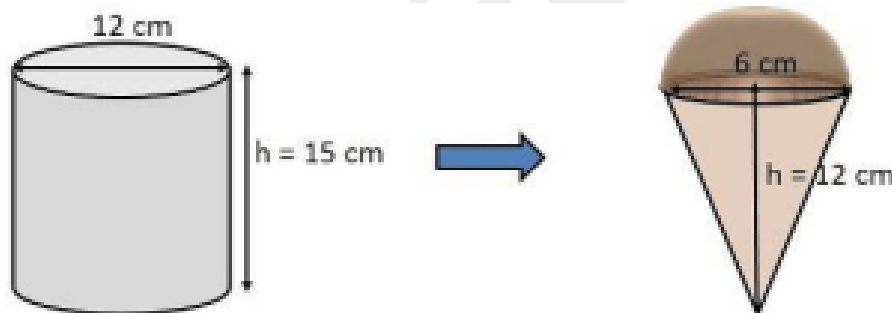
Câu III: (2,5 điểm)

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

- 1) Cách đây hai năm, bác Chính gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là 33,708 triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chính gửi vào bao nhiêu tiền?
- 2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?
- 3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.
 - a) Tính thể tích hộp kem.
 - b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



- 2) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K .
 - a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.
 - b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.
 - c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của EIQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

- #### Câu V: (0,5 điểm)
- Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất? .∞ HẾT ∞

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025
HƯỚNG DẪN

Câu I :

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

- a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.
b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.
2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

1) a) Trong mẫu số liệu trên, số liệu có giá trị nhỏ nhất là 41, số liệu có giá trị lớn nhất là 59. Vì thế, ta có thể chọn nửa khoảng $[40; 60)$ sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng $[40; 60)$. Vì độ dài của nửa khoảng $[40; 60)$ bằng $60 - 40 = 20$ nên ta có thể phân chia nửa khoảng đó thành bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: $[40; 45)$, $[45; 50)$, $[50; 55)$, $[55; 60)$.

Vậy ta có thể ghép mẫu số liệu đã cho theo bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng đó.

b) Tốc độ của xe đi từ 40 km/h đến dưới 45 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 45 km/h đến dưới 50 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 50 km/h đến dưới 55 km/h là 5 xe;

Tốc độ của xe đi từ 55 km/h đến dưới 60 km/h là 6 xe.

Do đó ta có bảng tần số ghép nhóm

Tốc độ (km/h)	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$
Tần số	7	7	5	6

2)

- Không gian mẫu của phép thử “Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số” là:
 $\Omega = \{11; 13; 15; \dots; 97; 99\}$

- Số phần tử của tập hợp Ω là: $\frac{99-11}{2} + 1 = 45$ (phần tử)

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

- Các kết quả thuận lợi của biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của 1 số tự nhiên” là: {25; 49; 81}. Biến cố này gồm 3 phần tử.

- Xác suất của biến cố A là: $3:45 = \frac{1}{15}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}; P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

1) Tính M khi $x = 0,49$

2) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

Lời giải

1) Thay $x = 0,49$ (thỏa mãn) vào M, ta có: $M = \frac{\sqrt{0,49}-1}{\sqrt{0,49}} = \frac{-3}{7}$.

Vậy $M = \frac{-3}{7}$ khi $x = 0,49$

$$2) P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{x-1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$P = \frac{x+7\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} \text{ (điều phải chứng minh)}$$

$$3) \text{ Xét } Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}} \text{ suy ra } Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Xét hiệu } Q-3 = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 3 = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}}$$

Với $x > 0; x \neq 1$ thì $(\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$ và $\sqrt{x} > 0$ suy ra $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} \geq 0$ hay $Q \geq 3$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cách đây hai năm, bác Chính gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là 33,708 triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chính gửi vào bao nhiêu tiền?

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính

các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Lời giải

1) Gọi số tiền gửi ban đầu là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Tiền lãi sau một năm là: $x \cdot 6\% = 0,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc lẫn lãi sau một năm là: $x + 0,06x = 1,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc và lãi sau năm thứ hai là: $1,06x \cdot (1 + 6\%) = 1,1236x$ (triệu đồng)

Vì sau hai năm, bác Chín nhận được 33,9 triệu đồng cả gốc và lãi, nên ta có phương trình:

$$1,1236x = 33,708$$

$$x = 33,708 : 1,1236 = 30 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số tiền ban đầu bác Chín gửi vào là 30 triệu đồng.

2) Gọi thời gian đội 1 hoàn thành công việc một mình là x (giờ, $x > 4$)

Gọi thời gian đội 2 hoàn thành công việc một mình là y (giờ, $y > 4$)

Trong một giờ, đội 1 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc); đội 2 làm được số phần

công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc).

Trong một giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. Trong bốn giờ, cả hai đội làm

được số phần công việc là: $4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Khi đó cả hai đội làm xong việc nên ta có phương trình là: $4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1)

Trong ba giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc);

Trong ba giờ, đội 2 làm được số phần công việc là: $3 \cdot \frac{1}{y}$ (công việc).

Khi đó công việc mới xong, nên ta có phương trình: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 3 \cdot \frac{1}{y} = 1$ hay $3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ 3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta có: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy đội 1 làm một mình trong 6 giờ xong, đội 2 làm một mình trong 12 giờ xong công việc

3) Phương trình có tích $ac = 3 \cdot (-6) = -18 < 0$ nên có nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo định lý

Viète, ta có $x_1 + x_2 = \frac{-5}{3}$ và $x_1 x_2 = -2$.

$$x_1, x_2 \neq -2$$

$$D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}$$

$$D = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$D = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$D = \frac{\left(\frac{-5}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right)}{(-2) + 2 \cdot \left(\frac{-5}{3}\right) + 4} = \frac{-31}{12}$$

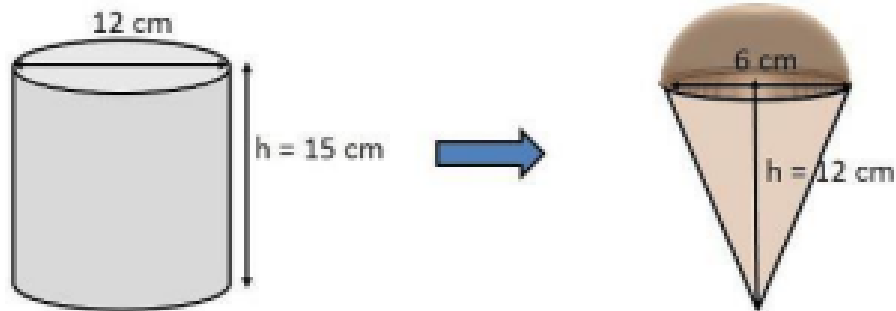
Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp kem hình trụ có đường kính 12cm và chiều cao 15cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

a) Tính thể tích hộp kem.

b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12cm và đường kính 6cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025



2) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K .

a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK .

Chứng minh IK là phân giác của EIQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

Lời giải

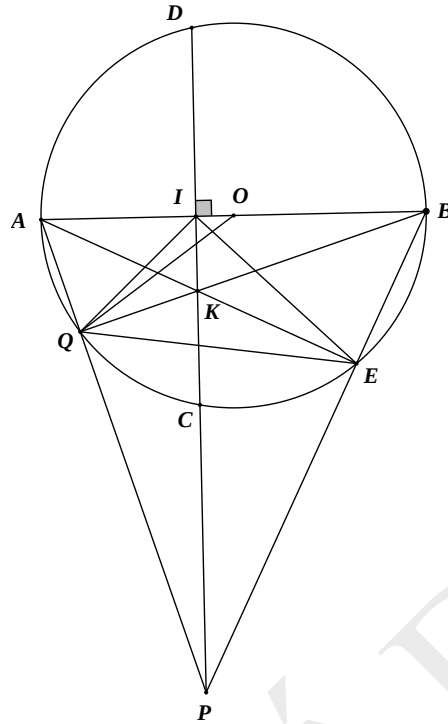
1)

a) Thể tích kem trong hộp hình trụ là: $V_T = \pi R_T^2 . h_T = \pi \left(\frac{12}{2} \right)^2 . 15 = 540\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

b) Thể tích kem trong hộp hình nón có hình bán cầu trên đỉnh là $V_{kem} = \frac{1}{3} \pi R_N^2 . h_N + \frac{1}{2} . \frac{4}{3} \pi R_C^3$
 $= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{6}{2} \right)^2 . 12 + \frac{1}{2} . \frac{4}{3} . \pi . \left(\frac{6}{2} \right)^3 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy số que kem có thể chia được là: $\frac{540\pi}{54\pi} = 10 \text{ que.}$

2)



a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

Xét $(O; R)$ có: $AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $KEB = 90^\circ$

đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow \widehat{KIB} = 90^\circ$

Xét $\triangle KEB$ vuông tại E có cạnh huyền KB suy ra K, E, B thuộc đường tròn đường kính KB

(1)

Xét $\triangle KIB$ vuông tại I có cạnh huyền KB suy ra K, I, B thuộc đường tròn đường kính KB

(2)

Hãy bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

Xét $\triangle AKI$ và $\triangle ABE$, ta có: A là góc chung và $AIK = AEB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AKI \sim \triangle ABE$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AE} \Rightarrow AK.AE = AI.AB \text{ (đpcm)}$$

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của EIQ . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

* Chứng minh IK là phân giác của EIQ .

Xét $\triangle APB$ có: $PI \perp AB (I \in AB)$; $AE \perp PB (E \in PB)$; $PI \cap AE \equiv \{K\}$

$$\Rightarrow K \text{ là trọng tâm của } \triangle APB \Rightarrow PQ \perp AP (Q \in AP) \Rightarrow \angle AQB = 90^\circ \text{ hay } \angle AKB = 90^\circ$$

Đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow \widehat{AIK} = 90^\circ$

Chứng minh được bốn điểm A, I, Q, K cùng thuộc đường tròn đường kính AK suy ra $AIKQ$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle QAK = \angle QIK \text{ (hai góc nt cùng chắn } \widehat{QK} \text{)}$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Ta có: $KEBI$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow KIE = KBE$ (hai góc nt cùng chắn EK)

Lại có: $QAK = KBE$ (hai góc nt cùng chắn cung QE)

$\Rightarrow KIE = KIQ$ hay IK là phân giác của EIQ (đpcm)

***Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .**

Ta có: $AQB = 90^\circ \Rightarrow Q \in (O; R)$

Xét $\triangle OQB$, ta có:

$$OQ = OB = R$$

$\Rightarrow \triangle OQB$ là tam giác cân tại O

$$\Rightarrow OQB = OBQ \text{ hay } OQK = OBQ \quad (1)$$

Xét $\triangle IBK$ và $\triangle QPK$, ta có:

$$IKB = QKP \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$KQP = KIB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle IBK \sim \triangle QPK \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow IBK = QPK \text{ (hai góc tương ứng) hay } OBK = QPK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $OQK = QPK$ (*)

Ta có: $BQE = BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn BE) hay $KQE = IAK$ (3)

Xét $\triangle IAK$ và $\triangle EPK$, ta có:

$$IKA = EKP \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$KEP = KIA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle IAK \sim \triangle EPK \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow IAK = EPK \text{ (hai góc tương ứng) } \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $KQE = EPK$ (**)

Từ (*) và (**) ta có: $OQK + KQE = QPK + EPK \Rightarrow OQE = QPE$

Lại có: $\triangle QEP$ nội tiếp $\Rightarrow QPE = \frac{1}{2}sdQE$ (tc góc nội tiếp)

$$\Rightarrow OQE = \frac{1}{2}sdQE$$

$\Rightarrow OQ$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận 30 000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất?

Lời giải

Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại I cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại II cần sản xuất.

Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$, có mức lợi nhuận

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

là $40000x + 30000y$.

Theo giả thiết bài toán xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tức là:

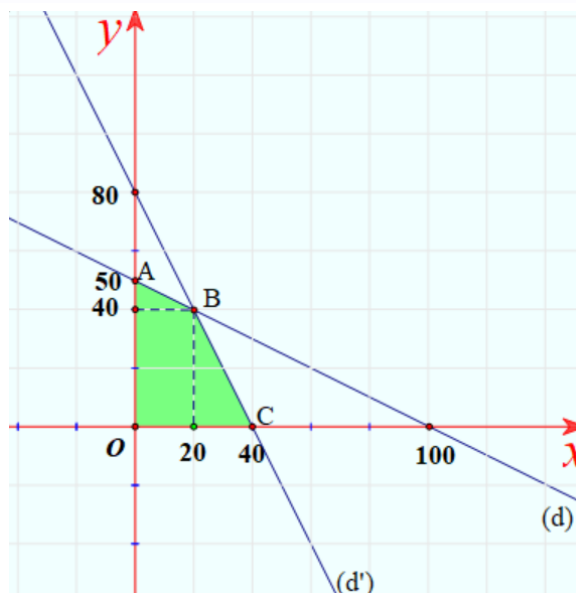
$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \end{cases}$ (*) với

$x \geq 0$ và $y \geq 0$

sao cho $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng $(d): x + 2y - 100 = 0$, $(d'): 2x + y - 80 = 0$.



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là phần tứ giác $ABCO$ được giới hạn bởi hai đường thẳng d và d' với hệ trục tọa độ.

Giá trị lớn nhất của $L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt tại một trong các điểm $(0; 0), (40; 0), (0; 50), (20; 40)$

Ta có: $L(0; 0) = 0; L(40; 0) = 1600000; L(0; 50) = 1500000; L(20; 40) = 2000000$

suy ra giá trị lớn nhất của $L(x; y)$ là 2000000 khi $(x; y) = (20; 40)$.

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để có mức lợi nhuận lớn nhất.

❧ HẾT ❧

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018 MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
------------------	----------	----------	----------	----------

Nếu muốn lấy file Word liên hệ zalo thầy Nguyễn Thế Bình: 0989488557

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Số học sinh	3	7	10	20
-------------	---	---	----	----

1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.



Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ với

$x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai

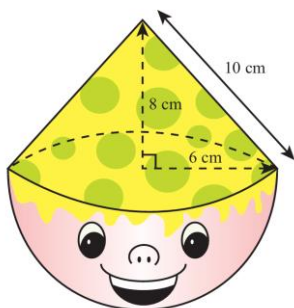
chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\frac{-\sqrt{13}-5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm) Cô

1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



a) Tìm thể tích của món đồ chơi.

b) Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi.

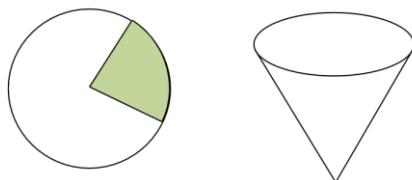
2) Cho đường tròn O đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường

vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025b) Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn O .

Câu V: (0,5 điểm) Với một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6\text{ cm}$. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?



HẾT

HƯỚNG DẪN**LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.**

Câu I: (1,5 điểm) Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.

**Lời giải**

1)

Nhóm số liệu	Tần số
Nhóm [40; 45)	$\frac{3}{40} \cdot 100\% = 7,5\%$
Nhóm [45; 50)	$\frac{7}{40} \cdot 100\% = 17,5\%$
Nhóm [50; 55)	$\frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%$
Nhóm [55; 60)	$\frac{20}{40} \cdot 100\% = 50\%$

2) Các kết quả có thể xảy ra khi gieo con xúc xắc là: 1; 2; 3; 4; 5; 6.

Có 2 kết quả có thể xảy ra một số là bội của 3 là: 3 và 6.

Xác suất của biến cố là: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ với

$x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên

Lời giải

1) Điều kiện $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

Khi $x = 100$ (thỏa mãn điều kiện) thì $A = \frac{10}{10-2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$$2) B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9} = \frac{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}+3 - x-9\sqrt{x}}{x-9} = \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$3) \text{ Ta có } M = A : B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2+5}{\sqrt{x}-2} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-2}$$

TH1: $x \in \mathbb{Z}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỷ $\Rightarrow M \notin \mathbb{Z}$

TH2: $x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{Z}$

Để M nguyên thì $\sqrt{x}-2 \in U \ 5$ và $\sqrt{x}-2 > -2$

Suy ra $\sqrt{x}-2 \in -1; 1; 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} \in 1; 3; 7 \Leftrightarrow x \in 1; 9; 49$ (thỏa mãn đkxd)

Vậy $x \in 1; 9; 49$ thì $M \in \mathbb{Z}$.

Câu III: (2,5 điểm)

- 1) Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?
- 2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.
- 3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) (m là tham số)
 - a) Giải phương trình (*) khi $m = -3$.
 - b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $9x_1 + 2x_2 = 18$.

Lời giải

1) Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 $x, y > 0$.

Lượng axit nitric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x = 20$ và $y = 80$.

Vậy lượng dung dịch loại 1 là 20 lít và loại 2 là 80 lít.

2) Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ) ĐK: $x; y > 0$

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi cùng chảy trong 3 giờ đầy bể nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ 1

Trong 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{3x}$ (bể)

Trong 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ tiếp theo vòi thứ hai chảy được là $\frac{1}{2y}$ (bể)

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy một mình trong 30 phút thì được $\frac{1}{8}$ bể nên ta có phương trình $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8}$

2

Từ 1 và 2 ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases}$$
. Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases}$ (thỏa

mãn)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 4 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 12 giờ.

3) Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Thay $x = \frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$ vào phương trình (*) ta được:

$$\left(\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}\right) + m = 0$$

$$m = 3$$

Phương trình (*): $x^2 + 5x + 3 = 0$

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$

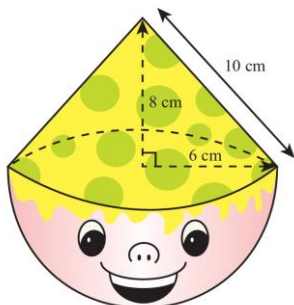
Tổng bình phương hai nghiệm là:

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2^2 - 2x_1x_2 = -5^2 - 2.3 = 19$$

Câu IV: (4,0 điểm)

- 1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



- Tìm thể tích của món đồ chơi.
- Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi

Lời giải

- a) Thể tích món đồ chơi là

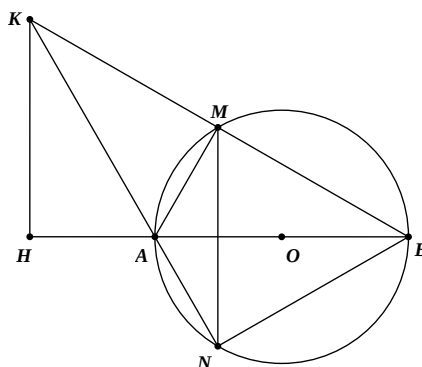
$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 = 240\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

- b) Diện tích toàn phần của đồ chơi là

$$\pi \cdot 6 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 6^2 = 132\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 2) Cho đường tròn O đường kính AB . Dây cung MN vuông góc với AB , ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K . Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB .

- Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.
- Chứng minh rằng $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.
- Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn O .

Lời giải

- a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

+) Có: $\angle AHK = 90^\circ$ (vì $KH \perp AB$)

$\Rightarrow \triangle AHK$ vuông tại $H \Rightarrow 3$ điểm $A; H; K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

+) Xét (O) có:

$\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$\Rightarrow \angle AMK = 90^\circ \text{ (kê bù với } \angle AMB \text{)}$$

$\Rightarrow \Delta AMK$ vuông tại $M \Rightarrow 3$ điểm $A; M; K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

Suy ra tứ giác $AHKM$ nội tiếp đường tròn đường kính AK .

b) Chứng minh rằng: $NB \cdot HK = AN \cdot HB$.

Xét $\triangle ANB$ và $\triangle KHB$ có:

+) $ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ANB = KHB = 90^\circ$;

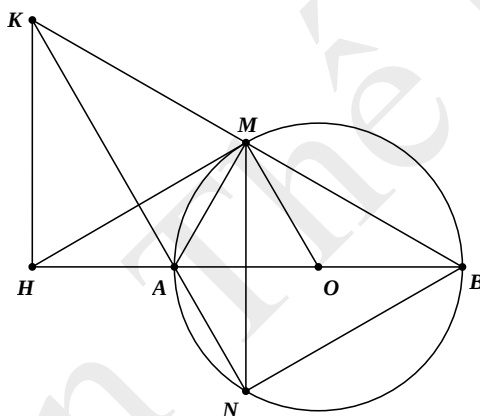
+) Xét $\triangle OMN$ cân tại O, có OA là đường cao $\Rightarrow$ OA là đường phân giác của góc

$$\Rightarrow MOA = NOA \Rightarrow ABN = KBH \text{ (Góc nội tiếp bằng } \frac{1}{2} \text{ góc ở tâm)}$$

Suy ra $\triangle ANB \sim \triangle KHB$ g.g

$$\Rightarrow \frac{AN}{NB} = \frac{KH}{HB} \Rightarrow NB \cdot HK = AN \cdot HB.$$

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn O .



+) Ta có HM giao với đường tròn O tại M , ta phải chứng minh $HM \perp OM$. Thật vậy:

Tứ giác $AHKM$ nội tiếp $\Rightarrow HMK = HAK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn HK);

$HAK = NAB$ (hai góc đối đỉnh);

+) Theo phần b) $\triangle OMN$ cân tại O, có OA là đường cao $\Rightarrow$ OA là đường trung trực của MN $\Rightarrow$ AB là trung trực của MN $\Rightarrow$ MB = NM $\Rightarrow$ MB = NB $\Rightarrow$

$$NAB = MAB$$

+) $MAB = OMA$ (ΔOAM cân tại O);

$$\Rightarrow HMK = OMA = HAK = NAB = MAB \Rightarrow HMK + HMA = OMA + HMA;$$

Mà $HMK + HMA = AMK = 90^\circ$ (kề bù với $AMB = 90^\circ$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);

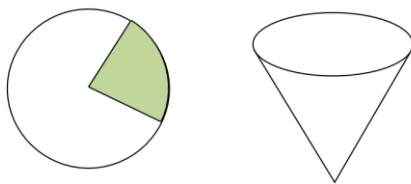
$$\Rightarrow OMA + HMA = 90^\circ \Rightarrow HMO = 90^\circ \Rightarrow HM \perp OM \text{ tai } M \in O$$

$\Rightarrow HM$ là tiếp tuyến của O .

Câu V: (0,5 điểm) Với một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 6\text{ cm}$. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi x (cm, $x > 0$) là chiều dài cung tròn được ghép tạo thành hình nón. Suy ra đường tròn đáy của hình nón có độ dài là x (cm). Bán kính R của hình tròn sẽ trở thành đường sinh của hình nón.

Gọi bán kính của đáy là r (cm, $r > 0$). Suy ra : $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$

Chiều cao của hình nón là : $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$

Thể tích của hình nón là : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có :

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \left(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \leq \frac{4\pi^2}{9} \left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{R^6}{27}$$

Do đó V lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{6}\pi$ (cm)

Chứng minh bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương: Dễ dàng chứng minh

Chứng minh bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương.

Cho các số thực dương a, b, c . Ta có:

$$a + b + c + \sqrt[3]{abc} \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{c\sqrt[3]{abc}} \geq 4\sqrt[4]{abc\sqrt[3]{abc}} = 4\sqrt[3]{abc}$$

∞ HẾT ∞

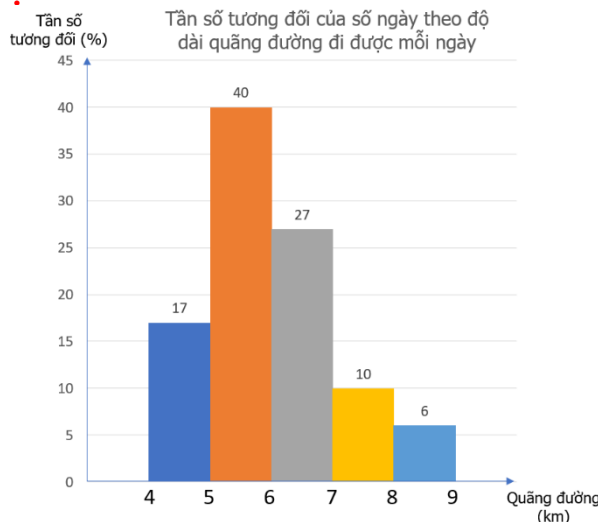
**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9**

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI**Câu I: (1,5 điểm)**

1) . Nam thông kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$

2) . Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3) . Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{x+2}$

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

3) . Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2$; $P = x_1 x_2$; $F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

kính đáy là 20cm , chiều cao là 30cm . Khối gỗ hình nón có chiều cao là 15cm . Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2). Cho đường tròn (O) , dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD , kẻ đường kính AB cắt CD tại I . Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD , HB cắt CD tại E . Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P .

a). Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b). Chứng minh: $AH \cdot AP = AI \cdot AB$.

c). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

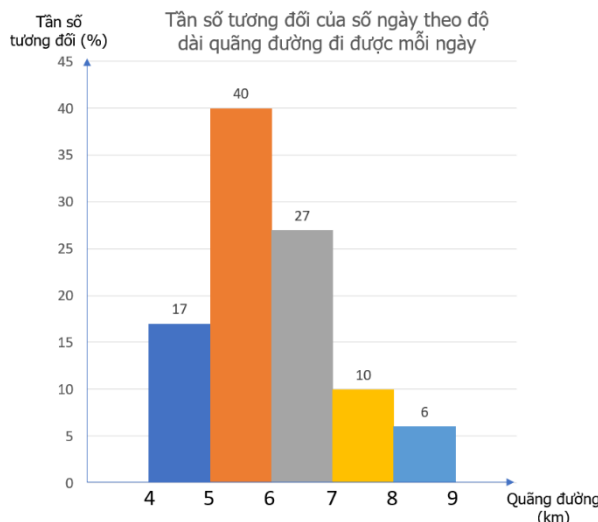
Câu V: (0,5 điểm) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

☞ HẾT ☞

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025
HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Lời giải

1) . Nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất là $[5;6)$ có tần số tương đối $f = 40\%$

và tần số $n = 12$.

2) . Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là:

$$\Omega = \{1, 2, \dots, 20\}.$$

Gọi T: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

Vậy xác suất của T là $P(T) = \frac{3}{20}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$

2) . Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3) . Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P \geq \frac{2}{x+2}$

1) . Thay $x = 64$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được $A = \frac{2}{\sqrt{64} - 2} = \frac{1}{3}$.

$$2) . \text{Ta có } B = \frac{3(\sqrt{x} + 2) + (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1) + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}.$$

3) . Với $x \geq 0, x \neq 4$ thì

$$P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2}{\sqrt{x} + 2}.$$

Để

$$P \geq \frac{2}{x + 2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \geq \frac{2}{x + 2}.$$

Do $2 > 0$ và $x + 2 > 0, \sqrt{x} + 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \leq x + 2 \Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) \geq 0$

TH1: $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0$ nên $\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$ (

TH2: $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 > 0$ vì $\sqrt{x} \geq 0$ nên $x > 1$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$ ta được $x = 0$ hoặc $x \geq 1, x \neq 4$.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

- 1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?
- 2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.
- 3) . Cho phương trình: $4x^2 - 5x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1 + x_2; P = x_1x_2; F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$.

Lời giải

- 1) . Gọi giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt lần lượt là x, y (triệu đồng) ($0 < x < 25,4; 0 < y < 25,4$).

Theo bài, giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nên ta có: $x + y = 25,4$.

Do tủ lạnh được giảm 40% giá niêm yết nên giá của chiếc tủ lạnh sau giảm giá là $60\%x = 0,6x$ (triệu đồng).

Do máy giặt được giảm 25% giá niêm yết nên giá của chiếc máy lạnh sau giảm giá $75\%y = 0,75y$ (triệu đồng).

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

Theo bài, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng nên ta có phương trình: $0,6x + 0,75y = 16,77$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 25,4. \\ 0,6x + 0,75y = 16,77 \end{cases}$$

Giải hpt ta được:

$$\begin{cases} x = 15,2 \\ y = 10,2 \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh là 15,2 triệu đồng và giá niêm yết của một chiếc máy giặt là 10,2 triệu đồng.

2) . Gọi số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch là x tấn. ($0 < x < 120$).

Số tuần xí nghiệp đó định mua cá là: $\frac{120}{x}$ tuần.

Thực tế mỗi tuần xí nghiệp đó thu mua được số cá là: $x + 6$ tấn.

Thực tế số cá xí nghiệp đó thu mua được là: 130 tấn.

Thực tế số tuần xí nghiệp đó thu mua cá là: $\frac{130}{x+6}$ tuần.

Vì xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{x} - \frac{130}{x+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{120(x+6) - 130x}{x(x+6)} = 1 \Leftrightarrow \frac{720 - 10x}{x^2 + 6x} = 1$$

$$\Rightarrow 720 - 10x = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -36 \end{cases}$$

Vì $0 < x < 120$ nên $x = 20$.

Vậy theo kế hoạch một tuần xí nghiệp đó thu mua 120 tấn cá.

3) Ta có: $4x^2 - 5x - 3 = 0$.

$$a = 4; b = -5; c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.4.(-3) = 73 > 0.$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$3). \text{ Theo định lí Viète, ta có: } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{5}{4}; P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4}.$$

$$\text{Ta có: } F = (x_1 + 1)(x_2 + 1) - (x_1 - x_2)^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$$

$$F = x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 + 4x_1x_2$$

$$F = 5x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 - (x_1 + x_2)^2$$

$$F = 5 \cdot \frac{-3}{4} + \frac{5}{4} + 1 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{-49}{16}.$$

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025**Câu IV: (4,0 điểm)**

1) . Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường kính đáy là $20cm$, chiều cao là $30cm$. Khối gỗ hình nón có chiều cao là $15cm$. Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2) . Cho đường tròn (O) , dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD , kẻ đường kính AB cắt CD tại I . Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD , HB cắt CD tại E . Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P .

a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b) . Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

c) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Lời giải

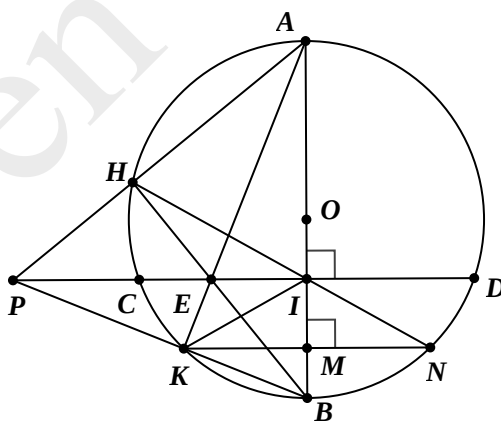
1) . Vì đường kính của khối gỗ hình trụ là $20cm$ nên bán kính của khối gỗ hình trụ là $10cm$.

Thể tích của khối gỗ hình trụ là: $\pi.10^2.30 = 3000\pi (cm^3)$.

Thể tích của hình nón là: $\frac{1}{3}\pi.10^2.15 = 500\pi (cm^3)$.

Thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này là: $3000\pi + 500\pi = 3500\pi (cm^3)$

2) .



a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

Ta có $AHB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow PHB = 90^\circ$ (kề bù với $AHB = 90^\circ$);

$PIB = 90^\circ$ (GT) $\Rightarrow H, I$ cùng thuộc đường tròn đường kính $PB \Rightarrow$ tứ giác $PHIB$ nội tiếp đường tròn đường kính PB .

b) . Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle ABP$ có:

$\widehat{HAI}$ chung;

$\widehat{AHI} = \widehat{ABP}$ (cùng bù với $\widehat{PHI}$ do tứ giác $PHIB$ nội tiếp)

$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle ABP (g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AB}{AP} \Leftrightarrow AH.AP = AI.AB$.

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

c) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP . Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M , cắt đường tròn (O) tại N . Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Tứ giác $PHIB$ nội tiếp nên $HIP = HBP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn HP) (1);

Tam giác ABP có hai đường cao PI, BH cắt nhau tại $E \Rightarrow E$ là trực tâm của

$\triangle ABP \Rightarrow AE \perp BP$ hay $AK \perp BP \Rightarrow EKB = 90^\circ$, mà $EIB = 90^\circ$ (GT) $\Rightarrow$ tứ giác $BKEI$ nội tiếp đường tròn đường kính $BE \Rightarrow EIK = HBP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn EK) (2);

Mà $EKB = 90^\circ \Rightarrow K \in (O)$, lại có $AB \perp KN$ tại $M \Rightarrow MK = MN$ (quan hệ vuông góc đường kính và dây) $\Rightarrow \triangle IMK = \triangle IMN$ (c.g.c) $\Rightarrow MIK = MIN \Rightarrow 90^\circ - MIK = 90^\circ - MIN$

$\Rightarrow EIK = DIN$ (3);

Từ (1), (2), (3) ta có $HIP = DIN (= HBP = EIK) \Rightarrow HIP + PIN = DIN + PIN = PID = 180^\circ$

$\Rightarrow HIN = 180^\circ \Rightarrow H, I, N$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

Lời giải

Gọi số máy móc công ty nên sử dụng là x (máy)

Điều kiện $x > 0$.

Trong một giờ, số quả bóng tennis sản xuất được là $30x$ (quả bóng)

Như vậy, số giờ để sản xuất 8000 quả bóng là $\frac{8000}{30x}$ (giờ)

Mỗi giờ phải trả 192 nghìn đồng cho người giám sát và chi phí thiết lập cho mỗi máy là 200 nghìn đồng nên chi phí sản xuất là

$$B = 200000x + \frac{8000}{30x} \cdot 192000 = 200000x + \frac{51200000}{x} \text{ (đồng)}.$$

Ta chứng minh bất đẳng thức sau $a + b \geq 2\sqrt{ab}, \forall a, b > 0$ (Bất đẳng thức AM-GM)

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$(a + b)^2 \geq (2\sqrt{ab})^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$(a - b)^2 \geq 0, \forall a, b > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương $200000x$ và $\frac{51200000}{x}$, ta được

Đề thi thử vào lớp 10 Hà Nội cấu trúc mới năm 2025

$$200000x + \frac{51200000}{x} \geq 2\sqrt{200000x \cdot \frac{51200000}{x}} = 6400000.$$

Dấu "=" xảy ra khi $200000x = \frac{51200000}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$ (nhận) hay $x = -16$ (loại).

Vậy số máy móc công ty nên sử dụng là 16 máy để chi phí sản xuất là thấp nhất.

❧HẾT❧